فلسفه، اخلاق و ریاضیات

پرویز شهریاری

انتشارات پژوهنده

فلسفه، اخلاق و ریاضیات

پرویز شهریاری

شهریاری، پرویز، ۱۳۰۵- گردآورنده و مترجم.
فلسفه، اخلاق و ریاضیات/ پرویز شهریاری ـ تهران: پژوهنده، ۱۳۸۰-
۳۳۶ ص ISBN: 964-6302-39-4
فهرستنویسی بر اساس اطلاعات فیپا.
۱. ریاضیات - فلسفه ـ مقاله‌ها و خطابه‌ها ـ۲. ممطق ریاضی ـ مقاله‌ها و خطابه‌ها ـ ۳. هندسه ـ فلسفه. الف ـ عنوان.
۸ ف ۹ ش / ۹ QA ۵۱۰/۱
کتابخانه ملی ایران ۲۵۵۲۰-۷۹ م

انتشارات پژوهنده

فلسفه، اخلاق و ریاضیات
نویسنده: پرویز شهریاری
ناشر: پژوهنده
تیراژ: ۳۱۰۰ نسخه
چاپ: نخست ۱۳۸۰
چاپخانه: رامین
صحافی: رامین
شابک: ۴-۳۹-۶۳۰۲-۹۶۴

حق چاپ برای نشر پژوهنده محفوظ است.

در این کتاب:

پیش‌گفتار	۹
ریاضیات و فلسفه	۱۹
نهایت و بی‌نهایت	۳۹
جهان‌بینی علمی در درس‌های ریاضیات	۶۳
نقش تربیتی درس‌های ریاضیات	۸۷
درباره‌ی مهم‌ترین موضوع‌های تربیتی	۱۳۱
منطق هندسه	۱۴۹
نظریه‌ی بازتاب و ریاضیات	۱۷۹
هندسه در دبیرستان	۲۰۹
دکارت و هندسه‌ی او	۲۳۷
می‌بینیم یا به نظرمان می‌رسد	۲۵۱
انقلاب علمی – صنعتی و مساله‌های مربوط به پیشرفت	
موازین اخلاقی	۲۶۱

تأثیر معرفت علمی بر رفتار شخصی ۲۸۳
وظیفه‌ی دانش در جامعه‌ی امروزی ۳۰۷
ویژگی‌های تأثیر متقابل انسان و طبیعت، در شرایط انقلاب علمی و صنعتی ۳۱۹

پیش‌گفتار

بدون ریاضیات نمی‌توان به فلسفه دست یافت و بدون
فلسفه نمی‌توان به ماهیت و مضمون ریاضیات پی برد
و بدون این دو، نمی‌توان به هیچ حقیقتی رسید.
دومولن

دو ویژگی اصلی ریاضیات بر کسی پوشیده نیست و همه با آن آشنا هستیم: ۱) دقت منطقی و نیروی استدلال‌های قیاسی آن که اهمیت آموزشی زیادی دارد. شیوه‌ی درست قانع کردن را می‌آموزد و، در عین حال، ما را وامی‌دارد تا در برابر حقیقتی که برای ما «ثابت» شده است گردن بگذاریم؛ «سفسطه» و «احتجاج» را با «استدلال منطقی» نیامیزیم و از گمراهی‌های ناشی از «تمثیل»، «شبیه‌سازی» بپرهیزیم و در یک کلام، درست را از نادرست جدا کنیم. ۲) کاربرد بی‌اندازه‌ی ریاضیات در زندگی، دانش‌های گوناگون و صنعت، که در واقع، بیانگر و روشن‌کننده‌ی برخی قانون‌های حاکم بر طبیعت و جامعه است و به

ما یاری می‌رساند تا، با تسلط نسبی بر این قانون‌ها، زندگی انسانی‌تری را تدارک ببینیم و مسیر حرکت آینده‌ی خود را بهتر بشناسیم.

شناخت ما از جهان دور و برمان، بدون یاری ریاضیات، ممکن نیست و، بنابراین، یکی از عامل‌های اصلی و جدی شناخت است. ولی، ریاضیات، خصیصه‌ی دیگری هم دارد که، اهمیت آن به هیچ‌وجه کمتر از دو خصیصه‌ی آن نیست: ریاضیات، در تمامی حوزه‌ی اندیشه‌ی انسانی به‌طور کلی و به همه‌ی آن چه به تفکر او مربوط می‌شود، نفوذ می‌کند و تأثیر می‌گذارد و این، همان جنبه‌ی فلسفی ریاضیات است که، ارزش آن، از دیرباز مورد توجه بوده است. به گواهی تاریخ، ریاضیات در آغاز، بخشی از فلسفه بوده است و فیلسوف می‌کوشیده است، دیدگاه‌های فلسفی خود را، به یاری ریاضیات، توضیح دهد. متفکران یونان باستان، ریاضیات را «عصا» و «ستون» فلسفه می‌دانستند. فیلسوف می‌کوشید تا قانون‌های کلی حاکم بر جهان را توضیح دهد و، برای «استدلال‌های» خود، چاره‌ای جز توسل به ریاضیات نمی‌دید. پارمنیدس، فیلسوف یونانی، جهان را «یک پارچه و بی‌حرکت» می‌دانست و این، فلسفه‌ای مغایر با مشاهده‌ها و تجربه‌های روزانه بود و می‌دانیم که زنون، شاگرد او، به ریاضیات متوسل شد و با طرح «چهارمعمای» مشهور خود (که آن‌ها را باید نخستین برداشت از مفهوم «بی‌نهایت»، چه بی‌نهایت کوچک و چه بی‌نهایت بزرگ دانست)، به یاری استادش شتافت.

گالیله، در دوران نوزایی اروپا، می‌گفت: فلسفه در کتاب عظیم طبیعت نوشته شده است، ولی تنها کسی می‌تواند از آن سر درآورد که زبان و نشانه‌های آن را یاد بگیرد، زیرا این کتاب، به زبان ریاضی نوشته شده

است و نشانه‌های آن، همان دستورهای ریاضی است.

اگر بخواهیم از ریاضی‌دانان فیلسوف یا فیلسوفان ریاضی‌دان نام ببریم، ناچاریم نام بزرگترین ریاضی‌دانان یا فیلسوفان تاریخ بشر را در فهرست خود جا بدهیم: تالس، فیثاغورس، دموکریت، فارابی، ابن‌سینا، خیام، دکارت، لایب‌نیتس، نیوتون، لباچوسکی، ریمان، کانتور، پوانکاره، برائوور، راسل، وینر و ...

* * *

مسأله‌ی اصلی فلسفی را، در رابطه با ریاضیات، می‌توان به این ترتیب خلاصه کرد: آیا ریاضیات از مشاهده‌ی طبیعت و تجربه و عمل روی اشیاء جهان دوروبر ما سرچشمه گرفته است و یا، بدون ارتباط با هر تجربه‌ای، و تنها با یک نیروی واحد، یعنی «نیروی عقل انسانی» ساخته شده است؟

ریاضیات، به خصوص در سطح پیشرفته‌ی آن، با مفهوم‌های انتزاعی سر و کار دارد و همین جنبه‌ی آن، همیشه مورد سوءاستفاده قرار گرفته است و وسیله‌ای و دستگیره‌ای برای تحلیل‌ها و نتیجه‌گیری‌های نادرست و ذهن‌گرایانه بوده است. حتا در زمان ما، یعنی در دوران انقلاب علمی و فنی، دوران پیشرفت سریع ریاضیات و دوران به ریاضی درآوردن همه‌ی دانش‌های دیگر، دورانی که نتیجه‌های عینی و ملموس ریاضیات، به روشنی و برای همگان آشکار است، باز هم کسانی هستند که با استفاده از بی‌اطلاعی دیگران، بر این دیدگاه نادرست پای می‌فشارند.

بوتروکس می‌گفت: قانون‌های دانش، برای طبقه‌بندی و تفسیر

رویدادها به وجود آمده‌اند و بنابراین، بازی ماهرانه‌ای از اندیشه‌ی انسانی‌اند و با اراده‌ی بشر، رابطه‌ی مستقیم دارند.
ماخ، قانون‌های دانش را، نتیجه‌ی سازش فکر با محیط می‌دانست که، در واقع، واقعیت خارجی بیرون از ذهن ندارند. او معتقد بود که، این قانون‌ها، ساخته و پرداخته‌ی اراده‌ی انسان‌ها و مربوط به امکان‌ها و شرایط آن‌هاست.
و پوانکاره، که خود ریاضی‌دان بزرگی بود، قانون‌های دانش را قراردادی می‌دانست و عقیده داشت که، بشر، از بین بی‌نهایت فرض ممکن، آن‌هایی را انتخاب کرده است که با وضع او مناسب‌تر باشد. برگسون، تجربه و استدلال را نفی می‌کرد و تنها معرفت شهودی و الهام ذهنی را واقعی می‌دانست.
ولی واقعیت چیست؟ واقعیت را تنها می‌توان بر اساس مطالعه‌ی تاریخ ریاضیات، چگونگی شکل‌گرفتن نظریه‌های آن و نحوه‌ی تکامل آن‌ها و کاربردی که ریاضیات در زندگی انسان (به مفهوم عام آن) پیدا کرده است، جست‌وجو کرد. از میان تمامی دانش‌ها و اندیشه‌های انسانی، در تمامی طول تاریخ، خط سرخی گذشته است که نشان می‌دهد، پیدایش ریاضیات (مفهوم‌ها و نظریه‌های آن)، نتیجه‌ای از فعالیت‌های عملی انسان بوده است.
ریاضیات، تنها بازی با فرمول‌ها و شکل‌ها نیست، بلکه با جهان واقعی ما ارتباط دارد و برای شناخت طبیعت و جامعه و قانون‌مندی‌های حاکم بر آن‌ها، به ریاضیات نیازمندیم. ریاضیات «موجودی» زنده است و مثل هر «موجود زنده‌ی» دیگری، رشد می‌کند، تکامل می‌یابد، دچار تضاد می‌شود، ولی از میان تضادها، شکوفاتر و

نیرومندتر بیرون می‌آید، گذشته را به نحوی «نفی» می‌کند و، سپس با «نفی» دوباره‌ی آن، با دیدی تازه‌تر و در سطحی بالاتر، به گذشته باز می‌گردد. در عین حفظ یگانگی خود، به اطراف شاخه می‌دواند و در همه جا نفوذ می‌کند، ریشه‌هایی ستبرتر و نیرومندتر و تنه‌ای پایدارتر پیدا می‌کند و اثر جدی خود را، چه در طول تاریخ و چه در مجموعه‌ی آگاهی‌های ما (و به‌طور کلی در شناخت ما) باقی می‌گذارد.

منظور از دیدگاه فلسفی در ریاضیات، این است که، قبل از هر چیز، باید تعریف موضوع ریاضی را در روند تکامل تاریخی آن جست‌وجو کرد. باید سرچشمه، تکامل و نقش مفهوم‌های انتزاعی ریاضیات را روشن کرد، به رابطه‌ی ریاضیات با فعالیت‌های اجتماعی ـ تاریخی انسان پی برد، ماهیت و معنای به ریاضی درآوردن دانش‌های امروزی را درک کرد و ...

* * *

تأثیر مستقیم ریاضیات بر فلسفه آشکار است. مثالی می‌آوریم. سردمداران دوران «جهل» سده‌های میانه، ابتدا کتاب‌های ریاضی ارثیه‌ی یونان باستان را منع کردند، و سپس، وقتی در سده‌ی دوازدهم میلادی، برای نخستین بار، «مقدمات» اقلیدس را به زبان لاتینی ترجمه کردند، همه‌ی جنبه‌های استدلالی آن را کنار گذاشتند. ترجمه‌ی کتاب، تنها شامل تعریف‌ها و صورت قضیه‌ها بود. بر اساس «قانون زمان»، که همه چیز را می‌باید بدون استدلال پذیرفت، دلیلی وجود نداشت که، برای ریاضیات استثنا قایل شوند، در آن جا هم می‌بایستی قانون جزمی «همین است و جز این نیست» حاکم باشد.

ولی ذهن کنجکاو و جست‌وجوگر بشر، این «قانون» را نمی‌پذیرفت و به‌تدریج، استدلال‌های اقلیدسی در همه جا رواج یافت. آن وقت، ترفند دیگری به کار رفت، کتاب اقلیدس، خدشه‌ناپذیر و «کامل» شمرده شد و تخطی از آن مجاز نبود. درستی حکم‌های اقلیدسی چنان واضح به‌نظر می‌رسید که، برای نمونه کانت، آن‌ها را «ذاتی و فطری انسان» می‌دانست و معتقد بود، ویژگی‌هایی از فضا که در هندسه‌ی اقلیدسی شرح داده شده است، چنان «فطری و ذاتی انسان» است که جز آن نمی‌تواند باشد. ولی، پیدایش «هندسه‌ی نااقلیدسی»، بی‌تناقضی آن و تطبیق نوعی از آن با جهان فیزیکی ما، بنیان فلسفه‌ی کانت را به هم ریخت و، علاوه بر آن، نشان داد که، در ریاضیات هم، هیچ چیز ثابت و جزمی نیست و همه‌ی مفهوم‌ها و نظریه‌های ریاضیات، مثل هر دانش دیگری، تکامل می‌یابند و هر روز، نسبت به روز قبل، دقیق‌تر و روشن‌تر می‌شوند.

* * *

جهان‌بینی هر کس، در تمامی طول زندگی او، شکل می‌گیرد و تکامل می‌یابد، ولی دوران جوانی هر کس، و وقتی که پشت نیمکت مدرسه نشسته است، نقشی به مراتب جدی‌تر از هر دوران دیگری، در این شکل‌گیری دارد.

در همین جاست که نقش معلم، و از آن جمله معلم ریاضیات، ظاهر می‌شود. معلم ریاضی، باید علاوه بر خود ریاضیات، با فلسفه هم به خوبی آشنا باشد، تاریخ ریاضیات را بداند و از کاربردهای ریاضیات اطلاع داشته باشد تا بتواند جهان‌بینی دانش‌آموزان را شکل دهد و از

گرایش‌های نادرست فکری آن‌ها جلوگیری کند.

فلسفه علمی و درک علمی، چیزی جدا از خود علم نیست؛ باید از همه‌ی رشته‌های دانش، برای تقویت درک فلسفی و از فلسفه برای درک بهتر و بیشتر چشم‌اندازهای دانش استفاده کرد، و در این راه، معلم ریاضیات، زمینه‌ی گسترده‌ای در اختیار دارد. ارتباط متقابل بین فلسفه از یک طرف و علوم اجتماعی ـ نظری از طرف دیگر، به‌ویژه در شرایط امروزی، اهمیت زیادی دارد. باید از هر پیشرفتی، هر حرکتی و هر نظریه‌ای، به‌عنوان وسیله‌ای برای بالا بردن شناخت جوانان استفاده کرد.

هدف اصلی و هسته‌ی مرکزی هر آموزشی، انسان است و این وظیفه‌ی معلم است که تمامی تلاش خود را برای ارتقای سطح آگاهی و دانش دانش‌آموزان خود به کار ببرد و این وظیفه‌ی معلم، بخصوص در زمان ما، دوران انقلاب علمی و فنی، به توجه بیشتری نیاز دارد. جهل، به هر صورتی دشمن انسان و تباه‌کننده‌ی زندگی اوست و باید با ویکتور هوگو هم‌صدا شد که در «بینوایان» خود گفت: «انسان، خصم بیدادگری دارد و آن جهل است. من به فنای این ستمگر رأی داده‌ام ... انسان نباید اداره شود، جز به وسیله‌ی دانش.»

ریاضیات و فلسفه

سخن‌رانی برای کسانی که در بین آن‌ها چهره‌های برجسته‌ای از دانش و فلسفه دیده می‌شود، کار ساده‌ای نیست. وظیفه‌ای به عهده‌ی من گذاشته شده است و ناچار به اطاعتم. آن چه را عرض خواهم کرد، تنها «فتح بابی» در این زمینه به حساب آورید. وقتی از فلسفه و ریاضیات سخن می‌گوییم، بحث را به دو گونه می‌توان آغاز کرد. می‌توان در این باره صحبت کرد که فلسفه، به مفهوم عام آن (چه فلسفه‌ی عملی و چه فلسفه‌ی نظری)، با ریاضیات چه رابطه‌ای دارد. ریاضیات و فلسفه چه اثری بر یکدیگر می‌گذارند، تأثیر این بر آن و آن بر این چگونه است، در کجا تأثیر مثبت بر هم داشته‌اند و در کجا به صورت مانعی برای پیشرفت یکدیگر درآمده‌اند؟

مسیر دوم بحث که ریاضیات، به‌عنوان یک دانش، در درون خود چه فلسفه‌ای دارد، یعنی «فلسفه‌ی ریاضی» چیست؟ در جریان پیشرفت ریاضیات از چه قانون‌هایی پیروی کرده است؟ کدام دیدگاه‌ها، بهتر و روشن‌تر کنش‌ها و واکنش‌های درونی ریاضیات را توضیح می‌دهد؟

در این‌جا کمتر به مسیر اول بحث می‌پردازیم و تنها به اشاره‌ای اکتفا می‌کنیم. کم و بیش همه‌ی ما این جمله برتراند راسل را شنیده‌ایم که

«ریاضیات را بدون فلسفه و فلسفه را بدون ریاضیات، نمی‌توان یاد گرفت.» به‌گمان من، استدلال، استنباط، یا دقیق‌تر، منطق‌گرایی است که از دیدگاه راسل، فیلسوف و ریاضی‌دان را به‌هم پیوند می‌دهد، به‌ویژه که خود راسل، در زمینه‌ی ریاضیات، منطق‌گرا بود. در طول تاریخ هم، تأثیرگذاری ریاضیات بر فلسفه و فلسفه بر ریاضیات را می‌بینیم. در دوران خاصی از تاریخ (و بیشتر در یونان کهن)، فلسفه شامل همه دانش‌ها می‌شد و اندیشمندان یونانی، بیشتر خود را فیلسوف می‌دانستند تا دانشمند. دانش‌ها، از جمله ریاضیات، به‌تدریج از فلسفه جدا شدند و فلسفه به‌صورت مقوله‌ی خاصی درآمد که با سود بردن از دانش‌های دیگر، به‌نظریه‌پردازی درباره‌ی، مفهوم‌هایی کلی (چند و چونی هستی، بستگی انسان با طبیعت و جهان هستی و ...) پرداخت. البته، در همان زمان هم که ریاضیات از فلسفه جدا نشده بود، اثرگذاری این دو را بر هم می‌بینیم که گاه در مقابل یکدیگر قرار گرفته‌اند و موجب برخی بحران‌های فکری شده‌اند. در ضمن، باید پذیرفت که ضمن رویارویی ریاضیات با فلسفه، دیر یا زود، پیروزی با ریاضیات بوده است. شاید بتوان نمونه‌ی نخستین این برخورد را در اندیشه‌های مکتب فیثاغورسی پیدا کرد. فیثاغورسیان معتقد به آفرینندگی عدد بودند و عدد را حاکم بر جهان هستی می‌دانستند. می‌گفتند، همه پدیده‌ها و حتا همه‌ی روندهای جهان هستی را، چه مادی باشند یا معنوی، می‌توان به یاری عدد توضیح داد. البته آن‌ها، عدد را به معنای «عدد طبیعی» (یعنی عددهای درست و مثبت) و نسبت‌های آن‌ها می‌شناختند. برای نمونه، پاره‌خط راست را، اجتماعی از نقطه‌ها می‌دانستند، یعنی به

اعتقاد آن‌ها، پاره‌خط راست از کنار هم گذاشتن تعداد معینی نقطه به‌وجود آمده است، نه از حرکت پیوسته‌ی نقطه، چون تعداد نقطه‌ها را به دلیل محدود بودن آن، هر قدر که زیاد باشد، می‌توان شمرد. پس طول هر پاره‌خط راست را، بر حسب واحدی که انتخاب کنیم، می‌توان با یک عدد طبیعی یا نسبت دو عدد طبیعی نشان داد ... البته، فیثاغورسیان باور داشتند که مفهوم‌هایی، مثل شادی، ترس، دوستی، خشم و ... را هم می‌توان به‌یاری عدد بیان کرد. ولی خود فیثاغورسیان با آگاهی‌هایی که از عیلامی‌ها، بابلی‌ها و مصری‌ها گرفته بودند، قضیه‌ای از هندسه را که امروز به‌نام «قضیه‌ی فیثاغورس» مشهور است، به‌ظاهر در حالت کلی ثابت کردند. البته، این را عرض کنم که بابلی‌ها و عیلامی‌ها هم به قنون کلی مربوط به رابطه‌ی بین طول‌های ضلع‌های مثلث قائم‌الزاویه رسیده بودند. "نویگه باور" مورخ ریاضی‌دان آلمانی در کتاب خود به‌نام «دانش‌های پایه در روزگار باستان» به‌صورتی قانع‌کننده روشن کرده است که مردم سرزمین‌های بابل و عیلام از این رابطه اطلاع داشتند. خود فیثاغورس سال‌ها در بابل بوده است و به‌قول هم عصرانش «دانش مغان را آموخته بود» ... به‌هرحال، همین فیثاغورسیانی که معتقد بودند، حتا مفهوم‌های روانی و معنوی را هم می‌توان به‌یاری عدد بیان کرد، از بیان طول قطر مربعی که ضلعی برابر واحد داشته باشند (یعنی طول یک پاره خط راست) در ماندند. زیرا این پاره خط راست را نتوانستند با عدد (یعنی نسبت دو عدد طبیعی) بیان کنند. طول قطر چنین مربعی برابر $\sqrt{۲}$ می‌شود، ولی آن‌ها عددهای گنگ را نمی‌شناختند و $\sqrt{۲}$ هم برابر با نسبت دو عدد طبیعی نیست. مدت‌ها این مطلب را از دیگران پنهان کردند و

سفارش کردند، کسی نباید آن را فاش کند. البته، مثل همه‌ی حالت‌های مشابه، این موضوع هم به‌وسیله‌ی یکی از خود فیثاغورسیان به بیرون درز کرد (و مشهور است که فاش کننده‌ی آن را در دریا غرق کردند). فاش شدن این مطلب که عدد، حتا قادر به‌بیان طول یک پاره‌خط راست نیست، فلسفه‌ی فیثاغورس را در هم شکست، گرچه تا سده‌ها بعد فلسفه‌ی فیثاغورس و اعتقاد به اعجاز عدد، بین فیلسوفان یونانی و از جمله افلاتون رواج داشت. افلاتون صفحه‌های زیادی از کتاب «جمهور» را با ویژگی‌های عدد و اعجاز آن پر کرده است. و این، نمونه‌ای از تأثیر متقابل ریاضیات و فلسفه بود. فلسفه‌ی پارمنیدس نمونه‌ی دیگری از آن است. پارمنیدس معتقد به یک پارچگی جهان بود و «حرکت» را نفی می‌کرد. در جهان یک پارچه و به‌هم چسبیده، سیلانی وجود ندارد و نمی‌توان حرکتی را تصور کرد. همه‌ی آن‌چه به‌صورت «حرکت» می‌بینیم، خیال ذهنی، یعنی تنها در تصور ماست. سخن پارمنیدس، تجربه و مشاهده‌های روزانه را نقض می‌کرد و کمتر کسی آن را می‌پذیرفت. «زنون» که شاگرد پارمنیدس بود، چهار استدلال برای اثبات نظر استاد خود آورد، استدلال‌هایی که جنبه‌ی ریاضی داشت و در ضمن، وجود حرکت را نفی می‌کرد. استدلال‌های زنون بر اساس استفاده از مفهوم «بی‌نهایت» بود، هم بی‌نهایت کوچک و هم بی‌نهایت بزرگ. برای نمونه، یکی از استدلال‌های زنون را می‌آوریم: اگر دو نقطه‌ی A و B را در نظر بگیریم، کسی که از A به قصد B حرکت کند، هرگز به B نمی‌رسد. او برای رسیدن به B اول باید به نقطه‌ی C، وسط AB برسد و برای رسیدن به C باید از نقطه‌ی D وسط AC عبور کند. برای عبور از D

باید اول از نقطه‌ی E وسط AD بگذرد و غیره. اگر استدلال را به‌همین ترتیب ادامه دهیم، متوجه می‌شویم که، این شخص، برای این‌که به نقطه‌ی B برسد، باید از بی‌نهایت نقطه عبور کند و برای این‌منظور، به زمانی برابر بی‌نهایت نیاز دارد. بنابراین، وقتی می‌بینیم کسی از A حرکت کرده و به B رسیده است، در واقع چیزی جز تصور ما نیست. زنون می‌گفت: تیری که از کمان رها شود، هرگز به هدف نمی‌رسد و استدلال می‌کرد، تیر در هر لحظه در نقطه‌ی معینی واقع است. بودن در یک مکان به‌معنای سکون در آن مکان است و حرکت نمی‌تواند مجموعی از سکون‌ها باشد. به‌دلیل همین معماهای زنون بود که ریاضی‌دانان یونانی از طرح مسأله‌ی بی‌نهایت هراس داشتند. البته در این‌باره باید ارشمیدس را استثنا کرد، ولی بیشتر ریاضی‌دانان یونانی تلاش می‌کردند، استدلال‌های خود را به‌گونه‌ای طرح بریزند که ناچار به استفاده از مفهوم بی‌نهایت (چه بی‌نهایت بزرگ و چه بی‌نهایت کوچک) نباشند... البته نادرستی استدلال زنون چه از نظر ریاضی (در سده‌های شانزده و هفده میلادی) و چه از دیدگاه فلسفی (آغاز سده‌ی بیستم) روشن شد، ولی در زمان خود، نوعی بحران پدید آورد.

چه سفسطه‌های زنون و چه برداشت‌های نادرست فلسفی دیگری که از ریاضیات شد، نتوانست پیشرفت قانون‌مند ریاضیات را متوقف کند، گرچه گاهی موجب کندی این پیشرفت شد. همین مفهوم بی‌نهایت، به‌تدریج از سده‌های سیزده و چهارده میلادی وارد در بحث شد، ولی آغاز این بحث از جایی بود که به نظر بی‌معنی می‌آید. بین برخی کشیش‌ها این بحث درگرفته بود که: آیا در نوک یک سوزن

تعداد محدودی فرشته جا می‌گیرد یا بی‌نهایت فرشته؟ این بحث دینی ـ فلسفی، مفهوم بی‌نهایت را دوباره به صحنه آورد و به‌تدریج ریاضی‌دانان هم وارد میدان شدند. البته بعد از ارشمیدس، تا سده‌ی شانزدهم میلادی، کسی به طور جدی و از دیدگاه ریاضیات، به این مفهوم نپرداخت.

زمانی و تا مدتی بعد از آن‌ها (از جمله، ریاضی‌دان و فیلسوفان ایرانی) پیرو منطق «دو ارزشی، ارسطو بودند و جمع ضدین» را نمی‌پذیرفتند. استدلالی یا درست است یا نادرست و نمی‌تواند هم درست باشد و هم نادرست یا نه درست باشد و نه نادرست، در حالی که در ریاضیات (و خیلی جاهای دیگر) چنین نیست. از این جمله است دو مفهوم متضاد پیوستگی و گسستگی. این دو مفهوم همه جا در ریاضیات با هم پیش می‌روند، از ساده‌ترین موضوع‌ها تا پیچیده‌ترین مسأله‌های ریاضیات امروزی. مثالی مقدماتی و ساده: با گام‌های خود طولی را اندازه می‌گیرید گام‌هایتان را می‌شمارید: ۱، ۲، ۳، ... این‌ها عددهای طبیعی و ناپیوسته‌اند، ولی طول را اندازه می‌گیرید که مفهومی پیوسته است. در این جا پیوستگی و ناپیوستگی در خدمت یک موضوع، یعنی اندازه‌گیری، قرار دارند. مفهوم‌های «ماکزیمم» و «می‌نیمم» هم به همین گونه است. هر جا از مفهوم ماکزیمم استفاده کنید، به نحوی با مفهوم می‌نیمم هم سر و کار دارید. وقتی یک پل ساخته می‌شود، با دو شرط نخستین همراه است: حداکثر استحکام با حداقل هزینه. منطق «دو ارزشی» در بسیاری از مسأله‌ها کارایی ندارد. وقتی به عنوان مثال حکم کنیم «x از $\frac{1}{x}$ بزرگتر است،» با منطق دوارزشی پاسخی نداریم و نمی‌توانیم بگوییم، این حکم درست است

یا نادرست؟ در واقع، این حکم هم می‌تواند درست باشد، هم نادرست و بستگی به مقدار x دارد. اگر تنها عددهای مثبت را در نظر بگیریم، با شرط $x>1$ این حکم درست است، یعنی x از $\frac{1}{x}$ بزرگتر است، ولی اگر x عددی مثبت و کوچکتر از واحد باشد، آن وقت حکم «x بزرگتر از $\frac{1}{x}$ است»، نادرست از آب در می‌آید، در این حالت $\frac{1}{x}$ از x بزرگتر است، و سرانجام در حالت $x=1$، دو مقدار x و $\frac{1}{x}$ با هم برابرند. بسیاری از کسان تلاش کرده‌اند با یاری گرفتن از «تمثیل» ریاضیات را به خدمت دیدگاه‌های خود بگیرند. از جمله اشراقیون ایرانی، تصاعد هندسی

۱، ۲، ۴، ۸، ۱۶، ۳۲، ...

را که از $۲^{n-۱}$ برای مقدارهای طبیعی n به دست می‌آید، «تبلی بی‌پایان بودن انوار الهی» می‌دانستند. لایب‌نیتس، ریاضی‌دان بزرگ آلمانی که در ضمن کشیش و یک مسیحی معتقد بود، با کشف عددنویسی «دو دویی» یعنی عددنویسی در مبنای ۲ (که امروز برای ماشین‌های حساب و رایانه‌ها، اهمیت فراوان دارد) گمان می‌کرد، روشی ریاضی برای اثبات وجود پروردگار پیدا کرده است. هر عددی که در مبنای ۲ نوشته شود، فقط از رقم‌های ۰ و ۱ استفاده می‌کند. لایب‌نیتس می‌گفت صفر یعنی هیچ و «یک» یعنی واحد، من با ۱ و ۰ می‌توانم همه عددها را بنویسم، خدا هم به همین ترتیب، از واحد (یعنی خدا) و هیچ قادر بوده است تا همه‌ی جهان را بیافریند. درباره‌ی استفاده یا سوءاستفاده فیلسوفان از ریاضیات، به ویژه جنبه انتزاعی بودن آن، می‌توان به تفصیل صحبت کرد که البته این مجلس جای آن نیست.

در این‌جا بهتر است به «فلسفه‌ی ریاضیات» بپردازیم و از بحث «فلسفه در ریاضیات» بگذریم. ریاضیات چیست؟ روش آن چگونه است؟ تا چه حد قابل اعتماد است؟ آیا ریاضیات دانشی کامل و بی‌نقص است؟ آیا قانون‌های ریاضیات، حقیقت‌هایی بی‌تغییرند یا ریاضیات هم در جریان تکامل خود، تغییر می‌کند؟ آیا تکامل ریاضیات موجب نقض قانون‌های قبلی و از بین رفتن آن‌ها می‌شود؟ آیا بی‌تناقضی ریاضیات را می‌توان در همه جا ثابت کرد؟ ریاضیات تا کی می‌تواند پیش برود و در چه زمینه‌هایی کارایی دارد و تا چه اندازه؟ ... کوتاه سخن «درون مایه»، «جوهر» و «ماهیت» و «کارآیی» ریاضیات چیست؟ بحث در این مسیر هم بحثی دراز و تاریخی به قدمت تاریخ بشر دارد. اندیشمندانی که درباره‌ی «فلسفه‌ی ریاضی» به چالش پرداخته‌اند، با اندکی گذشت به دو گروه می‌توان تقسیم کرد. در گروه اول کسانی قرار دارند که به شرح بحران‌های مقطعی در مسیر تکاملی ریاضیات پرداخته‌اند، مثل نمونه‌ای را که درباره‌ی بحران اندازه‌گیری طول قطر مربع به ضلع واحد در بین فیثاغوریان و بحران «مقدارهای بی‌نهایت کوچک و بی‌نهایت بزرگ» با طرح معماهای زنون پدید آمد. این گونه «بحران‌ها» در تمامی طول تاریخ ریاضیات وجود داشته است. در سده‌ی نوزدهم، کانتور، نظریه‌ی مجموعه‌ها را آورد. یک مجموعه، به‌طور معمول عضو خودش نیست. وقتی می‌گوییم «مجموعه‌ی عددهای طبیعی» خود مجموعه، یک عدد طبیعی نیست و بنابراین، نمی‌تواند عضو خودش باشد. اکنون مفهوم مجموعه‌ی همه‌ی مجموعه‌هایی را در نظر می‌گیریم که هیچ کدام از آن‌ها عضو خودشان نباشند. خود این «مجموعه‌ی مجموعه‌هایی که عضو

خودشان نیستند» در کجا جای دارد؟ آیا می‌تواند عضو این «مجموعه‌ی مجموعه‌ها» باشد؟ اگر چنین باشد، یعنی مجموعه‌ای است که در ضمن عضوی از خودش است و این با شرط تشکیل مجموعه‌ی ما نمی‌سازد (زیرا مجموعه‌هایی را در «مجموعه‌ی مجموعه‌ها، جا داده بودیم که هیچ کدام عضو خودشان نباشند). خوب پس باید بپذیریم، این «مجموعه‌ی مجموعه‌ها» عضو خودش نیست، ولی در این صورت با شرط تشکیل «مجموعه‌ی مجموعه‌ها» سازگار می‌شود و در نتیجه باید عضوی از آن باشد. یک سرگردانی پدید می‌آید: اگر فرض کنیم این مجموعه، عضوی از خودش است، این نتیجه به‌دست می‌آید که عضو خودش نیست و اگر فرض کنیم عضو خودش نیست، به این نتیجه می‌رسیم که باید عضو خودش باشد؛ یک دور باطل.

از نیمه‌های سده‌ی نوزدهم این بحث مطرح شد که: آیا هر کدام از شاخه‌های ریاضیات در درون خود بی‌تناقض است؟ کار را از «حساب» آغاز کردند، معلوم شد «بی‌تناقضی» حساب را به شرطی می‌توان ثابت کرد که از یک درجه‌ی بالاتر انتزاع، یعنی «جبر» استفاده کنیم، یعنی بی‌تناقضی «حساب» را در درون خود حساب نمی‌توان ثابت کرد. به همین ترتیب، بی‌تناقضی «جبر» تنها با استفاده از «آنالیز ریاضی» ممکن است و نه در درون خود جبر و غیره.

باید یادآوری کنم، این گونه بحث‌ها در واقع امر،نه به ریاضیات مربوط است و نه به فلسفه. این بحث‌ها مربوط به منطق است. برتراند راسل که همراه با وایتهد،کتاب «اصول» خود را در سه جلد تنظیم و این گونه «**معماها**» را مطرح کرد، خود یکی از کسانی است که به آن‌ها

«منطق‌گرا» می‌گویند و باید توجه داشت، در همان حال که منطق‌گرایان خود را گرفتار این معماها کرده بودند، ریاضیات سیر طبیعی و قانون‌مند خود را می‌پیمود و پیش می‌رفت و دشواری‌های زندگی و صنعت را حل می‌کرد. این گونه معماها را در هر مقوله‌ای می‌توان پیدا کرد و افسانه‌ای را به یاد می‌آورد که به احتمالی آن را شنیده باشید. این افسانه از روم باستان به ما رسیده است. افسانه چنین است: در جزیره‌ای مردمی می‌زیستند که هر وقت بیگانه‌ای وارد آن می‌شد، او را در برابر پرسشی قرار می‌دادند، اگر پاسخ درست می‌داد او را در برابر «الاهه‌ی راستی» قربان می‌کردند و اگر پاسخ نادرست می‌داد در برابر «الاهه‌ی دروغ». از آدمی هوشمندتر از خودشان، که وارد جزیره شده بود، پرسیدند: آیا تو را پای «الاهه‌ی راستی» قربانی خواهیم کرد یا در برابر «الاهه‌ی دروغ» و او پاسخ داد: شما مرا در برابر الاهه‌ی دروغ قربانی می‌کنید و اهالی جزیره در مقابل او درماندند. اگر او را همان طور که خودش گفته بود در برابر الاهه‌ی دروغ قربانی می‌کردند، به معنای این بود که پاسخ بیگانه درست بوده و بنابراین باید پای الاهه‌ی راستی قربانی شود، ولی اگر او را در برابر الاهه‌ی راستی قربانی کنند، یعنی بپذیرند که او راست گفته است، آن وقت باید پاسخ راست او را اجرا کنند، یعنی پای الاهه‌ی دروغ قربانی کنند. همان‌طور که عرض کردم، این‌ها ربطی به ریاضیات و فلسفه ریاضی ندارد و بیشتر ناشی از عدم پذیرش «تضاد» در پدیده‌ها و فرآیندهاست.

ولی در زمان ما، «فلسفه‌ی ریاضی» را در غرب به معنای روش برخورد با ریاضیات گرفته‌اند. شاید بتوان بیش از سه مکتب در

زمینه‌ی «فلسفه‌ی ریاضی» نام برد که ضرورتی در بحث تفصیلی در باره‌ی آن‌ها نمی‌بینیم. در یک تقسیم‌بندی کلی می‌توان از سه مکتب اساسی یاد کرد: منطق‌گرایان، شهودگرایان و صورت‌گرایان (یا فُرمالیست‌ها)، در رأس منطق‌گرایان نام‌هایی همچون فرگه، وایتهد و راسل قرار دارند. البته از لایب‌نیتس هم باید یاد کرد که پیش از آن‌ها می‌زیست و از معتقدان به اصالت منطق بود. در واقع لایب‌نیتس بود که پایه‌های نخستین منطق ریاضی را گذاشت.

لایب‌نیتس، بیشتر یک فیلسوف مسیحی بود و از راه فلسفه وارد ریاضیات شد. او در تمامی زندگی خود، که خدمت‌های زیادی به دانش ریاضی کرد، در پی پیدا کردن قانونی کلی بود که به یاری ریاضیات بتواند همه‌ی دشواری‌های مادی و معنوی بشر را حل کند. آرزوی لایب‌نیتس این بود که در بحث‌های فلسفی، سیاسی، اجتماعی، به جای این که با هم به مشاجره و جدل بپردازند، پشت میز و رو در روی هم بنشینند و قلم و کاغذی به دست گیرند و با دستورها و فرمول‌های ریاضی، دیدگاه‌های خود را مطرح کنند و از آن جا که ریاضیات، دانشی منطقی و قانع‌کننده است، دو طرف به دیدگاهی واحد برسند.

برتراند راسل که می‌گفت: منطق فطریِ انسان است، یعنی چه؟ آیا به این معنی است که بشر در نهاد خود منطق را از بی‌منطق تشخیص می‌دهد و گرایش به سمت کارهای منطقی دارد؟ پس این همه بی‌منطقی که در کار انسان‌ها و جهان انسانی می‌بینیم، از کجا سرچشمه می‌گیرد؟ آیا این همه آدم‌کشی، بی‌رحمی و بی‌عدالتی که ناظر آنیم، منطقی است؟ حقیقت این است که «فطرت» تنها یک واژه

است و نمی‌تواند موضوعی را روشن کند.
شهودگرایان، که در رأس آن‌ها، ریاضی‌دان بزرگی به نام «براور» قرار دارد، بـه گـونه‌ی دیگـری مـی‌انـدیشند. در ضـمن یک ریـاضی‌دان شهودگرا را بـا یک فـیلسوف یـا عـارف اشـراقـی نـباید اشـتباه کـرد. ریاضی‌دان شهودگرا معتقد است تنها به مفهوم‌ها و قضیه‌هایی می‌توان اعتماد کـرد کـه قـابل آزمـایش بـاشد. در جبر قـضیه‌ای وجـود دارد (قضیه‌ی اساسی جبر) که می‌گوید: هر معادله‌ی چند جمله‌ای درجه n (به شرط طبیعی بودن عدد n) دارای n جواب است، ولی شهودگرا، آن را نمی‌پذیرد، زیرا در بسیاری معادله‌ها، نمی‌توانیم در عمل، هر n جواب را به دست آوریم. شهودگرا، استقرای ریاضی را قبول ندارد، زیرا ضمن استفاده از آن، به مفهوم «بی‌نهایت» بر می‌خوریم، در حالی که شهودگرا، با پیروی از نظر کانت، «بی‌نهایت» را مفهومی می‌داند که با خودش در تضاد است و بنابراین نمی‌توان آن را پذیرفت. شهودگرا، «بـرهان خُـلف» و هـر اسـتدلال غـیرمستقیم را قـبول نـدارد و تـنها استدلالی را می‌پذیرد که مطلب را به‌طور مستقیم ثابت کند و به نتیجه برساند.
سرانجام به صورت‌گرایان یـا فُـرمالیست‌ها مـی‌رسیم کـه «هـیلبرت» ریاضی‌دان بزرگ آلمـانی در رأس آن‌هـا قـرار دارد. یک صـورت‌گرا، معتقد است، تنها با فرمول می‌توان دشواری‌ها را حل کـرد، در هـمه چیز، هر شاخه‌ی ریاضی را با دقت بر اساس اصل موضوع‌ها قرار داد و سپس، مثل پلکان نـردبان، هـر پـله را بـا اسـتدلال نـاشی از اصـل موضوع‌ها پیمود. ریاضیات، چیزی جز از رابطه‌های صوری، آن هم مـوضوع‌های انـتزاعـی نـیست و بـنابرایـن، بـدون «اصـل مـوضوع»،

«تعریف» و «استدلال پیوسته» روی نمادها، راه دیگری برای پیشرفت ریاضیات و قانع‌کننده بودن آن، نیست.

همه‌ی این مکتب‌ها، توانسته‌اند به‌نحوی به ریاضیات خدمت کنند. هر کدام از آن‌ها جنبه یا جنبه‌هایی از درون مایه و جوهر ریاضیات را روشن کرده‌اند، ولی هیچ‌کدام، به‌تنهایی نمی‌توانند همه جنبه‌های فلسفی، یا بهتر بگوییم «روش شناختی» ریاضیات را آشکار کنند: در ضمن باید گفت: خود این مکتب‌ها چیزی به‌خود ریاضیات نیفزودند، بلکه تنها اندیشه‌ها را در باره‌ی ماهیت ریاضیات گسترش دادند. ریاضیات مجموعه‌ای پیچیده، ولی یک‌پارچه است و نمی‌توان تنها از یک سمت به آن نگریست.

چه باید کرد؟ برای بررسی درست ماهیت ریاضیات، باید از به اصطلاح «عقل سلیم» پرهیز کرد و در ضمن، این تصور را کنار گذاشت که همه چیز را می‌توان با منطق «دو ارزشی» ارسطو حل کرد. عقل سلیم، هزاران سال بشر را در بند این اعتقاد نادرست گرفتار کرده بود که: زمین و همه‌ی ستارگان و سیاره‌ها به دور زمین می‌چرخند. بتلمیوس، بر اساس همین فرض «زمین مرکزی» دستگاه بسیار پیچیده‌ای برای توجیه حرکت‌های جرم‌های آسمانی ساخت که نزدیک به دو هزار سال مورد قبول همه بود. تنها اندکی بیش از چهارصد سال پیش بود که کپرنیک و به دنبال او کپلر، زمین را از مرکز عالم جدا کردند و قانون‌های حرکت سیاره‌ها و از جمله زمین را دور خورشید عرضه داشتند. البته نظریه‌ی تازه‌ی «خورشید مرکزی» از جانب‌های مختلف و از جمله از جانب دربار پاپ رد و کتاب کپرنیک ممنوع اعلام شد و چه بسیار کسان که در راه دفاع از نظریه‌ی او

محکوم به مرگ شدند که «جیوردانو برونو» از میان آن‌ها مشهور است.
نمونه‌ی دیگر، نظریه‌ی ارسطو در باره‌ی سقوط آزاد بود. او می‌گفت دو جسمی که با هم رها شوند، آن که سنگین‌تر است زودتر به زمین می‌رسد و گمان می‌رفت، این حرف هم با «عقل سلیم» (بهتر بگوییم «عقل ساده‌اندیش) سازگار است. وقتی گالیله قانون سقوط جسم آزاد را کشف و اعلام کرد همه‌ی جسم‌ها، به فرض نادیده گرفتن مقاومت هوا، با هم به زمین می‌رسند، باز فریاد اعتراض از همه طرف بلند شد. برای قبول نظریه‌ی گالیله، نه استدلال‌های او، بلکه عمل و زندگی به یاری آمد، چرا که در تیراندازی همیشه تیر به خطا می‌رفت و تنها با قانون‌هایی که گالیله آورده بود، می‌شد روش درست تیراندازی را آموخت.

آن‌چه می‌تواند ماهیت و جوهر ریاضیات را بشناسد، تاریخ ریاضیات و چگونگی شکل‌گیری مفهوم‌های ریاضی است. بدون توجه به تاریخ ریاضیات و بدون توجه به بستگی تنگاتنگ ریاضیات با نیازهای بشری، نمی‌توان «درون مایه‌ی» ریاضیات را شناخت.

در دهه‌های نخست سده‌ی بیستم، بزرگترین ریاضی‌دانان فرانسه، که خدمت‌های زیادی هم به پیشرفت ریاضیات کرده‌اند، گروهی تشکیل دادند و بدون این که نام‌های خود را اعلام کنند، زیر نام مستعار «نیکلا بورباکی»، کتاب‌های باارزشی در زمینه‌ی ریاضیات نظری منتشر کردند. آدم‌های مشهوری چون «کارتان» و «دیودونه» جزو این گروه بودند. این گروه تنها به ریاضیات نظری توجه دارد. در کتابی که «بورباکی» در باره‌ی «تاریخ ریاضیات» نوشته است، نظر می‌دهد که ریاضیات، با تجربه و کاربرد هیچ میانه‌ای ندارد! و این حقیقت را رازی

حیرت‌آور می‌داند که «چرا برخی از جنبه‌های ریاضیات، کاربرد خود را در عمل پیدا کرده است»، رازی که به احتمالی هرگز گشوده نخواهد شد. گروه «بورباکی» خدمت‌های ارزنده‌ای به ریاضیات داشته است، ولی بهتر می‌بود اگر ریاضیات را به صورتی یکپارچه (یعنی مجموعه‌ی ریاضیات نظری و کاربردی) در نظر می‌گرفتند، چرا که به قول گالیله «ریاضیات، زبان طبیعت است و برای شناخت طبیعت، باید با این زبان آشنا بود.» اگر ریاضیات را به صورت مجموعه‌ای پیوسته و جدایی‌ناپذیر، از ریاضیات نظری و ریاضیات کاربردی در نظر بگیریم، متوجه می‌شویم، در درازترین دوره‌ی تکامل خود، یعنی ریاضیات پیش از یونان باستان، جنبه‌ی کاربردی داشته و ضمن پدید آوردن نخستین مفهوم‌های انتزاعی و نخستین قضیه‌ها و قاعده‌ها، اولویت را به کاربرد آن‌ها داده است. و چقدر جالب است که در این دوران طولانی، هرگز مواجه با بحران و یا گیرهای کلامی نشده و آرام، ولی پیوسته، رو به جلو داشته است. اگر جایی، در عمل و ضمن استفاده از دستورهای ریاضی، به دشواری برمی‌خوردند، درصدد اصلاح آن بر می‌آمدند و به همین دلیل، به‌تدریج منطق و استدلال وارد ریاضیات شد و به کمال رفت. اگر ریاضیات را از دوران ریاضیات نظری یونان، بعد دوران ریاضیات کاربردی دانشمندان ایرانی و سپس دوباره ریاضیات نظری بعد از رنسانس در اروپا و سرانجام ریاضیات امروزی (که باز هم سمت‌گیری کاربردی دارد) در مسیر تاریخی خود بررسی کنیم، می‌بینیم که ریاضیات، در بیرون از بحث‌های فلسفی و گاه عرفانی، هرگز از پیشرفت باز نایستاده و در راستای «شناخت طبیعت و جامعه» یاور انسان بوده است. ریاضی‌دان می‌نشیند و با

بحث و بررسی خالص نظری در گونه‌های کهن «تقارن» به این نتیجه می‌رسد که تنها ۲۳۰ گونه متفاوت تقارن وجود دارد (تقارن‌های «مرموروفی») بعد بلورشناسان، بدون این که با استدلال‌های دقیق ریاضی آشنا باشند، ضمن آزمایش، ثابت می‌کنند که در طبیعت هم تنها ۲۳۰ گونه تقارن و ویژگی‌های مهندسی خاص خود، در بلورها پیدا می‌شود.

همه می‌دانیم، هر کدام از سیاره‌های نپتون و پلوتون، پیش از آن که با تلسکوپ دیده شوند، وجودشان با محاسبه‌های ریاضی ثابت و جا و وزن آن‌ها معین شد.

البته، این درست است که ریاضیات هم، مثل هر دانش دیگری، در درون خود تضادهایی دارد، و این نه تنها دشواری نیست، بلکه باید پذیرفت که مبارزه‌ی درونی ریاضیات، که بین عنصرهای متضاد آن وجود دارد، موجب تکامل ریاضیات می‌شود. ریاضیات، دانشی زنده و پویا است، هرگز به «حقیقت محض» نمی‌رسد، ولی ضمن پیشرفت خود و با محک آزمایش در جامعه و طبیعت، به‌طور دایم به حقیقت نزدیک‌تر می‌شود. ریاضیات، هرگز گذشته خود را دور نمی‌ریزد، بلکه آن را سوهان می‌زند، دقیق‌تر می‌کند و به سمت حقیقت واقع، گام برمی‌دارد. ریاضیات، مثل دانش‌های دیگر و البته بهتر از آن‌ها، با واقعیت‌ها سر و کار دارد، نه با حقیقت خالص. ریاضیات، از طبیعت، زندگی، کاربردهای علمی آغاز می‌شود، رو به انتزاع می‌رود و به نتیجه‌های کلی‌تر دست می‌یابد، بعد دوباره به زندگی، صنعت و طبیعت برمی‌گردد تا اندازه‌ی کارآیی آن مورد آزمایش قرار گیرد.

انتزاع هم خاص ریاضیات نیست. شما «رنگ زرد» یا «رنگ قرمز»

دارید، ولی «رنگ» به مفهوم مجرد و انتزاعی آن که به هیچ رنگ خاصی مربوط نباشد، ندارید. شما با «درخت سرو» یا «درخت سیب» روبه‌رو می‌شوید، ولی «درخت» مجرد را در جایی نمی‌یابید. مفهوم «رنگ» یا مفهوم «درخت» مفهومی انتزاعی است، مثل مفهوم «عدد» در ریاضیات، ولی در ریاضیات بیش از هر جای دیگری با انتزاع سر و کار داریم و همین امر است که نیروی بیشتری به ریاضیات می‌دهد و آن را برای نتیجه‌گیری‌های کلی آماده‌تر می‌کند.

بحث خود را کوتاه کنم، در ریاضیات هم، مثل هر دانش دیگری، باید درباره‌ی چندی و چونی آن صحبت کرد، چرا که یکی از راه‌های پیشرفت ریاضیات است. اما در این راه نباید دچار بازی‌های منطقی بشویم و راه‌حل را در حل معماهایی بدانیم که در واقع به ریاضیات ربطی ندارند. ولی برای شناخت بهتر ریاضیات، باید به تاریخ ریاضیات و به کاربردهای آن توجه داشت، چرا که این دو مسیر ما را در جریان چندی و چونی ریاضیات می‌گذارند. وقتی از تاریخ ریاضیات گفت و گو می‌کنیم، به یاد داشته باشیم که دوره‌های پیاپی تکامل ریاضیات، از قانون «نفی در نفی» استفاده می‌کند و همیشه از دوره‌ی کاربردی به دوره‌ی نظری و سپس از دوره‌ی ریاضیات نظری به ریاضیات کاربردی می‌رود. از حوصله شماها تشکر می‌کنم و اگر مطلبی ارائه ندادم که برای شما تازگی داشته باشد، پوزش می‌خواهم.

از سخن‌رانی پرویز شهریاری در گردهم‌آیی
دانش‌آموختگان دانشکده‌ی فنی دانشگاه تهران

نهایت و بی‌نهایت

پرویز شهریاری

«جهان کتابی است پر از فلسفه. این کتاب در برابر چشمان ما گشوده است. ولی تنها زمانی می‌توان آن را درک کرد که با زبان و نشانه‌های آن آشنا باشیم. این زبان، ریاضیات و این نشانه‌ها مثلث‌ها، دایره‌ها و سایر شکل‌های هندسی‌اند»

گالیله

«... استنباطی که بعضی عقاید انحرافی نسبت به علم داشتند، آن را از صفحه‌ی اذهان خارج ساخت و به جای آن اعتقاد به موهومات نشاند...»

ابن خلدون

بیکرانی و گستردگی دشت‌ها، بی‌انتهایی دریا، بی‌پایانی آسمان (آسمانی که به‌قول پاسکال، همچون حقیقت، وسعتی بیکران دارد، مرکزش هیچ جا و کرانه‌اش همه جاست) و انبوهی ستارگان، حتا بشر نخستین را که دستش برای هر گونه آزمایش و جست‌وجویی بسته بود به اندیشه وا می‌داشت که البته، اغلب همراه با هراسی هول‌انگیز بود. این «بی‌مرزها»

هم سرچشمه‌ی خیر و برکت بودند و هم سرچشمه‌ی شر و بدبختی؛ هم می‌ساختند و می‌آراستند و هم موجب ویرانی و نابودی می‌شدند. و چنین بود که افسانه‌های بی‌شمار درباره‌ی باد و باران و توفان و ... به‌وجود آمد و انسان جاهل را گرفتار جادوگرانی کرد که مدعی بودند با «خدایان» رابطه دارند و می‌توانند با هدیه و قربانی و وردهای خود، خشم آنان را فرو نشانند و انسان و دام و کشتزار را در پناه خود بگیرند.

و هم ناشی از عدم درک «نامتناهی» است که گاه، انسان «عاقل» را هم، به فرار از حقیقت وا می‌دارد و به تخیل و حتا هذیان می‌کشاند. و شگفتا که بسیاری از همین تخیل‌ها و هذیان‌ها، به‌تدریج رنگ حقیقت به خود گرفته است و، در دوره‌های طولانی، تعبد را بر عقل و خرد آدمی مسلط کردند و به صورت باورهای یقینی، همچون زنجیرهای گران، انسان را در طول سده‌های متوالی، از حرکت به جلو و جست‌وجوی حقیقت باز داشتند.

از آن جمله «دوران سیاه سده‌های میانه را می‌توان نوعی رستاخیز ماقبل منطق دانست. پرورش ناچیز علم، آن چنان با افکار کاذب علمی درآمیخته بود که می‌توان وظیفه‌ی تاریخ‌نویس کنونی را، که با آن دوران سروکار دارد، با وظیفه‌ی کسی که بخواهد مواد اولیه‌ی یک ظرف املت را از هم جدا کند، مقایسه کرد» [توبیاس دانتزیگ در کتاب «میراث یونان»] و این بدان علت است که به قول کندورسه «عادت به تفکر نادرست نیز، همچون استدلال درست، تمایل به رشد و افزایش دارد.» و چنین بود که چون «عهد عتیق»، عدد π را برابر ۳ دانسته بود، کشیشان بسیاری، هم خود را بر سر این امید بیهوده گذاشتند که ثابت کنند عدد π درست برابر است با ۳.

* * *

یونانی‌ها، که از سده‌های کم و بیش دور پیش از میلاد تا سده‌های اول بعد از میلاد، دوران شکوفایی دانش و هنر خود را می‌گذراندند، با نظام بردگی دست به گریبان بودند. «دموکراسی» تنها برای آزادها بود و شامل بردگان نمی‌شد. کارها به دو بخش «حقیر» و «شریف» تقسیم شده بود. هر کار عملی و «حقیر» متعلق به بردگان و کارهای «ذهنی» و «معنوی» در اختیار آزادها بود. شاید به همین دلیل باشد که دانش‌هایی همچون حساب و جبر، یا به وجود نیامد و یا در مرحله‌های نخستین خود متوقف شد. آزادها بیشتر به بحث‌های فلسفی و به دانش‌های مجرد علاقه‌مند بودند، دانش‌هایی که، نه در خدمت کارهای «حقیر» عملی، بلکه راه‌گشای بغرنجی‌های حل نشده‌ی کاینات باشند. در یونان، حتا عددنویسی موضعی به وجود نیامد، در حالی که سده‌ها پیش از آن‌ها، مردم بابل و کمی بعدتر مردم هند، از عددنویسی موضعی استفاده می‌کردند. در واقع، حساب، دانشی «حقیر» بود، چراکه مورد استفاده عملی داشت، در حالی که از جمله هندسه، علمی «شریف» به شمار می‌آمد، چراکه گمان می‌رفت کاربردی در مسأله‌های روزمره و نیازهای زندگی ندارد.

با همه‌ی این‌ها، دانشمندان یونانی از واژه‌ی «بی‌نهایت» فرار می‌کردند و از کنار آن می‌گذشتند؛ به بی‌نهایت، همچون موجودی ترسناک که همه‌ی «قانون‌های» عقلی را در هم می‌ریزد، می‌نگریستند. تا جایی که حتا ارسطو که کوشیده است به تجزیه و تحلیل هر مقوله‌ای بپردازد ــ با تکیه بر این «حقیقت» که تعداد چیزهای جهان، در عمل، نمی‌تواند بی‌شمار باشد، از طرح مفهوم «بی‌نهایت» صرف‌نظر می‌کند؛ و جالب این است که کانت، با همه‌ی قدرت ذهنی خود، سده‌ها بعد از ارسطو، از همین اندیشه پیروی می‌کند و معتقد است که، اگر چه بی‌نهایت «بالقوه» وجود دارد، ولی هرگز

با بی‌نهایت «بالفعل» سروکار نداریم، چرا که خط راست را می‌توان به اندازه‌ی دلخواه ادامه داد و یا عدد را می‌توان به هر اندازه بزرگ کرد، ولی هم خط راست و هم عدد، در هر حال در عمل، محدود باقی می‌مانند. هم ارسطو و هم کانت معتقد بودند که قبول «بی‌نهایت» به معنای «جمع اضداد» است.

در این‌جا تنها یادآوری می‌کنیم که مکتب شهودگرایی در ریاضیات که براثوور را می‌توان یکی از نامدارترین نمایندگان آن دانست، در تحلیل آخر، دنباله‌رو ارسطو و کانت است. شهودگرایان معتقدند تنها باید قانون‌هایی از ریاضیات را پذیرفت که بتوان با آن‌ها عمل کرد، و چون دسترسی به بی‌نهایت ممکن نیست، بنابراین نمی‌توان درباره‌ی قانون‌های مربوط به آن صحبت کرد. یک شهودگرا، حتا این قضیه را که، بنابر آن، «هر معادله‌ی درجه‌ی n دارای n ریشه است» قبول ندارد، زیرا همیشه نمی‌توان این n ریشه را به‌دست آورد.

* * *

شاید برخی حادثه‌ها، به هراس یونانی‌ها از بی‌نهایت و فرار از آن، کمک کرده باشد. به دو نمونه از این حادثه‌ها اشاره می‌کنیم.

مکتب فیثاغوری، عدد و نسبت‌های عددی را سرچشمه‌ی شناخت می‌دانست. به این سخنان فیلولائوس فیثاغوری، که اهل کروتن بود، گوش کنید:

در هر چیز که می‌توان شناخت، عددی دارد، زیرا ناممکن است که بی‌عدد، چیزی در اندیشه، ادراک یا شناخته شود. عدد دارای دو صورت مخصوص است: جفت و تاق و، همچنین، یک صورت جفت ـ تاق که

آمیخته از این دو عدد است. هر یک از این دو صورت دارای اشکال زیاد است و هر کدام از این اشکال، اشاره به یک چیز است ... «یک» اصل همه است ... ذات عدد و تأثیرهای آن را باید از نیرویی قیاس کرد که در عدد ده است، زیرا بزرگ است، تمام کننده‌ی همه است و اصل و راهنمای زندگی خدایی، آسمانی و انسانی است ... بدون عدد ده، همه چیز بی‌حد و ناروشن و مبهم می‌بود. زیرا طبیعت عدد، شناسایی‌بخش، راهنما و آموزنده است و اگر عدد و ذات عدد در کار نبودند، هیچ چیز از اشیاء، به هیچ‌وجه واضح نمی‌شد، نه در نسبت آن‌ها با خود و نه در نسبت آن‌ها با یکدیگر. ولی عدد، همه‌ی اشیا را در روان، با احساس، هماهنگ می‌کند و بدینسان آن‌ها را شناختنی و مطابق با یکدیگر مجزا می‌کند، به اشیا وجود جسمانی می‌بخشد و نسبت هر یک از آن‌ها را مجزا می‌کند، هم اشیای بی‌حد و هم اشیای باحد. مؤثر بودن طبیعت عدد و نیروی آن را می‌توان، نه تنها در چیزهای ایزدی و خدایی، بلکه در همه‌ی کارها و سخنان انسانی دید و، همچنین در حوزه‌ی کارهای صنعتی و، همچنین، در موسیقی. طبیعت عدد و همچنین هماهنگی، به هیچ‌وجه دروغ را در خود نگاه نمی‌دارد، زیرا دروغ برای عدد بیگانه است. دروغ و حسد، خاص طبیعت چیزهای بی‌حد و چیزهای نامعنوی و چیزهای بی‌خرد است. ولی دروغ، به هیچ راهی، در عدد داخل نمی‌شود، زیرا دروغ، چون چیزی دشمن و آشتی‌ناپذیر، با طبیعت عدد روبه‌رو است. ولی حقیقت، خاص نوع عدد و هم نهاد آن است.» [تاریخ فلسفه، کتاب اول، صفحه‌های ۱۲۶ و ۱۲۷، دکتر محمود هومن.]

فیثاغوریان، حتا راه‌حل بغرنج‌ترین مسایل زندگی اجتماعی بشر را، در ویژگی‌های «شناسایی‌بخش» عدد جست‌وجو می‌کنند. ببینید آرکیتاس

فیثاغوری، که خود حکمران تارانت بود، چقدر خوش باور است که به این ایده‌آلیسم ناب پناه می‌برد:

«اگر حساب صحیحی پیدا شود، شورش آرام می‌شود و صلح و سلامت افزایش می‌یابد ... زیرا به کمک این حساب، ما وظایف خود را نسبت به یکدیگر مشخص می‌کنیم و، به اعتبار آن، بینوایان از توانگران می‌گیرند و ثروتمندان به نیازمندان می‌دهند، زیرا هر دو به آن (به آن حساب) اعتماد دارند و می‌دانند که با آن حساب، همه به طور مساوی مالک خواهند شد. این حساب، قانون عمومی است و مانع نادرستان است و آن‌هایی را که می‌توانند درست حساب کنند، وامی‌دارد که جلو نادرستان درآیند، زیرا برای آن‌ها روشن می‌کند که، اگر از آن حساب تخلف کنند، پنهان نمی‌ماند و به آن‌هایی که نمی‌توانند حساب کنند، نشان می‌دهند که نادرستی آن‌ها از همین جاست و، به این ترتیب، آن‌ها را از نادرستی باز می‌دارد ...».

[همان جا، صفحه‌ی ۱۳۰.]

و افلاتون، که خود از هواداران مکتب فیثاغوری است؛ در کتاب «جمهور» خود، بحثی طولانی را به خاصیت‌های عدد اختصاص داده و همه‌ی گرفتاری‌ها و ناهمآهنگی‌ها را، ناشی از بی‌اطلاعی رهبران جامعه، از ویژگی‌ها و توانایی‌های عدد می‌داند.

وقتی که یک فیثاغوری از عدد صحبت می‌کند، منظورش عدد درست و یا نسبت دو عدد درست است؛ یعنی به زبان ریاضی، با حوزه‌ی عددهای گویا سروکار دارد. و این، به هیچ‌وجه عجیب نیست. حتا امروز هم که عددهای گنگ را به خوبی می‌شناسیم و با آن‌ها کار می‌کنیم، در عمل تنها از عددها و نسبت‌های گویا استفاده می‌کنیم. مثالی بیاوریم.

اگر از شما بپرسند، از بین همه‌ی استوانه‌هایی که سطح کل آن‌ها برابر ۶

مترمربع است، حجم کدام یک از همه بیشتر است؛ بعد از حل مسأله، می‌توانید پاسخ بدهید: استوانه‌ای که شعاع قاعده‌ی آن برابر $\frac{۱}{\sqrt{\pi}}$ متر و یا ارتفاع آن برابر $\frac{۲}{\sqrt{\pi}}$ متر باشد. ولی روشن است که، این عددها، نمی‌توانند هیچ‌گونه تصور ذهنی درستی درباره‌ی استوانه‌ای به ما بدهند؛ و اگر شما بخواهید به یک کارگاه سفارش بدهید تا چنین استوانه‌ای، برای یک منبع، برای شما بسازد، به فرض آن که کارگر مربوط، عدد π را هم بشناسد، نمی‌تواند با دقت کامل، دست به کار ساختن منبع مورد نظر شما بشود. ولی اگر به او بگویید که می‌خواهم منبع استوانه‌ای چنان باشد که ارتفاع آن با قطر قاعده‌اش برابر شود (یعنی مقطع محوری استوانه، به صورت یک مربع درآید)، هم سخن شما را به خوبی می‌فهمد و هم می‌تواند دستور شما را، با دقت کامل انجام دهد.

فیثاغوریان که معتقد بودند هر پدیده و هر روندی را، اعم از مادی یا معنوی، می‌توان با نسبت دو عدد درست نشان داد، بعد از کشف قضیه‌ای که به نام فیثاغورس شهرت دارد، به مشکلی بزرگ برخوردند. می‌دانیم، اگر مربعی به ضلع واحد را در نظر بگیریم، طول قطر آن برابر $\sqrt{۲}$ می‌شود. ولی یونانی‌ها، عددهای گنگ را نمی‌شناختند و، در نتیجه، همه‌ی تلاش‌های فیثاغوریان برای بیان قطر این مربع به وسیله‌ی یک عدد (یعنی یک عدد گویا) با شکست مواجه شد. هر عدد گویایی را، هر قدر نزدیک به $\sqrt{۲}$ در نظر می‌گرفتند، باز هم می‌شد عدد گویای دیگری پیدا کرد که، نسبت به اولی، به $\sqrt{۲}$ نزدیک‌تر باشد و این رشته، نه سری دراز، بلکه سری نامتناهی داشت. با رشته‌ای نامتناهی از عددها، سروکار پیدا کردند که مرتب به $\sqrt{۲}$ نزدیک می‌شد، ولی هرگز به خود آن نمی‌رسید. شاید به همین سبب باشد که طول قطر این مربع، و طول‌های نظیر آن را،

«غیرقابل بیان»، «اصم» و «گنگ» نامیدند، همین حادثه‌ی کوچک موجبی برای فروپاشیدن فلسفه‌ی فیثاغوری شد، که عدد را (یعنی عدد گویا را) «حاکم بر کاینات» می‌دانستند. همین حادثه، مسأله‌ی رشته‌های نامتناهی را مطرح کرد و، همراه با آن، به وحشت نسبت به مفهوم «بی‌نهایت» افزود. حادثه دوم، به چهار استدلال مشهور زنون ایلیایی مربوط می‌شود. زنون شاگرد پارمنیدس بود. استاد او، به یک پارچگی و پیوستگی جهان اعتقاد داشت و، از هیمن راه، استدلال می‌کرد که همه چیز بی‌تغییر و ثابت است و در یک چنین طبعیت یک پارچه و به هم پیوسته‌ای، هیچ گونه حرکتی نمی‌تواند وجود داشته باشد. شاگرد او، برای تأیید نظر استاد خود، چهار مسأله مطرح کرد که همه‌ی آن‌ها با مفهوم بی‌نهایت (هم بی‌نهایت بزرگ و هم بی‌نهایت کوچک) مربوط‌اند و، به کمک آن‌ها، ثابت کرد که هیچ گونه حرکتی، در جهان، قابل تصور و امکان نیست. یکی از استدلال‌های او، به این نتیجه منجر می‌شد که هیچ متحرکی نمی‌تواند فاصله‌ی بین دو نقطه‌ی A و B را طی کند و با آغاز از A به B برسد. استدلال او چنین بود: برای این که متحرک مورد نظر ما به B برسد، ابتدا باید از نقطه‌ی C وسط پاره‌خط AB عبور کند؛ ولی برای رسیدن به C اول باید از نقطه‌ی D وسط پاره‌خط AC بگذرد و همین طور تا آخر. یعنی متحرک مزبور، برای رسیدن به B باید از بی‌نهایت فاصله عبور کند و، برای عبور از بی‌نهایت فاصله، بی‌نهایت زمان لازم است و این، به معنای آن است که هرگز به B نمی‌رسد. بنابراین، اگر در عمل می‌بینیم که هر متحرکی وقتی از A روی پاره‌خط AB به طرف B حرکت کند، سرانجام به B می‌رسد، در واقع اشتباه حس ماست و پدیده‌ای را می‌بینیم که در واقع امر وجود ندارد. و طبیعی است که، این گونه حادثه‌ها، بیش از پیش، موجب هراس

اندیشمندان از طرح مفهوم «نامتناهی» می‌شد.
از این‌ها گذشته، ذهن کم تجربه و ساده‌اندیش انسان بیش از بیست سده پیش، دو مفهوم «بی‌نهایت» و «ابدیت» را به هم گره می‌زد و تنها راه نجات خود را، فرار از هر دوی آن‌ها می‌دانست.

* * *

انسان، به جز در حالت‌هایی استثنایی، نمی‌تواند از تأثیر نظرها و اعتقادهای زمان خود، مصون بماند: ببینید، یوهان کپلر دانشمند بزرگ نیمه‌ی دوم سده‌ی شانزدهم و نیمه‌ی اول سده‌ی هفدهم، کسی که سرانجام «راز کیهان» را گشود، در رساله‌ای با همین نام «راز کیهان»، چه موضوع‌های نابخردانه‌ای را مطرح می‌کند:
«... قبل از خلقت عالم، عددی به جز تثلیث وجود نداشت که خود خداوند است ... زیرا خط و صفحه، هیچ کدام متضمن عددها نیستند: در آن جا بی‌نهایت حاکم است. بنابراین بگذارید درباره‌ی احجام گفت‌وگو کنیم. در آغاز باید حجم‌های غیرمنظم را حذف کنیم، زیرا مورد نظر ما در این‌جا، خلقت بر پایه‌ی نظم است. باقی می‌ماند شش جسم، کره با آسمان بیرونی مطابق است، زیرا جهان از دو لایه ساخته شده، متحرک و ساکن. لایه‌ی ساکن تصویری از ذات خداوند است، در حالی‌که لایه‌ی متحرک چیزی جز انعکاس خداوند خالق نیست و، بنابراین، از مرتبه‌ی پایین‌تر است. در ماهیت خود مدور با خداوند و مسطح با خلقت او مطابقت دارد. در واقع، کره دارای سه لایه است: سطح، مرکز، حجم؛ همین طور است دنیای ساکن: آسمان، خورشید و اثیر و چنین است خداوند: آب، ابن، روح‌القدس. از طرف دیگر، دنیای متحرک به وسیله‌ی اجرام با وجوه

مسطح مشخص می‌شوند. از این اجرام، پنج نوع موجودند؛ با این‌حال، وقتی از محدوده‌ی خارج بنگرید، این تعداد پنج مشخص کننده‌ی شش جسم مستقل است؛ از این جا شش سیاره که به دور خورشید می‌گردند و، همچنین، دلیل آن که فقط شش سیاره وجود دارد، روشن می‌شود و چون خورشید در مرکز خلقت است، و باز از آن جا که این جرم در حال سکون، منبع همه‌ی جنبش‌هاست، تصویری است واقعی از خداوند خالق زیرا ارتباط خداوند با خلقت، همان است که خورشید با حرکت و جنبش دارد. ... من باز بیشتر نشان خواهم داد که اجسام صلب منتظم، به دو گروه تقسیم می‌شوند: سه عدد در یک گروه و دو تا در گروه دیگر. در وهله‌ی اول، مکعب، هرم و سرانجام دوازده وجهی به گروه بزرگتر متعلق‌اند. به گروه دوم، اول هشت وجهی و، پس از آن، بیست وجهی وابسته است. به این دلیل است که بزرگترین بخش کاینات، یعنی زمین، که در آن تصویری از خداوندگار دیده می‌شود، دو گروه را از یکدیگر جدا می‌سازد. زیرا همان‌طور که ثابت کرده‌ام، اجرام گروه اول باید در طرف بیرون مدار زمین قرار گرفته باشند و دسته‌ی دوم، در داخل مدار زمین ... بنابراین، من به این نتیجه رسیدم که مکعب را به زحل، چهاروجهی را به مشتری، دوازده وجهی را به مریخ، بیست وجهی را به زهره و هشت وجهی را به عطارد تخصیص دهم ...» [توبیاس دانتزیک، «میراث یونان».]

و شگفت‌تر این که، گالیله و تیخو براهه، این مطالب را تأیید کردند و مورد ستایش قرار دادند.

* * *

و چقدر شگفت‌انگیز است که ارشمیدس بزرگ، برخلاف روح زمان،

«نامتناهی» را به‌مبارزه طلبید و سربلند و پیروز از صحنه‌ی نبرد بیرون آمد. متن بسیاری از نوشته‌های ارشمیدس باقی‌مانده است. در بین آن‌ها، نوشته‌هایی است که به هندسه مربوط می‌شود و، در واقع، به مسأله‌های مکانیک و محاسبه بستگی دارند. ارشمیدس در این نوشته‌ها، به خصوص از روشی استفاده می‌کند که می‌توان آن را روش «افنا» نامید و این، همان روشی است که، دو هزار سال بعد، منجر به کشف محاسبه انتگرالی شد.

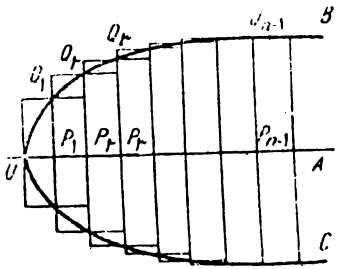
ساده‌ترین کاربرد روش «افنا» را در رساله‌ی «درباره‌ی اندازه‌گیری دایره‌ی» ارشمیدس می‌بینیم. ارشمیدس، در این رساله، برای نخستین بار در تاریخ ریاضیات، مسأله‌ی اندازه‌گیری طول محیط دایره و تعیین مقدار تقریبی عدد π را مطرح می‌کند و، در ضمن، میزان خطای موجود را، در هر مرحله از این محاسبه، به‌دست می‌دهد. ارشمیدس، با محاسبه‌ی محیط چند ضلعی‌های منتظم محاطی و محیطی، از دو طرف، به محیط دایره نزدیک می‌شود! او از مثلث‌های متساوی‌الاضلاع محاطی و محیطی آغاز می‌کند و، سپس، با دو برابر کردن‌های متوالی تعداد ضلع‌ها، خود را به ۹۶ ضلعی‌های منتظم محاطی و محیطی می‌رساند. او قطر دایره را برابر واحد می‌گیرد و ثابت می‌کند که، در این حالت، محیط ۹۶ ضلعی محاطی بیشتر از $3\frac{10}{71}$ و محیط ۹۶ ضلعی محیطی کمتر از $3\frac{1}{7}$ است. و، به این ترتیب، عدد $\frac{22}{7}$ را، به عنوان تقریب خوبی برای عدد π می‌پذیرد.

ارشمیدس، که در رساله‌ی «درباره‌ی اندازه‌گیری دایره» به محاسبه‌ی محیط و مساحت دایره پرداخته است، در رساله‌ی دیگر خود به‌نام «درباره‌ی کره و استوانه» به حالت فضایی، یعنی محاسبه‌ی سطح و حجم کره توجه می‌کند و با استفاده از همان روش «افنا» ثابت می‌کند که: سطح

کره برابر است با چهار برابر سطح دایره‌ی عظیمه، و حجم کره برابر است با چهار برابر حجم مخروطی که قاعده‌ی آن، دایره‌ی عظیمه‌ای از این کره و ارتفاع آن، شعاعی از آن باشد.

ارشمیدس در همین رساله، نتیجه‌های مهم و جالب دیگری هم به‌دست آورده است. از جمله، ثابت می‌کند که اگر در یک استوانه‌ی متساوی‌الساقین (استوانه‌ای که ارتفاع با قطر قاعده‌ی آن برابر باشد)، کره‌ای محاط کنیم، سطح کل و حجم استوانه، برابر با $\frac{۳}{۲}$ سطح و حجم کره می‌شود.

ارشمیدس در رساله‌ی «درباره‌ی کونوئیدها و سفروئیدها» از روشی نزدیک به روش انتگرال‌گیری امروزی استفاده می‌کند. او به جسم‌هایی کونوئید می‌گفت که از دوران یک قطعه سهمی یا هذلولی دور محور خود به‌دست آیند، یعنی همان چیزی که امروز سهموی (پارابولوئید) و هذلولوی (هیپربولوئید) نامیده می‌شود. باید گفت که نام‌گذاری ارشمیدس، بهتر از نام‌گذاری ماست، زیرا «پارابولوئید» یعنی شبیه سهمی، در حالی یک حجم را نمی‌توان شبیه یک شکل مسطح دانست، ولی «کونوئید» یعنی شبیه مخروط و، در واقع هم، جسم حاصل به مخروط شباهت دارد.



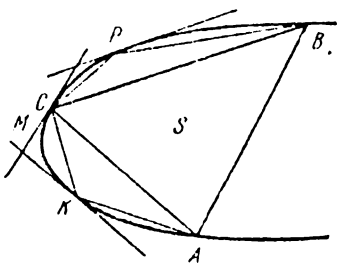
شکل ۱

روش ارشمیدس را،برای پیدا کردن حجم کونوئیدی که از دوران قطعه سهمی BOC دور محور OA به دست می‌آید، به این ترتیب می‌توان شرح داد (شکل ۱). ارتفاع قطعه

سهمی، یعنی OA را به بخش‌های برابر OP۱، P۱P۲، P۲P۳، ...، P_n−۱A تقسیم می‌کنیم. ازنقطه‌های تقسیم، که تعداد آن‌ها n است، عمودهای P۱Q۱، P۲Q۲، P۳Q۳، ...، P_n−۱Q_n−۱ را رسم می‌کنیم و مطابق شکل، مستطیل‌های محاطی و محیطی را می‌سازیم. اگر این شکل را دور OA دوران دهیم، دو جسم پله‌ای به‌دست می‌آید که از استوانه‌های محاط در کونوئید و محیط بر آن به‌دست آمده‌اند. حجم جسم بیرونی بیشتر از حجم کونوئید و حجم جسم درونی کمتر از حجم کونوئید است.

ارشمیدس، با آغاز از محاسبه حجم این دو جسم، حجم کونوئید را به‌دست می‌آورد و ثابت می‌کند که این حجم، برابر است با نصف حجم استوانه‌ای که ارتفاع آن OA و شعاع قاعده‌اش AB باشد.

ارشمیدس، در رساله‌ی «تربیع سهمی» هم از روش «افنا» استفاده می‌کند. این رساله، به محاسبه‌ی مساحت قطعه سهمی اختصاص دارد. فرض کنید بخواهیم مساحت قطعه سهمی AMB را، که به وسیله‌ی وتر AB از سهمی جدا شده است، محاسبه کنیم (شکل ۲). استدلال ارشمیدس چنین است. مماسی موازی با وتر AB بر سهمی رسم و نقطه‌ی تماس C را به نقطه‌های A و B وصل می‌کنیم. مساحت مثلث ACB از نصف مساحت قطعه‌ی AMB بیشتر است. در قطعه‌های جدید AKC و CPB، شبیه آن چه درباره‌ی قطعه‌ی AMB انجام دادیم، عمل می‌کنیم، یعنی مثلث‌های AKC و CPB را



شکل ۲

می‌سازیم. شکل محاطی AKCPB به‌دست می‌آید. این روند را، بیشتر و بیشتر ادامه می‌دهیم. چند ضلعی محاطی، همراه با مساحت آن، مرتب بزرگتر و مرتب به مساحت قطعه سهمی نزدیکتر می‌شود. ارشمیدس ثابت کرد که مساحت مثلث ACB چهار برابر مجموع مساحت‌های دو مثلث AKC و CPB است و چون همین وضع، برای مثلث‌های بعدی پیش می‌آید، با توجه به این که مجموع مساحت‌های همه‌ی این مثلث‌ها، به مساحت قطعه سهمی نزدیک است، اگر مساحت مثلث ACB را S بگیریم، مساحت قطعه سهمی چنین می‌شود:

$$S + \frac{1}{4}S + \frac{1}{16}S + \frac{1}{64}S + \ldots = \frac{4}{3}S$$

* * *

ارشمیدس، از «روح زمان» پیروی نکرد، سنت‌ها را در هم شکست و راه درست بررسی را در محاسبه‌ی رشته‌های نامتناهی نشان داد. در واقع ارشمیدس، در کارهای علمی خود، از همان رهنمودی استفاده می‌کرد که، سده‌ها بعد، به وسیله‌ی دکارت تنظیم شد:

«وقتی می‌خواهیم موضوعی را بررسی کنیم، نباید در جست‌وجوی چیزی باشیم که دیگران می‌اندیشند و یا در گمان خودمان وجود دارد. باید چیزی را جست‌وجو کنیم که یا آشکارا و به روشنی دیده می‌شود و یا با استدلال قیاسی قابل اثبات است، چرا که دانش، از راه دیگری به‌دست نمی‌آید.»

و نزدیک به دو هزار سال طول کشید تا ریاضی‌دانان توانستند راه ارشمیدس را دنبال کنند، «بی‌نهایت» را به رسمیت بشناسند و، به جای فرار از آن، آن را به خدمت دانش بگیرند. فرانسوا ویت، ریاضی‌دان

فرانسوی سده‌ی ۱۶، این حاصل‌ضرب بی‌پایان را، برای محاسبه‌ی عدد π پیشنهاد کرد:

$$\sqrt{\frac{۱}{۲}} \cdot \sqrt{\frac{۱}{۲} + \frac{۱}{۲}\sqrt{\frac{۱}{۲}}} \cdots = \frac{۲}{\pi}$$

و والیس، ریاضی‌دان انگلیسی سده ۱۷، این ضرب بی‌پایان را:

$$\frac{۲}{۱} \cdot \frac{۲}{۳} \cdot \frac{۴}{۳} \cdot \frac{۴}{۵} \cdot \frac{۶}{۵} \cdot \frac{۶}{۷} \cdots = \frac{\pi}{۲}$$

(در این‌جا، به این نکته جالب، توجه کنید که از ضرب عددهای گویا، عددی گنگ و حتا غیرجبری به‌دست آمده است، حادثه‌ای که در باره‌ی ضرب‌های با تعداد محدود عامل‌ها، هرگز پیش نمی آید).

و سرانجام، نیوتون و لایب‌نیتس، با کشف حساب دیفرانسیل و انتگرال و به خدمت گرفتن «بی‌نهایت کوچک‌ها» و «بی‌نهایت بزرگ‌ها»، تحولی عظیم در تکامل ریاضیات و، به تبع آن، در همه‌ی دانش‌ها، به وجود آوردند. این را هم نگفته نگذاریم که هگل، برای نخستین بار، مفهوم فلسفی «بی‌نهایت» را تجزیه و تحلیل و آن را با ویژگی روند تکامل مربوط کرد و، به این ترتیب، بستگی ذاتی «بی‌نهایت» را با «نهایت» و «نامحدود» را با «محدود» نشان داد.

«بی‌نهایت» یکی از ویژگی‌های فضا و زمان است و می‌توان آن را به کمک ریاضیات و کیهان‌شناسی مطالعه کرد. تا آن جا که دانش امروز نشان می‌دهد، جهان مادی، که به عنوان پراکندگی جرم در فضا و زمان شناخته می‌شود، نامحدود است. البته، بسته به دستگاهی که برای محاسبه انتخاب می‌شود، می‌توان فضا ـ زمان را، متناهی یا نامتناهی در نظر گرفت. در کتاب «آنتی‌دورینگ» می‌خوانیم: «بی‌نهایت از واقعیت اقتباس شده است و، بنابراین، تنها به کمک واقعیت می‌تواند روشن شود و نه از

راه انتزاع‌های ریاضی.»

مفهوم «بی‌نهایت» ریاضی، تنها وقتی قابل درک است که آن را در وحدت منطقی با «نهایت» مورد بررسی قرار دهیم. به همین مناسبت، بی‌نهایت در ذات خود، متضاد است و به قول همان کتاب: «از بین بردن این تضاد، به معنای پایان بی‌نهایت است.» ولی ما می‌دانیم، در هر نظریه‌ی ریاضی، بی‌تناقضی در رابطه‌های صوری مربوط به آن، از ضروریات است. پس چگونه می‌توان ضرورت بی‌تناقضی را با خصلت متناقض بی‌نهایت تلفیق کرد؟ در واقع باید گفت، وقتی برای نمونه در نظریه‌ی حد از حد نامتناهی ($\alpha_n = \infty$ حد) و یا در نظریه‌ی مجموعه‌ها از توان بی‌نهایت صحبت می‌کنیم، تنها به این علت دچار تناقض نمی‌شویم که، این‌ها، تنها صورت‌های خاص و ساده‌شده‌ای از مفهوم بی‌نهایت‌اند و تنها طرحی، تصویری و جنبه‌ای از مفهوم بی‌نهایت جهان واقعی را منعکس می‌کنند.

* * *

بی‌نهایت، یعنی بزرگتر از هر عدد دلخواه و، بنابراین، در همان حال که با مفهوم «کمیت» و «عدد» بستگی دارد، نمی‌توان آن را یک عدد مشخص به حساب آورد. از همین جاست که قانون‌های مربوط به عمل‌ها، در حالتی که با مجموع یا حاصل‌ضرب بی‌نهایت جمله سروکار داریم، همیشه، با قانون عمل در باره‌ی جمع و ضرب عادی، تطبیق نمی‌کند. قانون‌های مربوط به عمل، در قلمرو بی‌نهایت‌ها، در همان حال که با استدلال‌های قیاسی به دست می‌آیند، باید با تجربه و طبیعت هم سازگار باشند. به این دو مثال توجه کنید.

دو متحرک A و B را در نظر می‌گیریم که به فاصله‌ی α متر از یکدیگر قرار

دارند و هر دو از یک لحظه به طرف هم حرکت می‌کنند: A با سرعت ۳ متر در ثانیه و B با سرعت ۱ متر در ثانیه. هر بار که A و B به هم می‌رسند، متحرک A بلافاصله به طرف مبداء حرکت خود برمی‌گردد و با رسیدن به آن، دوباره به طرف B می‌رود. این نوع حرکت A آن قدر ادامه پیدا می‌کند تا B تمامی فاصله‌ی α متر را طی کند. می‌خواهیم بدانیم A چند متر راه رفته است!

راه‌حل بسیار ساده است. سرعت A سه برابر سرعت B است و، بنابراین، اگر در تمام مدت حرکت B، در راه باشد، باید مسافتی به اندازه‌ی سه برابر B طی کند. متحرک B به اندازه‌ی α متر رفته است، بنابراین مسافتی که A طی کرده است، برابر ۳α می‌شود.

ولی اگر مسأله را مرحله به مرحله حل کنیم و ببینیم متحرک A، در هر رفت یا برگشت، چند متر پیموده است و از مجموع آن‌ها، مسافت پیموده شده به وسیله‌ی A را پیدا کنیم، به مجموع بی‌پایان زیر می‌رسیم:

$$\frac{۳\alpha}{۴}+\frac{۳\alpha}{۴}+\frac{۳\alpha}{۸}+\frac{۳\alpha}{۸}+\frac{۳\alpha}{۱۶}+\frac{۳\alpha}{۱۶}+\ldots=$$

$$=۲\left(\frac{۳\alpha}{۴}+\frac{۳\alpha}{۸}+\frac{۳\alpha}{۱۶}+\ldots\right)=\frac{۳\alpha}{۲}\left(۱+\frac{۱}{۲}+\frac{۱}{۴}+\ldots\right)=$$

$$=\frac{۳\alpha}{۲}\times ۲=۳\alpha$$

و این، همان جوابی است که در آغاز و به سادگی به دست آورده بودیم. واقعیت و عمل، درستی حد مجموع جمله‌های تصاعد هندسی نزولی بی‌پایان را تأیید می‌کند:

$$۱+\frac{۱}{۲}+\frac{۱}{۴}+\frac{۱}{۸}+\ldots=۲$$

مثال دوم: قیمت هر ۴ بتری خالی شیر را برابر با قیمت یک بتری پر از شیر بگیرید. می‌خواهیم بدانیم، با پولی که برای ۱۲ بتری شیر (بابت شیر و

بتری‌ها) می‌دهید، چقدر شیر (بدون بتری) می‌توانید داشته باشید! شما ۱۲ بتری شیر را در ظرفی خالی می‌کنید، شیشه‌های آن را به فروشگاه می‌دهید و ۳ بتری پر می‌گیرید. اگر ۳ بتری خالی را پس بدهید باید $\frac{۳}{۴}$ بتری پر به شما بدهند (فرض را بر عملی بودن این داد و ستد می‌گیریم). با پس دادن $\frac{۳}{۴}$ بتری خالی، $\frac{۳}{۱۶}$ بتری پر می‌گیرید و غیره. اگر واحد اندازه‌گیری مقدار شیری که در اختیار شماست، یک بتری بگیریم، مقدار آن چنین خواهد شد:

$$۱۲ + ۳ + \frac{۳}{۴} + \frac{۳}{۱۶} + \frac{۳}{۶۴} + \ldots =$$
$$= ۱۵ + ۳\left(\frac{۱}{۴} + \frac{۱}{۱۶} + \frac{۱}{۶۴} + \ldots\right) =$$
$$= ۱۵ + ۳ \times \frac{۱}{۳} = ۱۵ + ۱ = ۱۶$$

ولی شما می‌توانستید، به ترتیب زیر معامله کنید که، البته، عملی‌تر است: در مرحله‌ی اول ۱۲ بتری خالی را با ۳ بتری پر عوض می‌کنید. در مرحله‌ی دوم، یک بتری پر شیر از فروشگاه به امانت می‌گیرید، آن را در ظرف خود خالی می‌کنید و همراه با ۳ بتری خالی قبلی (که اکنون روی هم ۴ بتری خالی شده‌اند)، قرض خود را به فروشگاه می‌پردازید (ارزش ۴ بتری خالی با ارزش یک بتر پر برابر است). به این ترتیب، شما به اندازه‌ی

$$۱۲ + ۳ + ۱ = ۱۶$$

بتر شیر در اختیار دارید. و این، همان جواب قبلی است.

* * *

اقلیدس در «مقدمات» مشهور خود، این اصل را به عنوان حکمی مسلم و بدیهی پذیرفته است: کل از هر بخش خود بزرگتر است. در منطق

ارسطویی، که هنوز هم بر منطق کلاسیک حکومت می‌کند، کل و جزء را این طور تعریف می‌کنند:

«کل آن است که شامل همه‌ی جزءهای خود باشد.»

«جزء آن است که یک بخش از کل را شامل شود.»

و می‌بینید که در خود تعریف کل و جزء، اصل اقلیدس نهفته است.

ولی ژرژ کانتور، مبتکر نظریه‌ی مجموعه‌ها، روشن کرد که، این اصل، در قلمرو بی‌نهایت‌ها، همیشه و همه جا حاکم نیست. به عنوان نمونه، عددهای طبیعی را در نظر می‌گیریم. روشن است که مجموعه‌ی عددهای فرد (مثبت)، بخشی (یا به زبان مجموعه‌ها: زیرمجموعه‌ای) از مجموعه‌ی عددهای طبیعی است. ولی آیا تعداد عددهای فرد (مثبت)، از تعداد عددهای طبیعی کمتر است؟ عددهای فرد را در یک سطر و عددهای طبیعی را به ردیف در زیر آن‌ها می‌نویسیم:

$$۱ \quad ۳ \quad ۵ \quad ۷ \quad ۹ \quad ۱۱ \quad \ldots \quad ۲n+۱, \ldots$$

$$۱ \quad ۲ \quad ۳ \quad ۴ \quad ۵ \quad ۶ \quad \ldots \quad n+۱, \ldots$$

در برابر هر عدد فرد، یک عدد طبیعی و، در برابر هر عدد طبیعی یک عدد فرد وجود دارد و به اصطلاح کانتور، تناظر یک به یک برقرار است. از جمله عدد فرد ۱۳۹۱ متناظر با عدد طبیعی ۶۹۶ و یا عدد طبیعی ۳۰۰۰ متناظر با عدد فرد ۵۹۹۹ است. به این ترتیب، تعداد عددهای فرد نه کمتر از تعداد عددهای طبیعی است و نه بیشتر از آن. کل با جزء خود برابر شد.

می‌بینیم، وقتی گام به قلمرو بی‌نهایت‌ها می‌گذاریم، ممکن است «یک اصل بدیهی» هم، قدرت قانونی خود را از دست بدهد. شاید بتوان، این اصل را به صورت زیر تصحیح کرد: «کل محدود از هر جزء خود بزرگتر

کتابخانه مجازی ریاضیات

است» و البته، وقتی با کل نامحدود سروکار داشته باشیم، ممکن است از جزء خود بزرگتر نباشد.

در جمع عددهای گویا، به شرطی که هم جمله‌های جمع و هم مجموع آن‌ها را کسرهایی ساده نشدنی در نظر بگیریم، در مخرج کسر حاصل جمع، نمی‌تواند عاملی تازه، غیر از عامل‌هایی که در مخرج جمله‌های جمع وجود دارد، ظاهر شود. از جمله از جمع $\frac{۱}{۳}$ با $\frac{۱}{۵}$ نمی‌توان به کسری ساده‌نشدنی رسید که در مخرج آن، عاملی به جز ۳ و ۵ وجود داشته باشد. ولی به این مجموع بی‌پایان توجه کنید:

$$\frac{۱}{۵} + \frac{۱}{۲۵} + \frac{۱}{۱۲۵} + \ldots = \frac{۱}{۴}$$

در مخرج‌های جمله‌های جمع، جز عامل ۵ وجود ندارد، در حالی که در مخرج کسر حاصل جمع، عامل ۲ ظاهر شده است.

در مجموع‌های محدود، با تغییر جای جمله‌های جمع، تغییری در حاصل جمع پدید نمی‌آید، در حالی که در مجموع‌های بی‌پایان، ممکن است جابه‌جا کردن جای جمله‌های جمع و یا تغییر گروه‌بندی جمله‌ها، منجر به تغییر مقدار مجموع شود. مجموع

$$S = ۱ - ۱ + ۱ - ۱ + \ldots$$

را در ریاضیات نامعین می‌دانند (به اصطلاح ریاضی، رشته‌ای است واگرا، یعنی مجموع جمله‌های آن به سمت هیچ عدد مشخصی نزدیک نمی‌شود). ولی اگر از قانون‌های عادی استفاده کنیم، می‌توانیم این طور بنویسیم:

$$S = (۱ - ۱) + (۱ - ۱) + (۱ - ۱) + \ldots = ۰$$

و یا این‌طور

$$S = ۱ - (۱ - ۱) + (۱ - ۱) + (۱ - ۱) + \ldots = ۱$$

و یا سرانجام

$$S = ۱ - (۱ - ۱ + ۱ - ۱ + ...) = ۱ - S$$

که از آن جا به‌دست می‌آید: $S = \frac{۱}{۲}$ (شگفتا! از جمع عددهای درست، عددی کسری به‌دست آمد).

در این مقاله‌ی کوتاه تلاش کردیم، برخی از ساده‌ترین جنبه‌های مربوط به «بی‌نهایت» را، در مرزهایی که از مقدماتی‌ترین روش‌های ریاضی خارج نشویم، فهرست‌وار، بررسی کنیم. والا، بحث مربوط به «بی‌نهایت»، همچون خود بی‌نهایت، پایانی ندارد.

جهان‌بینی علمی
در درس‌های ریاضیات

ب. و. گنه دنکو

تربیت جهان‌بینی علمی، یکی از اساسی‌ترین جنبه‌های آموزش دبیرستانی است و، به خاطر آن می‌توان و باید از هر موضوع درسی استفاده کرد. در این میان، ریاضیات نقشی بزرگ به عهده دارد: به کمک ریاضیات است که می‌توان نیروی روش‌های علمی را در شناخت طبیعت و جهان خارج نشان داد و نقش اندیشه‌ی انتزاعی را در تنظیم مفهوم‌ها و نظریه‌های علمی روشن کرد.

جهان‌بینی، یعنی دیدگاهی که فرد نسبت به جهان عینی دور و بر خود و امکان شناخت آن به وسیله‌ی انسان، و نسبت به رابطه‌ی فرد با جامعه و کار، دارد. انسان، از آرمان‌ها و اصولی که در شناخت و در فعالیت‌های روزانه‌ی خود، از آن‌ها پیروی می‌کند، در هر شرایطی دفاع می‌کند و با انگیزه‌هایی جدی، به آن‌ها استحکام می‌بخشد.

تربیت جهان‌بینی، مسأله‌ای بغرنج و پرمسئولیت است، به توجهی مستمر و پرحوصله و، همچنین، به آگاهی از روان‌شناسی فردی و اجتماعی نیاز دارد. باید مراقب بود تا نوع بحث و آموزش، کسل‌کننده نباشد و تأثیری جدی و قانع‌کننده بر دانش‌آموزان بگذارد. برای توفیق در این راه، باید کار را حتا از سال‌های پیش از مدرسه آغاز کرد و در تمامی دوران تحصیل و

بعد از آن، ادامه داد.

بی‌هیچ شکی، علوم انسانی، اهمیتی جدی در شکل‌گیری جهان‌بینی دارند. هر کسی، ضمن مطالعه‌ی تاریخ ملت یا قومی که به آن تعلق دارد و آشناشدن با فراز و نشیب‌هایی که این ملت یا قوم، در طول تاریخ، با آن مواجه بوده است، به‌این مطلب قانع می‌شود که، هر انسان، عضوی از یک جامعه‌ی بزرگ است، جامعه‌ای با زبان و سرنوشتی مشترک. به‌همین مناسبت، نسبت به آینده‌ی ملت خود و نسبت به‌پیشرفت و تکامل آن، احساس مسئولیت می‌کند. تاریخ، در عین‌حال، می‌آموزد که خلق‌ها باید در دوستی و آشتی به‌سر برند، بدون دشمنی با هم زندگی کنند و با کار و فعالیت مشترک، به‌موفقیت‌هایی برسند که بدون این همیاری، ممکن نیست. تاریخ به‌ما می‌آموزد که پیشرفت، همه‌ی ملت‌ها، کم‌وبیش از یک قانون‌مندی پیروی می‌کند و همه‌ی ملت‌ها، بالقوه، دارای استعداد پیشرفت و تکامل هستند، ولی برای بروز استعدادهای خود، به‌شرایط گوناگونی نیاز دارند. این‌که در بین برخی از ملت‌ها، به‌ریاضی‌دانان، فیزیک‌دانان یا زیست‌شناسان بزرگی برخورد نمی‌کنیم، به‌دلیل بی‌استعدادی آن‌ها نیست، بلکه به‌این دلیل است که شرایط سیاسی، اقتصادی، مذهبی و فرهنگی آن‌ها، مانعی برای بروز استعدادها بوده است.

ولی اشتباه است اگر گمان کنیم که، تربیت جهان‌بینی علمی، تنها به عهده‌ی علوم انسانی است. در واقع، هر درسی که در دوره‌ی دبیرستان تدریس می‌شود، می‌تواند امکانی، دست‌کم برای برخی از جنبه‌های جهان‌بینی علمی، مورد استفاده قرار گیرد. همه‌ی معلمان، باید نقش خود را به عنوان مربی جهان‌بینی به عهده گیرند و با هم، شبیه یک گروه

موسیقی، عمل کنند.

در برابر ریاضی‌دانان، مسأله‌ای جدی در این امر بزرگ، قرار دارد. دیدگاه‌های نادرستی درباره‌ی طبیعت دانش ریاضی، درباره‌ی مفهوم‌ها و موقعیت آن در شناخت طبیعت، درباره‌ی نقش ریاضیات در حل مسأله‌های عملی، درباره‌ی سرچشمه‌ی مفهوم‌های ریاضی و غیره وجود دارد. نمی‌توان از یاد برد که بسیاری از دستگاه‌های فلسفی ذهن‌گرا، از آن جهت به‌ریاضیات علاقه‌مندند که آن‌را متحدی برای توضیح اصول فکری خود می‌دانند. از جمله، افلاتون و کانت به‌این موضوع، اعتماد کامل داشتند. بی‌جهت نیست که در کتاب «امپریوکریتی‌سیسم» توجه عمده‌ای به انتقاد از دیدگاه‌های فلسفی ریاضی‌دانان و طبیعت‌شناسان بزرگی از سده‌ی گذشته، مثل پوانکاره، پیرسون، ماخ و دیگران شده‌است.

شک نیست که بحث درباره‌ی جنبه‌های فلسفی ریاضیات را، در دبیرستان، باید جدی گرفت و با نشان دادن سرچشمه‌ی مفهوم‌های ریاضی، روشن کردن نقش انتزاع‌های ریاضی و بستگی تنگاتنگ ریاضیات با مسأله‌های عملی و توضیح پیوند نزدیکی که بین پیشرفت ریاضیات و تکامل دانش و صنعت وجود دارد، بی‌پایه‌بودن دیدگاه‌های نادرست را در برابر دانش‌آموزان قرار داد. باید از هر فرصت مناسب سود جست و نشان داد که، چگونه با روش‌های ریاضی می‌توان دشوارترین مسأله‌های مربوط به دانش‌های طبیعی (فیزیک، اخترشناسی، زیست‌شناسی و ...) را، به سادگی حل کرد. باید در این شیوه‌ی کار، پیگیر بود و منظم عمل کرد و، در ضمن، سطح پیشرفت دانش‌آموزان، علاقه‌های آن‌ها و آمادگی روانی آن‌ها را در نظر گرفت. درباره‌ی عمق مسأله‌های مربوط به شناخت کمیتی، باید بدون دور شدن از دقت و

درستی مطلب، با زبانی ساده صحبت کرد و به مثال‌هایی رو آورد که برای دانش‌آموزان قابل فهم باشد. نمونه‌هایی از تاریخ، نژادشناسی، باستان‌شناسی و اقتصاد، امکان‌های فراوانی، برای این گونه بحث‌های جالب و کوتاه، در اختیار ما می‌گذارند.

ولی بحث، تنها یکی از راه‌های ممکن، در روش شناسی علمی است. امکان دوم، غنی کردن خود ریاضیات، با تمرین‌ها و مسأله‌های روشن‌کننده و آموزنده‌ای است که جهان‌بینی علمی را تربیت و تقویت می‌کنند. با این تلاش، در درجه‌ی اول، می‌توان آگاهی دانش‌آموزان را، به‌تدریج، تکامل داد. سرگذشت عدد، در این باره، نمونه‌ی آموزنده‌ای است. چگونه از مفهوم عدد درست در محدوده‌ی چند عدد نخستین، به‌تدریج به مفهوم رشته‌ی نامتناهی عددهای درست و، سپس، به مفهوم عددهای منفی، کسری و گنگ رسیده‌ایم. شکل‌گیری مفهوم عدد، به همین جا ختم نمی‌شود. عددهای مختلط، همچون عنصرهای طبیعی و منطقی ظاهر می‌شوند، زیرا بدون آن‌ها، تکامل جبر متوقف می‌ماند و برای نمونه این قانون جبر نقض می‌شود که: هر معادله‌ی درجه‌ی n، دارای n ریشه‌ی مختلف یا برابر است.

نزدیک شدن آموزش ریاضی با نیازهای سایر شاخه‌های دانش (فیزیک، زیست‌شناسی، شیمی، جغرافیا و علوم انسانی)، امکان‌های گسترده‌ای برای مشخص کردن مقام ریاضیات و مفهوم‌های آن، در شناخت قانون‌های طبیعت و پدیده‌های اجتماعی، در اختیار ما می‌گذارد. ولی این تنها یک روی سکه است. نباید گمان کنیم که، نقش ریاضیات، تنها با کاربردهای آن در دیگر شاخه‌های دانش تظاهر می‌کند و، ریاضیات، همچون مددکاری است که تنها در خدمت دانش‌های دیگر قرار دارد.

ریاضیات، رویه‌ی دیگری هم دارد: خود ریاضیات هم، تحت‌تأثیر سایر دانش‌ها و تحت‌تأثیر عمل انسان، تکامل می‌یابد و پیش می‌رود. در غیر این صورت ممکن است دانش‌آموزان به این تصور نادرست برسند که مفهوم‌ها و نظریه‌های ریاضی، تنها به دلیل کار ذوقی ریاضی‌دانان به وجود آمده‌اند و، به تصادف، کاربردهایی پیدا کرده‌اند. حتا در بین دانشمندان بزرگ، چه در گذشته و چه امروز، کسانی وجود دارند که از همین دیدگاه به ریاضیات می‌نگرند.

به‌خودی خود روشن است که، آشنایی دانش‌آموزان با تاریخ دانش و، به خصوص، آشنایی با لحظه‌های گرهی و اصلی تاریخ دانش و کشف‌های علمی، تا چه اندازه در تربیت و تکامل جهان‌بینی علمی آن‌ها نقش دارد. توجه به این مطلب که: چگونه انسان از ناآگاهی به آگاهی رسید و چگونه، به‌تدریج، آگاهی‌های خود را کامل‌تر کرد، بدون یاری گرفتن از تاریخ دانش ممکن نیست. همه‌ی دانشمندان و فیلسوفان مترقی، بر اهمیت مطالعه‌ی فرازهای تاریخی، برای نظریه‌ی شناخت، تأکید کرده‌اند. تنها از این طریق است که می‌توان گذرگاه طولانی و پرپیچ و خم ریاضیات را دید و متوجه شد که، ریاضیات چگونه تکامل یافته است و چگونه، ایده‌آل‌های آن و جهت‌گیری بررسی‌های اساسی آن، در جریان زمان، دچار تغییر شده است! تاریخ دانش، نه تنها ارزش کار گذشته را به ما نشان می‌دهد، بلکه تا حد زیادی، ارزش و اهمیت شاخه‌های گوناگون ریاضیات معاصر را هم، برای ما روشن می‌کند. آشنایی با تاریخ دانش و با نمایندگان بزرگ دانش گذشته و توجه به اهمیت کارهای آن‌ها در پیشرفت و تکامل جامعه‌ی انسانی، برای دانش‌آموزان از اهمیتی خاص برخوردار است. و این، مسأله‌ای است که ضمن تنظیم برنامه‌های دبیرستانی، باید

مورد توجه جدی قرار گیرد.

یک معلم خوب، تأثیری بزرگ و استثنایی بر ذهن و رفتار دانش‌آموزان می‌گذارد. دانش‌آموزانی که به سخنان او گوش می‌دهند، حتا گاهی ناآگاهانه رفتار او را نمونه قرار می‌دهند و اصول اعتقادی او را می‌پذیرند. وقتی که دانش‌آموزان، در کلاس ریاضیات، در کنار طرح مفهوم‌ها و قضیه‌ها، با دیدگاه‌های فلسفی دانشمندان هم‌آشنا شوند، به‌خودی خود، و گاهی بی‌اراده، به این جنبه از فرهنگ انسانی هم، علاقه‌مند می‌شوند. بحث و گفت و گوی معلم ریاضیات درباره‌ی روش‌شناسی دانش‌ها و اهمیتی که برای خود دانش و تکامل آن دارد، به آن یاری می‌رساند تا فلسفه‌ی ریاضی و روش‌های آن را، بخشی از دانش ریاضی بدانند و، به عنوان یک موضوع خارجی و اضافی، که تنها برای آگاهی عمومی لازم است، به آن نگاه نکنند. آشنایی با روش‌شناسی دانش و مسأله‌های کلی فلسفی مربوط به آن، به دانش‌آموزان کمک می‌کند تا جا و موقعیت ریاضیات را در بین دانش‌ها پیدا کنند، آن را نه به صورتی جامد و غیرقابل تغییر، بلکه به عنوان «موجودی» زنده و پیش‌رونده ببینند، درباره‌ی انگیزه‌های پیشرفت آن بیندیشند و، به‌خصوص، به ضرورت انتزاعی بودن ریاضیات پی ببرند و به‌خوبی حس کنند که، این انتزاع‌ها، تا چه حد برای شناخت قانون‌های حاکم بر طبیعت و روندهایی که در جامعه جریان دارد، ضرورت دارند. از همین جاست که، دانش‌آموزان، به‌تدریج به درک این مطلب نزدیک می‌شوند که، چرا یک مفهوم یا یک نتیجه‌گیری ریاضی، می‌تواند در توضیح گوناگون‌ترین پدیده‌ها نقش خود را بازی کند. لوئی دوبروی، فیزیک‌دان نامدار فرانسوی، در نوشته‌ی خود با عنوان «سودمندی تاریخ دانش» به این نظر می‌رسد که، آموزش روش‌شناسی و

فلسفه‌ی دانش، می‌تواند نقشی تعیین‌کننده در خلاقیت علمی داشته باشد. روایت دوبروی در این باره بسیار آموزنده است و ما تکه‌ای از آن را در این‌جا می‌آوریم.

«چند سال قبل، وقتی کارهای هانری پوانکاره[۱] را در زمینه‌ی فیزیک ریاضی مطالعه می‌کردم، به‌ویژه، ... به این موضوع علاقه‌مند شدم که: چرا هانری پوانکاره که به‌طور جدی به نسبی بودن پدیده‌های فیزیکی می‌اندیشید، با تبدیل‌های لورنتس آشنا بود و در سال ۱۹۰۵ به اساسی‌ترین نتیجه‌های سینماتیک و دینامیک نسبیتی دست یافته بود، نتوانست به نظریه‌ی بزرگی که موجب جاودان شدن نام آلبرت آنشتین شد، برسد؟ و گمان می‌کنم، توانسته باشم، پاسخ این پرسش را پیدا کنم: هانری پوانکاره، نسبت به نظریه‌های فیزیکی، موضعی شکاک داشت. او معتقد بود که، در واقع، بی‌نهایت دیدگاه وجود دارد که، از نظر منطقی، هم‌ارز یکدیگرند و کار دانشمندان این است که، بنا به تصور خود، راحت‌ترین آن‌ها را انتخاب می‌کنند. این «نام‌گرایی»[۲]

۱ـ هانری پوانکاره (۱۸۵۴ ـ ۱۹۱۲)، یکی از بزرگترین دانشمندان که، به ویژه در ریاضیات و فیزیک، ارثیه‌ی باارزشی از خود به یادگار گذاشته است.

۲ـ نام‌گرایی، یک جهت‌گیری فلسفی در دوران سده‌های میانه است و بر این تأکید دارد که: مفهوم‌های کلی، جز تعدادی «نام» نیستند که در ذهن و زبان آدمی زاده شده‌اند و تنها اشیاء را می‌توان «وجودی» واقعی و اصلی دانست. دیدگاه نام‌گرایان از این جهت نادرست است که، خصلت عینی مفهوم‌های کلی را در انعکاس وجوه مشترک پدیده‌های دنیای مادی نفی می‌کنند. به

به ظاهر پوانکاره را از درک این حقیقت بازداشت که، بین نظریه‌های ممکن منطقی، نظریه‌هایی وجود دارند که با واقعیت فیزیکی نزدیکی بیشتری دارند و، در هر حالتی، با معرفت شهودی فیزیک‌دان بیشتر سازگارند و برای کمک به تلاش‌های آن‌ها، بیشتر سودمند می‌افتند. اگر این داوری من درست باشد، آن وقت می‌توان گفت که: دیدگاه فلسفی پوانکاره و کشش او به طرف «نام‌گرایی» و «انتخاب راحت‌تر»، مانع از این شد تا پوانکاره، با همه عظمت خود، اهمیت نظریه نسبیت را درک کند.»

نخستین مسأله‌ای که باید برای دانش‌آموزان حل شود، به‌تعیین موقعیت دانش مربوط است، آیا وظیفه‌ی دانش کشف و تنظیم قانون‌مندی‌هاست؟ ولی پاسخ به این پرسش، تنها گام اول به‌سمت شناخت است. گام دوم را باید در استفاده از این قانون‌مندی‌ها در فعالیت‌های عملی انسان دانست. گام سوم، به‌گسترش نتیجه‌گیری‌های نظری در ارتباط با عمل و کاربردهای این قانون‌مندی‌ها مربوط می‌شود. و این طرح کلی، برای همه‌ی دانش‌ها، و از آن جمله ریاضیات، درست است.

مطلب را با دو مثال روشن می‌کنیم. بعد از آن که کتاب «ورودی به نظریه‌ی احتمال» که به وسیله‌ی من و معلمم آ. یا. خین چین نوشته شده بود، منتشر شد، یک مهندس برق به من مراجعه کرد تا به او در حل

اعتقاد نام‌گرایان، دانش نمی‌تواند طبیعت و ماهیت موضوع‌های قابل شناخت را منعکس کند، بلکه تنها نمادها و قراردادهایی درباره‌ی اشیاء هستند.

مسأله‌ی مربوط به محاسبه‌ی شبکه‌های برق در مؤسسه‌های صنعتی، کمک کنم. معلوم شد، بعد از خواندن این کتاب، این فکر به ذهنش رسیده بود که، در شبکه‌های برق هم، همان قانون‌مندی‌هایی حاکم است که در نظریه‌ی احتمال با آن‌ها برخورد می‌کنیم، تعداد گیرنده‌هایی که، در یک لحظه‌ی زمانی، از برق استفاده می‌کنند (دستگاه‌ها، پمپ‌ها، موتورها و غیره،) تصادفی است و بستگی به مصرف تصادفی این گیرنده‌ها از نیروی برق دارد. در برابر مهندس این مسأله قرار داشت که ضخامت کابل‌هایی را محاسبه کند که برای تأمین برق شعبه‌های کارخانه لازم و کافی باشد. حل این مسأله‌ی کاربردی، به همان اندازه‌ی بررسی نظری قضیه‌های حدی مربوط به مجموع جمله‌های تصادفی، برای من جالب بود. ضمن بررسی مفصل مسأله‌ی تأمین نیروی برق، به مسأله‌هایی از ریاضیات خالص برخوردم که به رفتار فرآیندهای تصادفی مربوط می‌شد.

مثال دوم به حوزه‌ی دیگری مربوط می‌شود که با مثال اول، به کلی فرق دارد: پرورش گوسفند. در سال ۱۹۶۵، به دعوت دانشگاه «ولینستون» از زلاندنو دیدن کردم. یک روز، سفیر شوروی به من اطلاع داد که، می‌توانم با شیوه‌ی کار در یک مزرعه‌ی بزرگ آشنا شوم. در این جا، تنها به حادثه‌ای می‌پردازم که به بحث ما مربوط می‌شود. صاحب مزرعه، از دوستش هرمان بوی‌دن هم دعوت کرده بود. او در کار پشم‌چینی گوسفند شهرت داشت و، در این هنر، قهرمان کشور خود بود. نمی‌خواهم در این‌جا از کار خارق‌العاده و حیرت‌آور او صحبت کنم: او قادر بود در ۵۰ تا ۵۲ ثانیه پشم گوسفند را به‌طور کامل و پاکیزه بچیند و، در ضمن، پشم چیده شده را درجه‌بندی کند و دو نوع درجه اول و دوم آن را، از هم جدا کند. شگفتی‌آور بود که هرمان بوی‌دن با گوسفند، مثل یک

توپ بازی می‌کرد و گوسفند سنگین وزن را به سادگی، و در لحظه، به هر طرفی می‌چرخاند. او به ظاهر متوجه تعجب من شد و، به همین مناسبت، گفت: «تعجب می‌کنید که چطور گوسفند را آزادانه می‌چرخانم و لابد فکر می‌کنید که باید زور زیادی داشته باشم. ولی این طور نیست. موضوع خیلی ساده است. من نقطه‌های حساس و مرکزهای عصبی گوسفند را می‌شناسم و می‌دانم چه نقطه‌ای را فشار دهم تا گوسفند برگردد و یا به صورتی که من می‌خواهم، بی‌حرکت سر جای خود بماند.» تردیدی نیست که بسیاری از زیست‌شناسان، از جای مرکزهای عصبی گوسفند اطلاع دارند و حتا نام هر کدام از آن‌ها را می‌دانند. ولی این تنها یک روی سکه است. روی دیگر آن، که در ضمن اهمیت بیشتری هم دارد، این است که چگونه از این دانش، در فعالیت‌های روزانه استفاده کنیم و برای ساده‌تر کردن کار خود و تکامل استادی و مهارت خود، سود بجوییم! به همین علت است که من همیشه تأکید می‌کنم «از مشاهده‌ی مستقیم به سمت ساختمان نظری و، سپس، از آن، به سمت عمل و کاربرد.» برای دانش‌آموزان مهم این است که قانع شوند و بپذیرند، یک نظریه وقتی مهم و جالب است که در زندگی جامعه، کاربردهای تازه و تازه‌تری پیدا کند، وقتی که نتیجه‌های ناشی از آن، در قفسه‌ها و لای کتاب‌ها خاک نخورند و همچون «وجودی» زنده، تکامل یابند و در خدمت انسان از جهان خارج قرار گیرند.

مدرسه باید دانش‌آموز را به این باور برساند که، انسان، چه در مجموع خود و چه به صورت انفرادی، نیرو و قابلیت زیادی دارد. باید چشمان دانش‌آموز را به روی دنیای خارج باز کرد، نه تنها به روی آن چه شناخته شده است، بلکه در ضمن، به روی رازها، معماها و ناشناخته‌ها.

هر دانش‌آموز باید بداند که، چه او و چه همسالان او، می‌توانند و باید سهم خود را در شناخت قانون‌مندی‌های طبیعت و جامعه ادا کنند و، در این راه، استعداد و قابلیت خود را به کار گیرند، از همین جاست که درک درست این دو قانون «منطق علمی» برای دانش‌آموزان اهمیت زیادی دارد: الف) جهانی که ما را در بر گرفته است، به‌طور عینی و بدون توجه به شعور و احساس ما، وجود دارد؛ ب) اندیشه‌ی آدمی می‌تواند این جهان عینی را به درستی بازتاب دهد و، مهم‌تر از آن، قانون‌مندی‌های حاکم بر آن را، بازشناسد.

تجربه‌ی گذشته، نمونه‌های بسیاری را در برابر ما می‌گذارد که، چگونه انسان توانسته است در راه شناخت گام بردارد و چگونه پدیده‌های طبیعی را از محدوده‌ی ناشناخته‌ها، به محدوده‌ی شناخته‌ها، رانده است.

می‌خواهم از گفت‌وگوی خود با یکی از بزرگترین گیاه‌شناسان، که در سال ۱۹۵۲ پیش آمده بود، برای شما حکایت کنم. صحبت در این باره بود که آیا عقل انسانی توانایی شناخت جهان را دارد؟ هم صحبت من می‌گفت: «منطق علمی» تأکید می‌کند که انسان توانایی آن را دارد که هر چه را در جهان اتفاق می‌افتد، بشناسد. ولی درباره‌ی بخشی از کره‌ی ماه که از زمین دیده نمی‌شود، چه می‌گویید؟ این بخش کره‌ی ماه، همیشه از دایره‌ی شناخت آدمی بیرون است.

ولی چند سالی نگذشت که ماهواره‌ها و سفینه‌های ساخت انسان، به ماه رسیدند، در طرف دیگر ماه «به زمین نشستند»، عکس‌های خود را به مرکز زمین مخابره کردند و حتا خاک ماه را به زمین آوردند. در ضمن، حرکت سفینه‌ها در خارج از زمین و تا دورترین سیاره‌های منظومه‌ی شمسی، درستی قانون‌های مکانیک را، به‌طور درخشانی، تأیید کرد.

معلوم شد که قانون‌های مکانیک و ریاضیات، تنها مربوط به شرایط نزدیک به زمین نیست. یکبار دیگر، فعالیت و عمل انسان نشان داد که، عقل انسانی، قادر به شناخت هر فرآیندی از طبیعت است.

اکنون، به صورتی کوتاه، به طرح چند پرسش می‌پردازیم که، پاسخ به آن‌ها، برای بالا بردن درک دانش‌آموزان نسبت به توانایی‌های خود، اهمیت دارد: ۱) سرچشمه‌های نظریه‌های تازه‌ی ریاضی در کجاست؟ ۲) نقش روش اصل موضوعی، در دانش امروز چیست؟ ۳) توانایی ریاضیات، در نظریه‌ی شناخت چقدر است؟

همه می‌دانند که ریاضیات، یکی از کهن‌ترین دانش‌هاست و، آغاز آن، ریشه در ژرفای تاریخ موجودیت انسان دارد. ریاضیات، در طول تاریخ دراز خود، بارها ایده‌آل‌ها و، همراه با آن، جهت‌گیری بررسی‌های خود را تغییر داده است. ولی ریاضیات، در هیچ مرحله‌ای، آن چه را به‌دست آورده، به دور نریخته و از آن‌ها برای رسیدن به اندیشه‌های تازه استفاده کرده است. هر مرحله‌ای از تاریخ ریاضیات، در همان حال که همراه با غنی‌تر شدن آن به وسیله‌ی مفهوم‌ها و روش‌های تازه است، با گسترش میدان کاربرد و بروز توانایی بیشتر آن در حل مسأله‌ها مشخص می‌شود؛ ریاضیات، در هر مرحله از تکامل خود توانسته است به حل مسأله‌هایی از عمل توفیق یابد که، در مرحله‌ی قبل، از حل آن‌ها عاجز بوده است. ریشه و سرچشمه‌ی مسأله‌های تازه‌ای که در ریاضیات طرح می‌شود، کجاست؟ چه مسیرهایی طی شده است تا اندیشه‌های تازه‌ی ریاضی ظاهر شده‌اند؟ این پرسش‌ها، در ذهن هر دانش‌آموزی که می‌خواهد مسیر فعالیت آینده‌ی خود را تعیین کند، موج می‌زند. معلم باید بتواند به این پرسش‌ها، پاسخ بدهد و در ضمن، مهم‌تر از آن، نیروی دانش‌آموزان را در

درک مفهوم‌های ریاضی و نحوه‌ی کاربرد آن‌ها، به آزمایش بکشاند.

دلیل پیدایش مفهوم‌ها و روش‌های تازه در ریاضیات، گوناگون است و اساسی‌ترین آن‌ها را می‌توان این‌ها دانست: ۱) حل مسأله‌هایی که در عمل پیش می‌آید و روشن کردن جنبه‌های مختلف این مسأله‌ها؛ ۲) تعمیم نتیجه‌هایی که پیش از آن به دست آمده‌اند؛ ۳) پیدا کردن بستگی بین نتیجه‌گیری‌های مختلف، تبدیل آن‌ها به اندیشه‌ای واحد و، بر این مبنا، ساختن نظریه؛ ۴) بازنگری انتقادی مضمون ریاضیات، در مجموع خود.

تا آن‌جا که از گذشته صحبت می‌شود، تأثیر نیازهای عملی بر رشد و تکامل ریاضیات، موجب اعتراض کسی نمی‌شود. ولی درباره‌ی ریاضیات معاصر، این هم‌فکری و هم‌دلی وجود ندارد. مؤلفان بسیاری را می‌توان پیدا کرد که اعتقاد دارند، امروز زمان دیگری است، و، ریاضیات، تنها با نیروی درونی خود، و بدون بستگی به نیازهای عمل، تکامل می‌یابد. تکه‌ی کوتاهی از مقاله‌ی ژ. دیودونه را می‌آوریم که، در آن به روشنی، این طرز فکر نشان داده شده است. او معتقد است، این اعتقاد ورشکسته که پیشرفت ریاضیات را، انعکاسی از کاربردهای آن در دانش می‌داند، برای خود ریاضیات مرگ‌آور است و می‌نویسد: «... اگر ریاضیات را، به‌طور کامل، از همه‌ی مسیرهای فعالیت انسانی جدا کنیم، باز هم در سده‌های بعد، غذای کافی برای اندیشیدن روی مسأله‌هایی که هنوز حل نشده‌اند، با شیوه‌ی خاص خود دانش ریاضی، وجود دارد.»

در این نقل قول، بدون شک، عنصری از حقیقت وجود دارد: وقتی که ریاضی‌دان، به کار خلاق خود می‌پردازد، لزومی به انگیزه‌های اضافی بیرون از ریاضیات نمی‌بیند. با وجود این، برای این که ریاضی‌دان، در چنین مسیری قرار گیرد، باید آموزشی طولانی را در جهت معینی دیده

باشد. باید با حل بسیاری از مسأله‌های دیگر، قدرت ذهنی خود را تکامل داده و آمادگی لازم را به دست آورده باشد. از این گذشته، از نظر روان‌شناسی فردی، خلاقیت و آفرینندگی آن قدر گوناگون است که، به هیچ‌وجه، نمی‌توان همه‌ی آن‌ها را در یک قالب قرار داد. برخی به سطح بالایی از خلاقیت ریاضی رسیده‌اند و با توجه دایمی به فرآیندهای معینی، مدل‌های ریاضی آن‌ها را می‌سازند، با بررسی و تجزیه و تحلیل این مدل‌ها، روش‌های ریاضی تازه‌ای پیدا می‌کنند و به نظریه‌های تازه‌ای در ریاضیات می‌رسند. ریاضی‌دانانی هم هستند که هیچ علاقه‌ای به مسأله‌های دنیای واقع ندارند و تنها به ریاضیات خالص عشق می‌ورزند و، با استفاده از نیروی درونی ریاضیات به نتیجه‌های تازه‌ای می‌رسند. در دهه‌های اخیر، نیازهای عمل، مسأله‌های کلیدی بسیاری را در برابر ریاضی‌دانان قرار داده و وسیله‌ی نیرومندی برای پربارتر کردن ریاضیات شده است. کافی است علت پیدایش آنالیز تابعی و نظریه‌ی تابع‌های تعمیم یافته را تحت‌تأثیر نیازهای فیزیک و، همچنین، نظریه‌ی فرآیندهای تصادفی، نظریه‌ی الگوریتم‌ها و برنامه‌ریزی خطی و بسیاری دیگر را، به خاطر آوریم. دیدگاه دیودونه را باید، تا حد زیادی، دیدگاهی شخصی دانست؛ خود دیودونه، در علاقه‌ها و سمت‌گیری‌های علمی، چنین روشی دارد و نمی‌توان آن را یک حقیقت مطلق دانست.

اجازه بدهید، به‌مناسبت نقل‌قولی که از مقاله دیودونه آوردیم، نظر نویسنده «امپریوکریتی‌سیسم» را هم بیاوریم. او در پاسخ به این پرسش که «اگر ریاضی‌دان را از دنیای خارج جدا کنیم، آیا بازهم می‌تواند به آفرینندگی خود ادامه دهد؟» پاسخ می‌دهد: «بله، بدون شک. ولی اگر جهان مادی هرگز وجود نمی‌داشت، آیا باز هم ریاضیات به‌وجود

می‌آمد؟»

نوع دوم حرکت به سمت تکامل ریاضیات را، ناشی از تعمیم نتیجه‌های موجود در ریاضیات دانستیم. تاریخ ریاضیات گواهی می‌دهد که تعمیم، سرچشمه‌ی اصلی خلاقیت‌های ریاضی است. یک نتیجه‌گیری خاص و جزیی، تنها به پرسش‌هایی پاسخ می‌دهد که در محدوده‌ی کاربرد آن باشد، در حالی که یک نظریه‌ی کلی، پاسخگوی پرسش‌هایی است که، در دید اول، بی‌ارتباط با هم به نظر می‌رسند. این شیوه‌ی تکامل ریاضیات، ممکن است تحت‌تأثیر علاقه‌های عملی باشد یا علاقه‌های نظری. یادآوری این مطلب بی‌فایده نیست که، بیشتر ریاضی‌دانان، در هر دو جهت حرکت کرده‌اند. تعمیم، به استعداد فوق‌العاده‌ای نیاز دارد، چرا که در این‌جا، چیزی غیر از تکرار استدلال‌های مربوط به حالت‌های خاص لازم می‌شود. در این‌جا باید روش‌های تازه‌ای برای بررسی پیدا کرد و شرط‌های سازگار با قانون‌مندی مورد نظر را، به‌طور عمیقی مورد جست‌وجو قرار داد. قضیه‌ی فیثاغورس، آغازی برای تعمیم و برای گسترش تصورهای ریاضی بود. کافی است، در این باره، مفهوم‌های فضای چند بعدی اقلیدسی، فضای هیلبرتی، فاصله در فضای متریک و غیره را به خاطر بیاوریم. به این ترتیب تعمیم، وسیله‌ی نیرومندی برای گسترش دانش ریاضی است که، به‌طور مستمر، در دانش‌های دیگر مورد استفاده قرار می‌گیرد.

سومین راه، برای رسیدن به تازه‌های ریاضی، ساختن نظریه است. در دورانی به سر می‌بریم که، پژوهش‌ها، توفانی و سیل‌وار گسترش می‌یابند. هر روز هزاران مقاله‌ی تحقیقی چاپ می‌شود و اثبات هزاران قضیه‌ی تازه به‌دست می‌آید و، این‌ها، نیاز به تعمیم دارند. در غیر این صورت، دانش

دچار پراکندگی و هرج و مرج می‌شود. باید نتیجه‌گیری‌های پراکنده را، به صورت یک نظریه‌ی مستدل و استوار درآورد و حالت‌های خاص و جداگانه را تعمیم داد، این پرسش همیشه در برابر ریاضی‌دانان قرار دارد که: آیا قانونی را که به‌دست آورده‌ایم، یک حقیقت انتزاعی است، یا حلقه‌ای از یک زنجیره، که همه‌ی این گونه حقیقت‌ها را شامل می‌شود؟ کشف این زنجیره، موجب می‌شود تا بتوانیم، به این حقیقت تازه، از موضع عام‌تری بنگریم و حلقه‌های زنجیره را به نحوی مرتب کنیم که، قبل از آن، از قانونی روشن پیروی نمی‌کرده‌اند. ساختن نظریه، مرحله‌ای جدی و تعیین‌کننده، در تکامل ریاضیات است. به خودی خود روشن است که، وقتی ریاضی‌دان به ساختن نظریه‌ای برای یک پدیده‌ی ریاضی مشغول است، باید به مجموعه‌ای از پرسش‌های جزیی پاسخ بدهد، یک رشته مجهول‌ها را پیدا کند و سپس، آن‌ها را، در یک تنظیم کلی به هم مربوط کند.

مثال‌های زیادی درباره‌ی ساختن نظریه‌های تازه‌ی ریاضی در سال‌های اخیر، می‌توان آورد. همه‌ی این نظریه‌ها، ویژگی‌های مشترکی دارند: عبور از حقیقت‌های خاص و جزیی، به سمت یک درک کلی؛ پیدا کردن بستگی بین تعداد زیادی از نتیجه‌گیری‌های جداگانه؛ به‌دست آوردن روش‌های کلی اثبات آن‌ها، به‌نحوی که بتوان همه‌ی حالت‌های خاص را ـ که پیش از آن برای حل آن‌ها، نیروی زیادی صرف می‌شد ـ از موضعی واحد نتیجه گرفت. البته، این تعمیم، به سادگی و به تصادف به‌دست نمی‌آید و، برای رسیدن به آن، باید تلاش زیادی انجام گیرد و، به‌خصوص، انتزاع‌های تازه‌ای از مفهوم‌ها، و در سطحی بالاتر، به وجود آید. ولی این دیدگاه عام‌تر، همیشه موجب می‌شود تا بتوان دورتر را

مشاهده کرد و حقیقت‌های خاص جزیی را، خیلی ساده‌تر و سریع‌تر از قبل به‌دست آورد. گفتیم که، برای ساختن نظریه‌های کلی و گسترده، باید به انتزاع‌های بالاتری از مفهوم‌ها دست یافت. این انتزاع‌ها، البته، برای یک نسل بغرنج و مبهم به نظر می‌رسند، ولی با پیشرفت ریاضیات، همین انتزاع‌ها برای نسل بعدی، چنان ساده و دست‌یافتنی می‌شوند که از پیچیده بودن آن‌ها برای گذشته، اظهار شگفتی می‌کنند. می‌خواهم توجه خواننده را به این نکته جلب کنم که، مهندسان امروزی، چقدر ساده با منطق ریاضی کار می‌کنند و، بدون نگرانی از مفهوم‌های انتزاعی آن، قانون‌های آن را بکار می‌برند. استفاده‌ی گسترده از رایانه و برنامه‌ریزی‌های لازم برای آن، چنان در زندگی امروزی نفوذ کرده است که، منطق ریاضی و استدلال‌های قیاسی، به عنوان زبان انتزاعی رابطه‌ی انسان با ماشین، به رسمیت شناخته شده‌است.

چهارمین سرچشمه‌ی تازه‌ها در ریاضیات، به مبانی و اصول ریاضیات مربوط می‌شود، یعنی بازنگری انتقادی به موقعیت آن، اساس مفهوم‌های آن و دقیق و کامل بودن استدلال‌های آن. ریاضیات، چندین بازنگری از این گونه را از سر گذرانده است. کافی است به یاد بیاوریم که، در یونان باستان، ریاضیات به دانشی قیاسی تبدیل شد: توانایی نتیجه‌گیری براساس اصل موضوع‌ها و قضیه‌های قبلی. با آغاز از دوران لایب‌نیتس و نیوتون، عمل تازه‌ای وارد در ریاضیات شد: عبور به سمت حد. در این موقعیت لازم بود ریاضیات بازسازی شود و بر اساس مفهوم حد قرار گیرد. پایه‌های این بازسازی، به وسیله‌ی کوشی و ویرشتراس ساخته شد. در آغاز سده‌ی بیستم، بازسازی تازه‌ای از پایه‌های ریاضیات، بر اساس نظریه‌ی مجموعه‌ها، انجام شد. همه می‌دانند که این بازسازی، چه

پیامدهایی داشت: چهره‌ی ریاضیات، تا حد زیادی، تغییر کرد؛ با انتزاع‌های تازه قابلیت انعطاف بیشتری پیدا کرد؛ امکان کاربردهای گوناگون‌تری، در عمل اجتماعی، به‌دست آورد؛ انگیزه‌ای برای پدید آمدن شاخه‌های تازه‌ای از دانش شد (آنالیز تابعی، نظریه‌ی فرآیندهای تصادفی و غیره)؛ راه‌های تازه‌ای برای استدلال و اثبات گشوده شد و قضیه‌های «وجودی»، به نحوی بی‌سابقه، گسترش یافت.

این نوع بازنگری در پایه‌های ریاضیات، برای حفظ یگانگی آن و برای تعمیق پایه‌های منطقی آن، ضروری است. البته، مسأله‌ی مربوط به پایه‌های ریاضیات، امروز هم از دستور روز خارج نشده است، چرا که درگیر تعداد زیادی حوزه‌های بررسی است و این نیاز احساس می‌شود که مرکزی، برای سمت‌گیری‌های مختلف ریاضیات به وجود آید و همه‌ی آن‌ها را، به هم پیوند دهد.

در دبیرستان‌ها، توجه زیادی به اصل موضوعی بودن ریاضیات می‌شود. اگر در ۱۰۰ سال پیش روش اصل موضوعی، بیشتر از همه، علاقه‌ی هندسه‌دانان را جلب می‌کرد، امروز برای بیشتر شاخه‌های ریاضیات، مورد استفاده قرار می‌گیرد و حتا، راه خود را، به سمت کارهای عملی و مهندسی هم، باز کرده است. روش اصل موضوعی، تنها مربوط به ریاضیات نیست. در هر بررسی علمی که نیاز به نتیجه‌گیری‌های منطقی باشد، برای گریز از شرط‌های اضافی و روشن شدن پایه‌های استدلالی، باید به روش اصل موضوعی متوسل شد.

در موضوع اصل موضوعی کردن یک نظریه‌ی تازه، این دشواری وجود دارد که باید پدیده‌های تازه را به کمک مفهوم‌های کهنه شرح داد. وقتی برای تجزیه و تحلیل پدیده‌ای، به اصل موضوعی کردن آن

می‌پردازیم، باید از ویژگی‌های موضوع مورد بررسی آغاز کنیم و، در ضمن، پایه‌هایی را که باید نظریه‌ی این پدیده بر اساس آن‌ها ساخته شود، به روشنی طرح کنیم. اگر آزمایش با «تقریب معقولی» با نتیجه‌های حاصل از نظریه سازگار نباشد، باید امکان تغییر نظریه را مطالعه کنیم تا، تطبیق نظریه با واقعیت، با «تقریبی معقول» میسر باشد.

* * *

اکنون، به‌طور طبیعی، این پرسش پیش می‌آید که: نیروی معرفتی ریاضیات در کجاست؟ به چه مناسبت، ریاضیات، که به‌طور دایم به سوی انتزاع‌های بیشتر می‌رود و به ظاهر از دنیای واقع، دور و دورتر می‌شود، همیشه این امکان را در اختیار ما می‌گذارد که بتوانیم دنیای واقع را بهتر بشناسیم؟ این پرسش‌ها همیشه در ذهن دانش‌آموز وجود دارد و، معلم ریاضی، باید بتواند در هر مرحله‌ای، تا حد ممکن، به آن‌ها پاسخ بدهد.

برای رشد نیروی معرفتی ریاضیات، دلیل‌های زیادی وجود دارد. قبل از همه باید گفت که، انتزاع ریاضی، به تصادف و به دلخواه به وجود نمی‌آید؛ انتزاع‌ها، بر اساس مفهوم‌هایی که در ریاضیات وجود دارد و هم به انگیزه‌ی نیازهای عمل ساخته می‌شوند. هر وقت که نظریه‌ی تازه‌ای به وجود می‌آید، قبل از هر چیز، از نظر نیروی معرفتی آن، در مقایسه با ریاضیات قبلی، مورد آزمایش قرار می‌گیرد؛ نظریه‌ی تازه باید این قابلیت را داشته باشد که موضوع‌های مورد بررسی نظریه‌های قبلی را هم، با موفقیت تجزیه و تحلیل کند. علاوه بر آن، زمینه‌ای گسترده‌تر از پیش، برای بررسی موضوع‌ها، در اختیار ما بگذارد.

در ضمن، باید به این نکته هم توجه داشت که، هر وقت ریاضیات

موجود برای توضیح پدیده‌هایی، نارسا به‌نظر برسد، دیر یا زود امکان‌ها و وسیله‌های تازه‌ای پیدا می شود، به نحوی که قادر باشند ویژگی‌های این پدیده‌ها را، بهتر، کامل‌تر و دقیق‌تر بازگو کنند. نه ریاضیات و نه روش‌های آن نمی‌تواند ایستا باشد. ریاضیات «وجودی» زنده است و به‌طور دایم با مفهوم‌ها و نظریه‌های تازه غنی و غنی‌تر می‌شود. و در این تغییر و تکامل، نیازهای عملی که همیشه نظر دانشمندان را به سوی خود جلب می‌کنند، اگر نگوییم نقشی قاطع، دست کم نقشی مهم به عهده دارند. نظریه‌ی «جهت‌گیری بهینه»، در زندگی امروزی بشر (صنعت، اقتصاد، ارتباطات و غیره)، روزبه‌روز اهمیت بیشتری پیدا می‌کند. همین چندی پیش، از این نظریه خبری نبود. نیازهای عملی زمان ما بود که ریاضی‌دانان را واداشت تا «نظریه‌ی جهت‌گیری بهینه» را بسازند. همه جا به بررسی این مسأله پرداختند. مسأله‌ی اصلی حل شد و ریاضیات با شاخه‌ی تازه‌ای به نام «محاسبه‌های وارياسیونی» غنی‌تر شد.

اگر تکامل ریاضیات را، از دیگر فعالیت‌های جامعه‌ی انسانی جدا کنیم و، آن را واداریم تا تنها از درون خود تغذیه کند، آن وقت خیلی چیزها را از دست خواهد داد. و این پرسش منطقی است که: به چه مناسبت باید خود را از دانش‌های دیگر محروم کنیم و، با دست خود، سدها و مانع‌هایی بسازیم که جلو ما را به سمت مسأله‌های جالبی که که از خارج وارد ریاضیات می‌شوند، بگیریم؟ چرا باید خود را از مسأله‌هایی جدا کنیم که، به کمک آن‌ها، می‌توانیم ریاضیات گذشته را بازسازی کنیم و توجه خود را به جهتی از تفکر انسانی معطوف داریم که، بدون آن، تمامی علاقه‌ی ما به ریاضیات از بین می‌رود؟ شک نیست که با گذشت زمان، نظریه‌های موجود ریاضی، باز هم نارسا به‌نظر می‌آیند و ریاضیات، زیر

فشار دانش‌های دیگر و کارهای عملی انسان، به دنبال امکان‌های تازه‌ای برای بررسی می‌رود و رشته‌های تازه‌ای را، در جهت علاقه‌ها، و نیازهای روز می‌سازد. ریاضیات پیوسته تکامل می‌یابد و خود را نیرومندتر می‌سازد تا بتواند به نیازهای رو به تزاید مادی و ذهنی انسان پاسخ بدهد و با نیروی زنده و فعال خود، هر چه بیشتر، دانش و صنعت ما را ریاضی‌تر و، در نتیجه، دقیق‌تر و پربارتر کند. از همان سال‌های دبیرستانی، باید به دانش‌آموزان بیاموزیم که، ریاضیات، نیروی عظیمی در حرکت تکاملی دانش‌ها دارد و یار و یاور انسان در پیشرفت تمدن اوست، و، همه‌ی این‌ها را، می‌توان با مثال‌هایی از زندگی و تکامل جامعه، برای دانش‌آموزان روشن کرد.

نقش تربیتی درس‌های ریاضیات

الکساندر یاکوولەویچ خین‌چین

این مقاله را، خین‌چین در تابستان سال ۱۹۴۷ نوشت، ولی در ۱۲ سالی که از زندگی او مانده بود، آن را برای چاپ به جایی نفرستاد. به ظاهر، وجود بعضی کمبودها، او را راضی نمی‌کرد. دست‌نویس این مقاله را، بعد از مرگ او پیدا کردند و ابتدا، در سال ۱۹۶۰، با حذف بعضی قسمت‌ها در مجله‌ی «فرهنگ ریاضیات» (چاپ شوروی) و سپس، در سال ۱۹۶۲، متن کامل آن در مجله‌ی «ریاضیات در دبیرستان» (چاپ شوروی) چاپ شد. ترجمه‌ی حاضر از روی متن کامل نوشته‌ی خین‌چین انجام گرفته است. در متن مقاله، پرسش‌های بسیاری طرح شده است، ولی به همه‌ی آن‌ها، تا پایان و به‌طور کامل پاسخ داده نشده است و، شاید، همین امر موجب تردید خین‌چین در چاپ آن بوده است. ولی به نظر می‌رسد که خود این کمبود، از جهت دیگری می‌تواند سودمند باشد و هر صاحب اندیشه‌ای را به تلاش وا دارد تا زمینه‌های مختلفی را، که در این مقاله طرح شده است، گسترش دهد و زاویه‌های نیم تاریک آن را روشن کند.

خین‌چین، یکی از بزرگترین دانشمندان ریاضی سده‌ی بیستم در سال ۱۸۹۴ به دنیا آمد و در سال ۱۹۵۹ درگذشت. در ۱۹۱۶ دانشگاه مسکو را تمام کرد و از سال ۱۹۲۲ در همان جا درس می‌داد. از سال ۱۹۳۹، عضو

فرهنگستان علوم اتحاد شوروی بود. کارهای اولیه‌ی خین‌چین، درباره‌ی نظریه‌ی تابع‌های با متغیر حقیقی بود. او روی نظریه‌ی تابع‌های اندازه‌پذیر کار کرد و مفهوم‌های دیفرانسیل‌گیری و انتگرال‌گیری را تعمیم داد. اندیشه‌هایی که در باره‌ی نظریه‌ی تابع‌ها داشت، او را به سمت نظریه‌ی متری عددها و تجدید بنای نظریه‌ی احتمال کشانید. کارهای خین‌چین، تا حد زیادی، نظریه‌ی احتمال را دگرگون ساخت و راه را برای گسترش محتوای آن باز کرد: نتیجه‌های مهمی در زمینه‌ی قضیه‌های حدی به‌دست آورد، قانون لگاریتم تکراری را کشف کرد؛ تعریف روند ایستانه‌ی تصادفی را داد و اصول نظریه‌ی این گونه روندها را، بنیان گذاشت.
بی‌جهت نیست که، در تمامی جهان، او را یکی از بنیان‌گذاران نظریه‌ی جدید احتمال می‌دانند. در سمپوزیوم سال ۱۹۶۰ برکلی درباره‌ی نظریه‌ی احتمال و آمار ریاضی [برکلی، شهری است در غرب امریکا. سمپوزیوم برکلی، یک کنفرانس بین‌المللی واقعی درباره‌ی نظریه‌ی احتمال و آمار ریاضی بود.]، نشست ویژه‌ای به خاطره‌ی خین‌چین اختصاص یافت و به نقش او در پیشرفت دانش معاصر، ارزش فوق‌العاده‌ای داده شد.

پرویز شهریاری

موضوع مورد بررسی «ریاضیات» برخلاف دانش‌های دیگری که در دبیرستان درس داده می‌شود، به «چیزهایی» مربوط نمی‌شود که، به‌طور مستقیم، از جهان بیرونی ــ که ما را احاطه کرده است ــ گرفته شده باشند: موضوع ریاضیات، عبارت است از **رابطه‌های کمیتی و شکل‌های فضایی**، که از ویژگی‌های این «چیزها» است. این خصلت دانش ریاضی،

قبل از همه، موجب دشواری‌های آموزشی برای معلمان ریاضیات شده است که معلمان سایر رشته‌های دانش، کم و بیش از آن‌ها بی‌اطلاع‌اند: مشکلی که در برابر معلم ریاضیات قدعلم کرده، این است که چگونه بر تصوری که، خود به خود و به ناچار، درباره‌ی «خشکی» و خصلت صوری ریاضیات در ذهن دانش‌آموزان به وجود می‌آید و، در نتیجه، آن را دور از زندگی و عمل می‌پندارند، غلبه کند. در این باره، خیلی چیزهای سودمند و با ارزش نوشته شده است و ما می‌دانیم که، معلمان خوب و آزموده، چگونه از عهده‌ی این مشکل برمی‌آیند.

ولی، این خصلت ریاضیات، موضوع دیگری را هم روشن می‌کند: در برابر معلم خوبی که می‌خواهد از آموزش ریاضیات، **هدف‌های تربیتی** را هم دنبال کند، وضع خاصی به وجود می‌آید. روشن است که در این باره هم، نسبت به سایر دانش‌ها، مسأله‌ی دشوارتری در برابر ما قرار دارد. دانشی که درباره‌ی خود اشیاء بحث نمی‌کند و تنها به بستگی‌ها و رابطه‌های بین آن‌ها می‌پردازد، تا حد زیادی؛ به تجرید و انتزاع نیاز دارد و روشن است که این وضع، به‌ندرت این امکان را به وجود می‌آورد، که معلم بتواند بر شکل‌گیری خصلت‌ها و جهان‌بینی دانش‌آموز تأثیری ثمربخش بگذارد و به رفتار او نظم بدهد. به همین مناسبت است که در بررسی‌های مربوط به بنیان‌های تربیتی آموزش دبیرستانی، هیچ صحبتی از درس ریاضیات نیست و یا خیلی کم از آن صحبت می‌شود.

موردهایی، نه چندان زیاد، وجود دارد که کسی با آن‌ها مخالف نیست. این موردها، به‌طور معمول، منجر به دو اهرم اصلی، در نقش تربیتی آموزش ریاضیات، می‌شود: از یک طرف گفته می‌شود که دقت منطقی و استواری نتیجه‌گیری‌ها، در ریاضیات، موجب می‌شود که دانش‌آموزان، به‌طور

کلی، با تفکری منطقی بار آیند؛ و از طرف دیگر، ادعا می‌شود که آگاهی‌های مضمونی ـ عینی مسأله‌های ریاضی، به خاطر تنوع خود، چشم‌انداز گسترده‌ای از عددها و شکل‌ها در برابر دانش‌آموز می‌گذارد که، به‌طور قابل توجهی، دیدگاه‌های او را وسعت می‌بخشد، سطح کلی فرهنگ او را بالا می‌برد و، در نتیجه، زمینه را برای تربیت سیاسی و جهت‌گیری‌های انسانی و میهنی او فراهم می‌کند.

همه‌ی این‌ها بدون تردید، درست است؛ با وجود این فکر می‌کنم همه‌ی واقعیت‌ها را در بر نمی‌گیرند. قبل از همه، در این جا، هیچ اشاره‌ای به مسأله‌های مهم تربیت اخلاقی نشده است، در حالی که، به گمان من، در درس‌های ریاضی، امکان‌های ملموس زیادی در این باره وجود دارد. سپس، تربیت منطقی اندیشه، که توجه زیادی به آن می‌شود، در بیشتر حالت‌ها، به صورتی پیش پاافتاده، سطحی و ناکافی تفسیر می‌شود و، اغلب، به مثال‌هایی استناد می‌شود که از نمونه‌های عامیانه تجاوز نمی‌کند و، بنابراین، تأثیر ناچیزی دارد. سرانجام، باید از تأثیر تربیتی داده‌هایی یاد کنیم که در متن مسأله‌ها وجود دارد. درست است که از این داده‌ها هم باید به‌نحو احسن استفاده کرد، ولی باید توجه داشت که بستگی آن‌ها با مضمون **ریاضی** درس، خیلی سطحی و ظاهری است. در این جا، خود ریاضیات و قانون‌ها و روش‌های آن، نقشی ندارند، بلکه تأثیر تربیتی به عهده‌ی داده‌هایی است که به صورتی ظاهری به ریاضیات مربوط‌اند. و در حاشیه‌ی «متن اصلی» مسأله‌ها قرار دارند و می‌توان آن‌ها را با داده‌های مشابه و دلخواه دیگری عوض کرد، بدون این که هیچ گونه تغییری در مضمون ریاضی مسأله به وجود آید. بنابراین، این اهرم تأثیر تربیتی، اگرچه واقعی و مهم است، نمی‌تواند به‌طور مستقیم به دانش ریاضی

دبیرستانی مربوط باشد.

با توجه به این نکته‌ها، روشن می‌شود که آن چه تاکنون درباره‌ی ارزش تربیتی درس‌های ریاضیات مورد مطالعه قرار گرفته است، بسیار نارسا و ناکافی است. هدف این مقاله این است که درباره‌ی این مسأله بیشتر بحث و، تا حد امکان، آن را روشن‌تر کند. تلاش من این است، به نکته‌هایی بپردازم که درباره‌ی تأثیر تربیتی درس‌های ریاضی وجود دارند و، تاکنون، یا درباره‌ی آن‌ها هیچ توجهی نشده و یا خیلی سطحی مورد توجه قرار گرفته است.

I. پرورش اندیشه

۱. درستی تفکر- نقش و اهمیت ریاضیات در تربیت تفکر و انداختن آن به مسیر قانون‌مند و بی‌خطا، چنان روشن است که، به فراوانی، با این اعتقاد برخورد می‌کنیم که: منطقی کردن اندیشه، مسأله‌ی اصلی و نخست معلم ریاضیات است، به نحوی که آشنایی دانش‌آموزان با خود محتوای دانش ریاضی، در مقایسه با آن، باید در مرحله‌ی دوم قرار گیرد (که، بدون تردید، باید آن را نوعی زیاده‌روی زیانمند به حساب آورد). به همین دلیل است که این نقش تربیتی درس‌های ریاضی، به صورتی مبتذل درآمده است و، در این باره، حرف‌های بسیاری می‌شنویم که اغلب قالبی و تکراری است، بدون این که درباره‌ی ریشه‌های موضوع به اندازه‌ی کافی دقت شده باشد. نتیجه‌ی این وضع آن است که تمامی توجه روی تعداد محدودی موضوع‌های عادی (وگاهی بیزارکننده) متمرکز شود که، اگرچه به جای خود مهم‌اند، ولی ارزشی فرعی و محدود دارند؛ از نوع تکیه‌ای که بر تشخیص کذایی یک قضیه از عکس آن می‌شود. و در این میان،

موضوع‌هایی که ارزش کلی و واقعی خیلی بیشتری دارند، در سایه می‌مانند.

به گمان من، جنبه‌ی کلی و اساسی عمل‌کرد تربیتی آموزش ریاضیات، که تا حد زیادی، موجب پدیدار شدن جنبه‌های دیگر این عمل‌کرد است، همان عادت دادن دانش‌آموزان به **ارزش استدلال** است.

حتا در جروبحث‌های «مورد علاقه‌ی خود» در زندگی عادی هم (که جنبه‌ی علمی دقیق ندارند)، ضمن دفاع از عقیده‌ی خود، به‌طور معمول به یکی دو استدلال قناعت می‌کنیم. از طرف مقابل هم، می‌تواند استدلال‌هایی از جهت رد اعتقاد ما، ارائه شود. با وجود این هیچ یک از استدلال‌های دو طرف، موجب پایان بحث نمی‌شود و هر طرف می‌کوشد، استدلال‌های تازه‌ای به نفع اعتقاد خود پیدا کند و ... بحث ادامه می‌یابد.

بحث‌های علمی، درباره‌ی دانش‌هایی هم که هنوز جزو به اصطلاح «علوم پایه» به حساب نمی‌آیند، کم و بیش به همین شکل جریان دارد؛ البته، در این جا، استدلال‌ها کامل‌تر از جروبحث‌های روزانه است، ولی هرگز کار بحث را، طوری به پایان نمی‌رساند که جای هیچ گونه اعتراضی باقی نماند و، در نتیجه، خود بحث را از میان بردارد.

ولی در ریاضیات، وضع به گونه‌ی دیگری است. در این جا، استدلال‌هایی که خصلتی کامل نداشته باشند و نتوانند کار را، به‌طور مطلق، به پایان برسانند و کوچکترین امکانی برای اعتراض باقی بگذارند، بی‌رحمانه اشتباه به حساب می‌آیند و، به عنوان چیزی بی‌فایده، کنار گذاشته می‌شوند. در ریاضیات، نمی‌توان و نباید حکمی را «تا نیمه» و یا «به تقریب» ثابت کرد؛ یا استدلال کامل وجود دارد که هیچ‌گونه بحثی را،

درباره‌ی حکم ثابت شده باقی نمی‌گذارد و یا به‌طور کلی استدلالی وجود ندارد.

دانش‌آموزی که ریاضیات دبیرستانی را آغاز می‌کند، برای نخستین بار در زندگی خود، با چنین توقع بالایی از «استدلال کامل» مواجه می‌شود. ابتدا حیرت می‌کند، به وحشت می‌افتد و حتا بیزار می‌شود: به‌نظرش می‌رسد که این، توقعی خارج از اندازه، فضل‌فروشانه و غیرلازم است. ولی، به‌تدریج و با گذشت روزها، به آن عادت می‌کند. معلم خوب، خیلی کارها باید انجام دهد تا این روند، هم سریع‌تر و هم ثمربخش‌تر، به انجام برسد. او باید به شاگردان خود، راه انتقاد متقابل را بیاموزد: وقتی که یکی از آن‌ها، در برابر تمامی کلاس، چیزی را ثابت و یا مسأله‌ای را حل می‌کند، همه‌ی دیگران باید با دقت در جست‌وجوی اعتراض‌های ممکن باشند و، در ضمن، بتوانند، نظر خود را بی‌فاصله بیان کنند. دانش‌آموزی که در برابر همه‌ی اعتراض‌ها دفاع می‌کند و ناچار می‌شود همه‌ی انتقادهای دیگران را ساکت کند، ناگزیر از طعم ناشی از شادی پیروزی هم لذت می‌برد. در ضمن، به روشنی احساس می‌کند که استدلال کامل و درست، تنها سلاحی است که او را به این پیروزی می‌رساند. هر بار که این موضوع را احساس کند، به ناچار یاد می‌گیرد که به این سلاح احترام بگذارد و سعی کند، آن را، همیشه همراه خود داشته باشد و به‌طور طبیعی، نه تنها در ریاضیات، بلکه در هر بحث و مناظره‌ای، بیشتر و پیگیرانه‌تر، به سمت استدلال کامل و درست کشیده می‌شود. و آن وقت، هر بار که با مسأله‌ای مواجه می‌شود، تلاش می‌کند تا از تمام ذخیره‌ی استدلال‌هایی که در چنین موقعیتی به‌کار می‌آیند، برای خلع سلاح مخالفان خود استفاده کند. این روند تربیتی، برای منطقی کردن تفکر، اهمیتی تعیین‌کننده دارد.

به‌خصوص با توجه به این نکته که، دانش‌آموز عادت می‌کند، مدت‌ها در مناظره‌ها، بلکه حتا در حالت‌هایی هم که با اندیشه‌های یکسان سروکار دارد، بی‌رحمانه تقاضای استدلال کامل و درست داشته باشد. ما در برابر چشمان خود، تکامل این روند را در هزاران دانش‌آموز خود مشاهده می‌کنیم. این روند، بی‌شک، بدون دخالت ما هم، راه خود را باز می‌کند و به جلو می‌رود، ولی این، به معنای آن نیست که ما حق داریم آن را به صورت جریانی خود به خودی رها کنیم: حکومت ما، کارهای زیادی برای سریع‌تر و کامل‌تر کردن این روند انجام داده است و در جهت استحکام و غنای آن، موفقیت‌هایی به‌دست آورده است؛ ولی ما هم می‌توانیم و باید در این جریان نقشی داشته باشیم. این پرسش که، چه روش‌هایی می‌تواند ثمربخش‌تر باشد و ما را بهتر به هدف برساند، یک مسأله‌ی آموزشی است و ما نمی‌توانیم آن را در این جا، به تفصیل، مورد بررسی قرار دهیم.

اصل کلی مبارزه به خاطر استدلال کامل و درست، که در جریان رشد فکری دانش‌آموز به‌دست می‌آید، صورت‌های گوناگونی دارد که از مهم‌ترین آن‌ها، در این‌جا یاد می‌کنیم.

۱) مبارزه علیه تعمیم‌های غیرقانونی ـ طبیعی‌دان، متوجه وجود خصوصیتی (علامتی) در تعدادی از یک نوع خاص می‌شود، با آسودگی خاطر و با وجدان علمی اعلام می‌کند که این نشانه، برای تمامی نوع مورد مطالعه، عمومی است و کسی هم، او را سرزنش نمی‌کند. این گونه استنتاج‌های استقرایی، یکی از اساسی‌ترین محورهای روش‌شناسی در دانش‌های طبیعی است: البته، در این دانش‌ها هم، تفکر نظری تطبیقی و ادراکی ممکن و لازم است، ولی همیشه، مشاهده و تجربه روی نمونه‌های

جداگانه موضوع مورد آزمایش، چه به عنوان آغاز کار و چه برای تحقیق نهایی درباره‌ی هر گونه نتیجه‌گیری، نقش عمده و تعیین‌کننده را به عهده دارد.

در ریاضیات، وضع به‌طور اساسی، به گونه‌ی دیگری است. اگر تحقیق کنیم که چند ده (یا حتا چند ملیون) مثلثی که به دلخواه انتخاب کرده‌ایم، دارای فلان ویژگی هستند، باز هم حق نداریم این ویژگی را متعلق به همه‌ی مثلث‌ها بدانیم. این گونه نتیجه‌گیری‌ها، به‌طور کامل، پایه‌گذاری نشده‌اند و، در دانش ریاضی، هر چیزی را که به‌طور کامل پایه‌گذاری نشده باشد، به‌طور مطلق بی‌اساس می‌دانند. تنها **اثبات کلی** و کامل می‌تواند این اطمینان را به ما بدهد که نشانه‌ی مفروض، به واقع یکی از ویژگی‌های هر مثلثی است. دانش‌آموز از این انتقاد سخت، نسبت به تعمیم‌های بی‌پایه‌ای که در ریاضیات با آن‌ها مواجه می‌شود، چه چیزی می‌تواند و باید بیاموزد؟ البته، او نباید تلاش کند که چنین توقعی را در دیگر دانش‌ها و، به‌خصوص، در موقعیت‌های عملی زندگی داشته باشد. توقع کمال مطلق استدلال قیاسی، خاص ریاضیات است و در باره‌ی دانش‌های طبیعی و زندگی عملی، به‌هیچ‌وجه قابل اجرا نیست. ولی عادت به دقت انتقادی، برای هر گونه تعمیمی ضرورت دارد. باید با این درک به‌طور کامل خو گرفت که اگر حکمی در خیلی حالت‌ها برقرار است، به‌هیچ‌وجه به معنای آن نیست که در همه‌ی حالت‌ها درست باشد و آن چه بر اساس مشاهده‌ها و تجربه‌های محدودی (ولو خیلی زیاد) به صورتی قانون‌مند به‌دست آمده است، باز دوباره و دوباره مورد تحقیق قرار گیرد؛ و این، که یکی از مهم‌ترین عادت‌های روش‌شناسی است و، وجود آن، برای هر گونه فعالیت علمی و عملی لازم است، تا حد زیادی،

همراه با رشد فرهنگ ریاضی دانش‌آموز، رشد می‌کند و استحکام می‌پذیرد.

این، جریانی است که ما در زندگی معلمی خود، همیشه ناظر آن هستیم.

۲) مبارزه علیه شبیه‌سازی‌های بی‌پایه ـ نتیجه‌گیری از راه شباهت، چه در دانش‌های تجربی و چه در زندگی عادی، روشی معمولی و قانونی، برای کشف قانون‌مندی‌های تازه است. اگر فرض کنیم، طبیعت‌شناسی متوجه شود که همه‌ی نوع‌هایی که دارای نشانه‌های A و B هستند و تاکنون به آن‌ها برخورده‌اند، در ضمن دارای نشانه‌ی C هستند، آن وقت اگر نوع تازه‌ای را پیدا کنند که نشانه‌های A و B در آن وجود داشته باشد، به‌طور طبیعی نتیجه می‌گیرد که این نوع تازه، دارای نشانه‌ی C هم هست. این گونه نتیجه‌گیری از راه شباهت، موقعی قانع‌کننده‌تر می‌شود که به جز آزمایش خالص، نوعی ملاحظه‌ی نظری هم در این باره وجود داشته باشد که همراهی C با A و B تصادفی نیست و زمینه‌ای در خود این نشانه‌ها و یا در جای دیگری دارد (و به‌طور معمول هم، چنین ملاحظه‌ی نظری، وجود دارد). تنها در ریاضیات است که بر ضرورت این امر تأکید می‌شود که باید، این ملاحظه‌های نظری را، تا آخر و به‌طور کامل ثابت کرد. یا باید با دقت کامل ثابت کنیم که وجود نشانه‌های A و B، بی‌تردید، به معنای وجود نشانه‌ی C است و یا، اگر نتوانیم چنین اثباتی را به‌طور کامل ارایه دهیم، به معنای این است که به‌هیچ‌وجه حق نداریم از روی نشانه‌های A و B، وجود نشانه‌ی C را نتیجه بگیریم. ولی در حالت اول (یعنی وقتی، این قضیه ثابت شده است که: «از A و B، می‌توان C را نتیجه گرفت»)، کاربرد ساده‌ی این قضیه‌ی کلی را دیگر نمی‌توان «نتیجه‌گیری از راه شباهت» نامید. بنابراین می‌توان گفت که در ریاضیات، نتیجه‌گیری از راه شباهت،

به‌طور کلی، منع شده است (و این، البته به‌هیچ‌وجه، به معنای بی‌اعتبار کردن نتیجه‌گیری‌های عظیمی که از راه تجربه به‌دست آمده‌اند، نیست)، در حالی که در دانش‌هاهی تجربی و فعالیت‌های عملی، نتیجه‌گیری از راه شباهت، نقشی پرافتخار دارد و یکی از عمده‌ترین و اساسی‌ترین روش‌ها، برای پیدا کردن قانون‌مندی‌های تازه است. به این ترتیب، دوباره پرسشی در برابر ما قرار می‌گیرد که، در این رابطه چه می‌توان کرد تا درس‌های ریاضیات، برای فرهنگ عمومی تفکر، نقشی تربیت‌کننده داشته باشد؟ و باز هم ناچاریم شبیه قبل پاسخ بدهیم: تربیت ریاضی ذهن و خوگرفتن به این موضوع، که نتیجه‌گیری بر اساس شباهت، تنها می‌تواند در خدمت روش‌های آزمایشی باشد و، به خودی خود، هیچ گونه نیروی استدلالی ندارد، به ناچار آدمی را وامی‌دارد تا در همه‌ی زمینه‌های دیگر اندیشه هم، با احتیاط بیشتر نسبت به این نوع استنباط‌ها روبه‌رو شود و به خاطر بیاورد که، در هیچ حالتی، نمی‌شود بدون دقت کافی و بدون پیدا کردن نشانه‌های اساسی دیگری، تنها بر اساس شباهت داوری کرد. هر کدام از ما، این ویژگی تفکر ریاضی را آزمایش کرده‌ایم و دریافته‌ایم که چگونه این تأثیر، موجب بالا رفتن فرهنگ اندیشه‌ای دانش‌آموزان ما شده است. برخورد انتقادی با نتیجه‌گیری‌هایی که بر اساس شباهت به‌دست می‌آیند، یکی از بهترین و مهم‌ترین نشانه‌ها، برای تشخیص تفکر پخته‌ی علمی از تفکر ابتدایی و کوته‌نظرانه است؛ و دانش ریاضی، یکی از بهترین امکان‌ها، برای تربیت اندیشه‌ی ابتدایی و تکامل آن به سمت اندیشه‌ی علمی و دوراندیشانه است.

۳) مبارزه به خاطر تفکیک کامل ـ وقتی ریاضی‌دان بخواهد یک ویژگی کلی را برای همه‌ی مثلث‌ها ثابت کند، گاهی ناچار می‌شود اثبات را برای

هر سه حالت مثلث (وقتی که سه زاویه حاده، یا یک زاویه‌ی قائمه و یا یک زاویه‌ی منفرجه دارد)، به‌طور جداگانه، بیاورد. می‌دانیم که چطور تازه‌کاران اغلب در این باره، و به‌خصوص اگر داوری خود را بر اساس یک تصویر گذاشته باشند، دچار اشتباه می‌شوند. برای نمونه، شکل مثلثی است با زاویه‌های حاده و داوری باید روی ساختمانی اضافی انجام گیرد که، اگر آن را با زاویه‌ی منفرجه انتخاب کرده باشیم، یا این داوری غیرممکن می‌شود و یا نیروی استدلالی خود را از دست می‌دهد. در ریاضیات، این استدلال درست نیست؛ زیرا اساس تفکیک کامل را به هم می‌زند: اگر همه‌ی حالت‌های ممکن و مختلف موقعیت مورد نظر را پیش‌بینی نکنیم، ممکن است یکی از این حالت‌ها از میدان دید ما دور شود.

در حالت‌های معمولی و وقتی که با قضاوت علمی سروکار نداریم، خواست مربوط به تفکیک کامل، در هر گام، نقض می‌شود. وقتی در مورد موقعیت مفروضی، که حالت‌های بسیار زیادی دارد، در دو یا سه حالت، به نحوی قانع شویم که حادثه‌ی A اتفاق می‌افتد، نتیجه می‌گیریم که موقعیت مفروض، در همه‌ی حالت‌های خود، با حادثه‌ی A همراه است، ولو این که، موقعیت مورد نظر ما، به جز دو یا سه حالتی که بررسی کرده‌ایم، ده‌ها حالت دیگر هم داشته باشد و، در میان آن‌ها، حالت‌هایی پیدا شود که وجود حادثه‌ی A، به‌هیچ‌وجه برای آن‌ها ضروری نباشد. در مثل می‌گوییم، دانش‌آموز ایوانف به‌هیچ‌وجه قابل اصلاح نیست، زیرا نه محبت در او اثر می‌کند و نه تهدید. در این‌جا، فراموش می‌کنیم که به جز محبت یا تهدید، راه‌های دیگری هم، برای اصلاح دانش‌آموز وجود دارد، از جمله این که می‌توانیم، با حوصله و آرامش، برای قانع کردن او تلاش

کنیم، ما در واقع، با قضاوت خود، به تفکیک کامل حالت‌های ممکن نپرداخته‌ایم و این اصل منطقی را نقض کرده‌ایم. اغلب به این مورد برمی‌خوریم که، برای نمونه دانش‌آموزی که درباره‌ی معادله‌ای بحث می‌کند، حالت‌هایی را در نظر می‌گیرد که ضریب‌های معادله مثبت یا منفی هستند و گمان می‌کند که، به این ترتیب، بررسی خود را در باره‌ی معادله به پایان رسانده است، در حالی که فراموش کرده است که، این ضریب‌ها، صفر هم می‌توانند باشند. در این جا هم، تفکیک حالت‌ها، به‌طور ناقص انجام گرفته است که می‌تواند به نتیجه‌گیری‌های اشتباهی منجر شود.

برخلاف دو توقعی که در بالا مطرح کردیم (مبارزه با تعمیم‌های غیرقانونی و مبارزه با شبیه‌سازی‌های بی‌پایه)، توقع مربوط به تفکیک کامل، یعنی به حساب آوردن همه‌ی حالت‌های مختلف و ممکن، تنها به ریاضیات مربوط نیست و درباره‌ی هر تفکر و یا داوری درستی، باید در نظر گرفته شود. هر گونه استدلالی که شامل همه‌ی حالت‌های ممکن نباشد، همیشه قابل اعتراض است و، بنابراین، نمی‌توان آن را کامل و بی‌عیب شمرد. فرماندهی که نیروهای خود را، در برابر دشمن، آرایش می‌دهد، باید بتواند هر گونه پاسخ دشمن را پیش‌بینی کند؛ نادیده گرفتن حتا یکی از حالت‌های ممکن، می‌تواند موجب فاجعه‌ای بزرگ شود. قانون‌های قضایی باید درباره‌ی تمامی حالت‌های ممکن اندیشیده باشد، در غیر این صورت، ممکن است قاضی با حالتی روبه‌رو شود که در قانون وجود نداشته باشد و، به ناچار، تصمیم شخصی بگیرد.

ولی بی‌نقص بودن مسأله‌ی تفکیک به تمام حالت‌های ممکن، در هیچ جا، به روشنی و قاطعیت ریاضیات نیست و هیچ کس، مثل یک ریاضی‌دان

خوب، اشتباه ناشی از تفکیک کامل را، با این سرعت و بی‌رحمی، مورد حمله قرار نمی‌دهد. به همین دلیل است که درس‌های ریاضی باید در تربیت دانش‌آموزان و عادت دادن آن‌ها به رعایت این مهم‌ترین قانون داوری درست، نقشی جدی داشته باشد (که در واقع هم، این نقش را دارد)؛ نقش ریاضیات، در این مورد، به مراتب، بیشتر از سایر موضوع‌های درسی است.

۴) مبارزه به خاطر کمال و استواری طبقه‌بندی‌ها ـ طبقه‌بندی کردن، تنها کار یک دانشمند نظری نیست، بلکه اغلب کارمندان کارهای عملی هم ـ مثل مهندسان، پزشکان، معلمان، آمارگران و متخصصان کشاورزی ـ به طبقه‌بندی نیاز دارند. بر همگان روشن است که اگر ذهن نپخته و تربیت‌نشده‌ای، تمایل به طبقه‌بندی داشته باشد، دچار اشتباه‌های گوناگونی می‌شود؛ عمومی‌ترین این اشتباه‌ها عبارت از خراب کردن کمال و تمامیت طبقه‌بندی و خراب کردن استواری و یگانگی آن است. خراب کردن تمامیت طبقه‌بندی، به این معنا است که مفهوم‌هایی وجود داشته باشند که در هیچ یک از طبقه‌ها وارد نشده‌ند و یا این که، همه‌ی طبقه‌ها مورد توجه قرار نگرفته‌اند. مثال‌های ساده: دانش‌آموز، در برابر پرسش «چه گیاهانی را می‌شناسید؟»، پاسخ می‌دهد «علف‌ها و درختان» و بوته‌ها و گل‌سنگ‌ها و بسیاری نوع‌های دیگر را از یاد می‌برد؛ واحدهای نظامی را، به زمینی، دریایی و هوایی تقسیم می‌کنند (و واحدهای سررشته‌داری، ارتباطات و بسیاری دیگر را فراموش می‌کنند)؛ عددهای طبیعی را شامل عددهای اول و عددهای مرکب می‌دانند (و از عدد ۱ غفلت می‌کنند)؛ عددهای حقیقی از عددهای مثبت و عددهای منفی تشکیل شده‌اند (که البته، عدد صفر بلاتکلیف می‌ماند).

توقع طبقه‌بندی کامل، در ظاهر شبیه توقعی است که درباره‌ی تفکیک کامل حالت‌های مختلف مطرح کردیم، ولی در واقع از نظر مضمون، با یکدیگر فرق دارند. در آن‌جا صحبت از ضرورت توجه به همه‌ی موقعیت‌های ممکنی است که به وجود می‌آید، در حالی که در این جا، بحث بر سر شمردن همه‌ی گوناگونی‌های یک مفهوم است. ولی در هر دو حالت، طبقه‌بندی کامل مورد توقع ریاضیات، روشن‌تر و مطلق‌تر از سایر دانش‌ها است، و به همین مناسبت، برای تربیت این عنصر «درست اندیشیدن»، بهتر از هر جای دیگری، می‌توان از ریاضیات یاری گرفت.

استواری طبقه‌بندی، که طبق قاعده‌ی معینی انجام گرفته باشد و نشانه‌ی شناسایی آن‌ها مشخص باشد. این توقع، که برای درست و دقیق اندیشیدن، بی‌اندازه ضروری است، نه تنها در داوری‌ها و استدلال‌های عادی و زودگذر، بلکه حتا در بسیاری حالت‌های جدی هم، اغلب مورد توجه قرار نمی‌گیرد. نمونه‌های ساده‌ای از بی‌پایگی و نااستواری طبقه‌بندی‌ها را می‌آوریم: ضمن نام بردن از انواع کشتی‌ها، از کشتی‌های پارویی، تفریحی، بادبانی، موتوری و نظامی نام برده می‌شود؛ روشن است که، این تقسیم‌بندی، بر اساس نیروی محرکه‌ی کشتی آغاز می‌شود، ولی عنوان آخری، این اساس را به هم می‌زند. مثالی دیگر: انواع کفش‌ها عبارت است از کفش چرمی، کفش برزنتی، کفش لاستیکی و کفش مد روز؛ در این جا هم، عنوان آخر، اساس طبقه‌بندی را (بر پایه‌ی جنس کفش) خراب کرده است. البته، در این گونه تقسیم‌بندی‌ها، همیشه ادعای یک طبقه‌بندی استوار، وجود ندارد و، بنابراین، لزومی هم به رعایت یک مبنای واحد درباره‌ی آن نمی‌بینند (مثال، آگهی: کارخانه، چند نجار، چند گچ‌کار، چند زن و چند دوشیزه استخدام می‌کند). ولی هر جا که، چنین

گروه‌بندی‌هایی، بخواهند در نقش طبقه‌بندی ظاهر شوند، نااستواری اساس آن، تمامی طرح را دچار ابهام می‌کند که می‌تواند، به نوبه‌ی خود، موجب خطاهای نظری و سردرگمی‌های عملی باشد. به همین مناسبت، هر ذهن منطقی و تربیت‌شده‌ای، نااستواری مبنای طبقه‌بندی را، کمبودی جدی برای استدلال و داوری می‌داند. و دوباره، نقش دانش ریاضی ظاهر می‌شود؛ در درس‌های ریاضیات است که دانش‌آموز راه طبقه‌بندی درست، کامل و استوار را می‌بیند و می‌توان خود را با آن تطبیق دهد.

* * *

من، آن جنبه‌هایی از مبارزه به‌خاطر رسیدن به اندیشه‌ی منطقی و استدلال کامل را نام بردم که به نظرم مهم‌تر و جدی‌تر می‌رسید. همان طور که پیشتر هم گفته‌ام، نمی‌توانم در این مقاله به بحث درباره‌ی روش‌های آموزشی بپردازم و مشخص کنم که معلم ریاضیات، چگونه می‌تواند دانش‌آموزان خود را، با موفقیت بیشتری، به این جنبه‌ها عادت دهد و، در نتیجه، به سمت «درست و منطقی اندیشیدن» هدایت کند. با وجود این، لازم می‌بینم یک مسأله آموزشی را که خصلتی عام دارد (و برای معلمان کارآزموده روشن است) مطرح کنم: دانش‌آموز را باید به‌تدریج، گام به گام و بدون هیچ فشار اضافی، با قانون‌های درست اندیشیدن (که در باره‌ی آن‌ها سخن رفت) آشنا کرد و به آن‌ها عادت داد؛ این درست نیست که گمان کنیم، می‌توان درس خاصی را، برای نمونه به «مبارزه با شبیه‌سازی‌های بی‌اساس» اختصاص داد؛ چنین روشی، تنها می‌تواند، به صورتی جبران‌ناپذیر، همه‌ی تأثیرهای مورد انتظار را از بین ببرد. برعکس، باید از هر گونه بحث کلی پرهیز کرد و توجه دانش‌آموزان را به

جنبه‌های منطقی و آموزنده‌ای که، در این باره، در موضوع‌های مشخص قانع‌کننده‌ی درس‌های ریاضی وجود دارد، جلب کرد. ضرورت استدلال‌های منطقی و کامل، به‌معنای این نیست که مرتب و به صورتی بیزارکننده این ضرورت را تکرار کنیم، بلکه باید در عمل و روی حالت‌های مشخص، نشان دهیم (کم و بیش هر درسی از ریاضیات، این امکان را برای ما به وجود می‌آورد) که چگونه عدم رعایت این یا آن قانون، موجب ناکامی، اشتباه و سردرگمی می‌شود. نباید به صورت تجریدی، و به‌طور کلی، درباره‌ی استدلال و داوری درست، بحث کرد، بلکه باید دانش‌آموز را متوجه کرد که هر کمبود یا اشتباهی که در استدلال و داوری او باشد، مواجه با پرسش و خرده‌گیری معلم و یا (چه بهتر) دوستان خود او می‌شود.

در این‌جا، در این باره صحبت نخواهم کرد که چگونه باید از درس ریاضیات، برای تشخیص یک حکم مستقیم از حکم عکس آن و بسیاری تشخیص‌های دیگر مشابه آن، استفاده کرد. از یک طرف، آن قدر در ین باره نوشته شده است که من به زحمت می‌توانم چیزی به آن چه دیگران گفته‌اند، اضافه کنم. از طرف دیگر، با همه‌ی اهمیتی که این گونه موضوع‌ها برای درست اندیشیدن دارند، به خاطر خصلت اختصاصی خود، کمتر می‌توانند در خارج از ریاضیات، به کار آیند و، بنابراین، اهمیت آن‌ها به اندازه‌ی جنبه‌هایی که مورد بحث قرار دادیم، نیست.

اسلوب تفکر ـ ریاضیات، به هر امتیازی که به خاطر صحت منطقی نتیجه‌گیری‌های خود دارد، در اسلوب و شیوه‌ی تفکر هم، با دانش‌های دیگر متفاوت است. گرچه این اسلوب، در طول سده‌ها، و حتا در طول ده‌ها سال، تغییر کرده است و از این به بعد هم تغییر می‌کند، ولی دارای

بعضی خط‌های کلی است که همیشه موجب تمایز آن از اسلوب‌های مربوط به سایر دانش‌ها بوده است.

اسلوب تفکری که در یک علم تأیید می‌شود، چیزی بیرون از آن دانش و، بنابراین، عاملی درجه دوم نیست که تنها ارزش هنری و زیبایی‌شناسی داشته باشد و، در نتیجه، نتواند بر تکامل این دانش، تأثیری جدی بگذارد. برعکس، اسلوب تفکر را، تا حد زیادی، می‌توان از روی روشنی و صراحت بستگی‌های نظری، سادگی و روشنی ساختمان‌های علمی، عینی بودن مفهوم‌ها و غیر آن باز شناخت، و همه‌ی این‌ها هم، به نوبه‌ی خود، با ثمربخش بودن شاخه‌های دانش و آموزش علمی و، همراه با آن، با آهنگ پیشرفت دانش، بستگی کامل دارند.

بعضی از جنبه‌های اسلوب تفکر ریاضی، اهمیت عمومی و گسترده‌ای دارند. اگر چنین جنبه‌هایی از تفکر ریاضی، مورد توجه نمایندگان سایر دانش‌ها و فعالیت علمی قرار گیرد، چه برای خود آن‌ها و چه برای شاگردان و هواداران آن‌ها، می‌تواند خدمت ذیقیمتی باشد. وقتی‌که یک ریاضی‌دان، اثری از یک دانشمند سرشناس را بخواند، بی‌اختیار و با تعجب پیش خود زمزمه می‌کند: «بلکه، او هم مثل من می‌اندیشد»، شگفتی او، بیشتر از این جا ناشی می‌شود که در آن شاخه‌ی دانش، اسلوبی را برای تفکر پذیرفته‌اند که خیلی کم با اسلوب ریاضی شباهت دارد.

ولی، اگر فراگیری بعضی جنبه‌های تفکر ریاضی می‌تواند در بهتر کردن شیوه‌ی اندیشه‌ای در سایر شاخه‌های دانش و فعالیت‌های عملی مفید باشد، و وسیله‌ی نیرومند و ثمربخشی برای اندیشه‌ی انسانی به حساب می‌آید، روشن می‌شود که چرا نباید از آموزش مغزهای جوان در

استفاده‌ی از این وسیله غفلت کرد؛ باید دانش‌آموزان را، به‌تدریج واداشت که ابتدا در خود ریاضیات و، سپس، در بیرون از آن، به این شیوه‌ی تفکر عادت کنند. برای رسیدن به این هدف، باید قبل از همه، منظور خود را از این جنبه‌های تفکر ریاضی، روشن کنیم.

* * *

در پایه‌ی هر ساختمان اندیشه‌ای درستی، بدون ارتباط با موضوعی که مضمون آن را تشکیل می‌دهد، طرحی منطقی قرار دارد که، هر ذهن پخته‌ای، آن را به عنوان نوعی استخوان‌بندی منطقی، که برای موضوع مورد بررسی استوار و قانون‌مند است، می‌پذیرد. اسلوب تفکر هر چه باشد، این طرح منطقی باید قانونمند و بدون نقص باشد؛ در غیر این صورت، استدلال و داوری نامرغوب می‌شود و، بنابراین، باید کنار گذاشته شود.

با وجود این، نقش و موقعیت این استخوان‌بندی منطقی در جریان اندیشه، بسیار گوناگون است و، در واقع، به اسلوب تفکر مربوط می‌شود. در بعضی حالت‌ها، طرح منطقی، با راهنمایی جنبه‌ای از تفکر معین می‌شود، به نحوی که صاحب اندیشه، همیشه این نکته را در برابر خود می‌بیند و، بر طبق آن، مرحله‌های بعدی داوری را انتخاب و هدایت می‌کند. در حالت‌های دیگر، برعکس، استخوان‌بندی منطقی خاموش می‌ماند و فکر، تا حد زیادی، به‌وسیله‌ی خواست‌های مضمون مشخص خود موضوع مورد بررسی هدایت می‌شود؛ در این جا، نقش منطق در بازبینی بعدی ظاهر می‌شود و این بازبینی هم اغلب، به صورت طرحی کتبی یا ذهنی، تنها در نظر گرفته می‌شود، بدون این که در عمل نیازی به

آن باشد؛ و به این ترتیب، طرح منطقی، به عنوان یک واحد کامل، در بیرون از میدان دید صاحب اندیشه باقی می‌ماند. روشن است، اسلوب‌هایی از تفکر هم وجود دارد که در حد فاصل این دو اسلوب قرار گرفته‌اند.

تلاش برای رسیدن به حد اعلای طرح منطقی استدلال و داوری، از ویژگی‌های ریاضی‌دانان است؛ ریاضی‌دانی که، حتا و به تصادف و به‌طور موقت، از این طرح جدا شود، به‌طور کلی، امکان تفکر علمی را از دست می‌دهد. این جنبه‌ی اختصاصی اسلوب تفکر ریاضی، که تا این درجه‌ی کمال، در هیچ دانش دیگری وجود ندارد، ارزش و ارج بسیاری را در خود نهفته است. بدیهی است که این اسلوب، حداکثر امکان را برای حرکت درست اندیشه فراهم می‌آورد و آن را مصون از اشتباه می‌سازد؛ از طرف دیگر، این اسلوب تفکر، صاحب اندیشه را وامی‌دارد تا، ضمن هر تفکیک کامل، همه‌ی حالت‌های ممکن را در برابر چشمان خود داشته باشد و همه‌ی آن‌ها را، بدون کنار گذاشتن حتا یک حالت، به حساب بیاورد (غفلت کردن از بعضی حالت‌ها، اغلب در اسلوب‌های دیگر تفکر دیده می‌شود). به همین مناسبت، آن چه از طریق درس‌های ریاضی در این باره به‌دست می‌آید، می‌تواند اهمیت فوق‌العاده‌ای برای بالا بردن فرهنگ عمومی تفکر دانش‌آموزان داشته باشد.

به‌عنوان یکی از روشن‌ترین و جالب‌ترین نمونه‌هایی که، در زمینه‌ای دور از ریاضیات، به‌صورتی کامل، این اسلوب تفکر را رعایت کرده‌است، می‌توان از نوشته‌ی مارکس نام برد. خواننده‌ای که، بعد از مطالعه‌ی نوشته‌های اقتصادی دیگر دانشمندان، کتاب «سرمایه» را باز می‌کند، از همان صفحه‌های نخست، به‌خاطر منطق آهنین و استوار سطرهای آن، به

حیرت می‌افتد. طرح منطقی، با توقع‌های بی‌چون و چرایی که این طرح با خود می‌آورد، نه تنها مسیر فکری نویسنده را معین می‌کند، بلکه خواننده را هم، که نمی‌تواند از تأثیر خط فکری او خارج شود، به‌نحو قانع‌کننده‌ای، به‌دنبال خود می‌کشاند. این شیوه-که برای نوشته‌های اقتصادی غیرعادی و به اسلوب ریاضی خیلی نزدیک است، به‌طور دایم در خواننده، احساس استواری، اطمینان و اقناع کامل را به‌وجود می‌آورد و، در عین حال، کمکی جدی برای فهم پردوام موضوع‌های مورد بحث کتاب است.

* * *

دومین جنبه‌ای که به اسلوب ریاضی تفکر مربوط می‌شود و می‌توانیم، در این‌جا، از آن یاد کنیم، خصلت اختصارگویی است، تعیین و تمایل آگاهانه در جهت پیداکردن کوتاه‌ترین مسیر منطقی به‌سوی هدف و کنار گذاشتن همه‌ی آن‌چه که برای استدلال کامل و بی‌نقص ما، ضرورت ندارد. یک اثر ریاضی، که خوب نوشته شده باشد، به‌هیچ‌وجه وقت خواننده را تلف نمی‌کند و از هر گونه جمله‌پردازی پرزرق و برقی که موجب تضعیف نیروی منطقی مطلب باشد، پرهیز می‌کند؛ خصلت کامل و دقت بی‌اندازه در اندیشه و طرح مطلب، از جنبه‌های مسلم و جدانشدنی اندیشه‌ی ریاضی است. این جنبه نه تنها برای ریاضیات، بلکه برای هر گونه بحث و استدلال جدی (در هر زمینه‌ای که باشد)، اهمیت بسیار دارد. اختصارگویی و تمایل به‌حذف هر آن‌چه اضافی است، هم به‌خود صاحب اندیشه و هم به خوانندگان یا شنوندگان او کمک می‌کند تا اندیشه‌ی خود را، در همان جهتی که لازم است، متمرکز کنند، حواسشان به طرف موضوع فرعی پرت نشود و تماس آن‌ها، با خط اصلی بحث قطع نشود.

نامداران دانش، حتا زمانی که می‌خواهند اندیشه‌های تازه‌ی خود را مطرح کنند، این جنبه‌ی اختصارگویی را رعایت می‌کنند. اندیشه‌ها و سخنان کوتاه بزرگترین آفرینندگان فیزیک، یعنی نیوتون و آنشتین و نیلس بُر، چه تأثیر عمیقی بر دیگران گذاشته است! به سختی می‌توان، مثالی روشن‌تر از تأثیر عمیقی که اسلوب تفکر آفرینندگان این اسلوب بر تکامل دانش گذاشته‌اند، پیدا کرد.

برای ریاضیات، اختصارگویی اندیشه، قانونی است انکارناپذیر که در طول سده‌های بسیار، به رسمیت شناخته شده است. هر گونه بحث، سخن یا طرحی که مزاحم بحث اصلی باشد و یا ضرورتی نداشته باشد (ولو این که، برای شنوندگان، مطبوع و سرگرم‌کننده هم باشد)، با هشدار انتقادی روبه‌رو می‌شود. به همین مناسبت، درس‌های ریاضی، بهتر از هر درس دیگری، می‌تواند عادت به اختصارگویی و حرکت مستقیم به طرف مقصد و گم نشدن در اندیشه‌های اضافی و غیر لازم را در دانش‌آموزان به وجود آورد.

* * *

سپس، باید از تقسیم‌بندی روشن استدلال و داوری نام برد، که یکی دیگر از خصلت‌های اسلوب تفکر ریاضی است. وقتی که برای نمونه، برای اثبات یک حکم، باید چهار حالت ممکن را در نظر بگیریم و هر یک از این حالت‌ها هم ممکن است به چند حالت جزیی‌تر تقسیم شوند، آن وقت در هر لحظه‌ای که ریاضی‌دان استدلال می‌کند، باید به روشنی بداند که اندیشه‌ی او در مورد کدام حالت یا حالت جزیی است و چه حالت‌ها یا حالت‌های جزیی، هنوز برای بررسی، باقی مانده‌اند. ریاضی‌دان، در

باره‌ی هر تقسیمی، باید در هر لحظه به این پرسش پاسخ دهد که کدام خانواده از مفهوم‌ها را، به مفهوم‌های جزیی‌تر تقسیم کرده است. در اندیشه‌های غیرعلمی عادی، اغلب به اختلاط حالت‌ها و پرش از حالتی به حالت دیگر برمی‌خوریم که موجب سردرگمی و اشتباه در استدلال و داوری می‌شود. بسیار پیش می‌آید که کسی آغاز به شمردن نوع‌های یک خانواده می‌کند و، بعد، یواشکی و بدون این که برای شنونده (و گاهی حتا برای خودش) روشن باشد، با استفاده از منطقی ضعیف و ناکافی، به خانواده‌ی دیگری می‌پرد و، سرانجام، اعلام می‌کند که هر دو خانواده را طبقه‌بندی کرده است؛ و شنوندگان یا خوانندگان متوجه نمی‌شوند که، در کجا، از مرز بین نوع‌های دو خانواده گذشته است.

ریاضی‌دانان، از دیرباز، برای جلوگیری از این گونه اختلاط‌ها و پرش‌ها، چاره‌ای اندیشیده‌اند و از روش‌های ساده‌ی شماره‌گذاری مفهوم‌ها و قضیه‌ها، به‌طور گسترده‌ای، استفاده می‌کنند که، گاهی (و البته به‌ندرت) در سایر دانش‌ها هم به کار می‌رود. حالت‌های مختلف و یا مفهوم‌های خانواده‌ای را، که باید مورد بررسی و داوری قرار گیرند، از قبل شماره‌گذاری می‌کنند؛ سپس، به حالت‌های فرعی هر یک از این حالت‌ها، به نوبه‌ی خود (و گاهی، برای تمایز، به کمک دستگاه شماره‌گذاری دیگری) شماره می‌دهند. جلو هر قطعه‌ای که بررسی یک حالت فرعی تازه آغاز می‌شود، نشانه‌ای که برای این حالت فرعی در نظر گرفته شده است، قرار می‌دهند. برای نمونه می‌نویسند: II، ۳.، (که به معنای حالت فرعی سوم از حالت دوم و یا نوع سوم از خانواده‌ی دوم است). و خواننده به خوبی می‌داند که تا این لحظه، به این عنوان عددی برخورد نکرده است و آن چه زیر این عنوان می‌خواند، تنها به همین

حالت و حالت فرعی مربوط می‌شود. به خودی خود بدیهی است که این شماره‌گذاری که بی‌اندازه مفید است، یک روش بیرونی است؛ اصل مطلب، در این شماره‌گذاری نیست، بلکه در تقسیم‌بندی روش استدلال‌ها و یا طبقه‌بندی‌ها است؛ و شماره‌گذاری مصنوعی ما، تنها می‌تواند گواهی بر این واقعیت باشد.

سرانجام، باید از یک سنت بیرونی و مصنوعی اسلوب ریاضی یاد کنیم که، برای منظور ما، بی‌اندازه مفید است و چنان ارزش تربیتی نیرومندی دارد که نمی‌توان از آن صرف‌نظر کرد. منظور من، **دقت فوق‌العاده‌ای علامت‌گذاری‌ها** است، که از ویژگی‌های ریاضیات به‌شمار می‌رود. هر نماد یا علامت ریاضی، معنای معینی دارد؛ تبدیل یک نماد به نماد دیگر و یا جابه‌جا کردن آن، موجب تحریف می‌شود و، گاهی، مفهوم موضوع مورد بررسی را، به‌کلی، از بین می‌برد. دانش‌آموزی که هنوز به سخت‌گیری کافی درباره‌ی صحبت‌های شفاهی یا نوشته‌های کتبی عادت نکرده است، ممکن است، در ابتدا، با نوعی بی‌توجهی یا پیشنهاد بدون انحراف و محکم معلم ریاضیات برخورد کند که: هر نوشته‌ی ریاضی باید دقت مطلق داشته باشد؛ حتا ممکن است، این سخت‌گیری‌ها، به نظرش خرده‌گیری‌های بی‌جا بیاید و موجب استهزای او بشود. ولی، خیلی زود و با تجربه‌ی شخصی خود درمی‌یابد که، اگر در نوشتن علامت‌های ریاضی دقت کامل را رعایت نکند، باید بلافاصله جریمه‌ی سنگین آن را بپردازد؛ نمی‌تواند مفهوم آن چه را که نوشته است بفهمد و ناچار می‌شود حدس بزند، حدس نادرست می‌زند و، یا پاسخ نادرست به دست می‌آورد و یا امکان حل مسأله را به‌کلی از دست می‌دهد. در بهترین حالت خود، ناچار می‌شود با صرف نیروی زیاد به عقب برگردد و آن را به صورت درست

بازنویسی کند تا بتواند گام بعدی را بردارد.

به این ترتیب، دانش‌آموز قانع می‌شود که رعایت دقت در نوشتن نمادهای ریاضی، به نفع خود اوست و، بنابراین، خود را با آن وفق می‌دهد و، به‌تدریج، دقت در نمادهای ریاضی، جزو عادت‌های او می‌شود. این عادت به تدریج فضای فکری او را اشغال می‌کند و، سرانجام، منجر به اسلوبی عام برای تفکر او می‌شود؛ سعی می‌کند، چه در صحبت‌ها و چه در نوشته‌های خود، دقیق‌تر باشد؛ او، به‌خصوص، دقت زیادی در درست‌نویسی خود پیدا می‌کند و اشتباه‌های املایی، به همان اندازه‌ی اشتباه‌های نمادی در ریاضیات، او را به تشویش می‌اندازد و نگران می‌کند. ما شاهد این وضع هستیم که، وقتی دانش‌آموزان نسبت به نمادهای ریاضی، سخت‌گیری و دقت لازم را پیدا کنند، خیلی ساده‌تر و سریع‌تر، اشتباه‌های املایی خود را هم تصحیح می‌کنند. و من نمی‌دانم که، آیا ممکن است کسی که دبیرستان را تمام می‌کند، دارای فرهنگ ریاضی لازم برای گواهی‌نامه‌ی دبیرستانی باشد، ولی هنوز یاد نگرفته باشد بدون اشتباه بنویسد.

* * *

با به پایان رساندن این بخش، که به تأثیر تربیتی درس‌های ریاضی بر اندیشه‌ی دانش‌آموزان اختصاص داشت، حیرت طبیعی خواننده را در این باره پیش‌بینی می‌کنم که، چرا هیچ اشاره‌ای به مسأله‌ی تکامل تفکر دیالکتیکی نکرده‌ام. به همین مناسبت، لازم می‌بینم، درباره‌ی این موضوع، توضیح کوتاهی بدهم.

مارکس و انگلس با دلیل کافی تأکید می‌کنند که ریاضیات، نه تنها وسیله‌ی

کتابخانه مجازی ریاضیات

پرمضمون و روشن‌کننده برای قانون‌های تفکر دیالکتیکی است، بلکه در ضمن، به صورتی دایمی و منظم، به تکامل توانایی و مهارت دیالکتیکی ما، در روند تفکر کمک می‌کند. ولی، همان‌طور که بنیان‌گذاران مارکسیسم، بارها تکرار کرده‌اند، این موضوع تا حد زیادی، به ریاضیات «عالی» یعنی ریاضیات با کمیت‌های متغیر مربوط می‌شود. در این جاست که به بررسی ریاضی پدیده‌های طبیعی، جریان‌های صنعتی و دگرگونی‌های زنده‌ی آن‌ها، و نه «اجسام» بی‌حرکت و ثابت می‌پردازیم. در این جاست که کمیت‌ها، در بستگی متقابلی که نسبت به هم دارند (مفهوم تابع) مورد بررسی قرار می‌گیرند و نه به صورت مجرد و جدا از هم. عبور از کمیت به کیفیت، سنتز دیالکتیکی بر اساس تضاد و دیگر قانون‌های دیالکتیکی، هرگز پشتوانه‌ای به این حد عینی و قانع‌کننده، نمی‌توانند بیابند. و این، یکی از دلیل‌هایی بوده است (و البته، در کنار دلیل‌های دیگر) که مقدمه‌ی ریاضیات عالی را، در برنامه‌ی دبیرستانی وارد کرده‌ایم.

ولی ما هنوز در این‌باره تلاش می‌کنیم. البته ریاضیات «مقدماتی» هم ـ که برنامه‌ی اصلی دبیرستانی را تشکیل می‌دهد ـ مثل هر دانش اصیل و زنده‌ای، نمی‌تواند شامل عنصرهای دیالکتیکی نباشد. ولی در این‌جا به‌صورتی ناقص جلوه می‌کنند و نیروی لازم را ندارند و، در مقاله‌ای که اختصاص به‌اهرم‌های اصلی تأثیر تربیتی درس‌های ریاضی دارد،نمی‌توان به آن‌ها پرداخت. ولی من در نظر دارم، مقاله‌ای درباره‌ی ضرورت وارد کردن عنصرهایی از ریاضیات عالی در برنامه‌ی دبیرستانی بنویسم؛ و امیدوارم که در آن‌جا نشان دهم که، ریاضیات کمیت‌های متغیر، چه‌نیروی عظیمی برای تربیت تفکر دیالکتیکی دانش‌آموزان به‌شمار می‌رود.

II. جنبه‌های اخلاقی و تربیت میهن‌دوستی

درباره‌ی نقش و اهمیت درس‌های ریاضی در تربیت و پرورش تفکر درست و منظم، بسیار گفته و نوشته‌اند. ولی، درباره‌ی تأثیر آگاهی‌های ریاضی بر شکل‌گیری خصلت و شخصیت اخلاقی دانش‌آموزان، به تقریب چیزی گفته نشده است. دلیل این امر، معلوم است: دانش ریاضی، به دلیل انتزاعی بودن موضوع خود، نمی‌تواند چنان تأثیر مستقیمی را که، به عنوان مثال تاریخ یا ادبیات، از نظر اخلاقی بر دانش‌آموزان دارد، داشته باشد و نقشی بدون واسطه، در شکل دادن به خلق و خو و احساس آن‌ها به عهده بگیرد. با همه‌ی این‌ها، نمی‌توان از این‌جا به این نتیجه‌گیری سطحی تن داد که در کار شکل دادن به شخصیت اخلاقی دانش‌آموز، باید درس‌های ریاضی را، به‌طورکلی، از قلم انداخت. تجربه‌ی سال‌های طولانی، به من نشان داده است که، یادگیری دانش ریاضی ــ کم‌کم و به‌تدریج ــ ناگزیر در جوانان تأثیرهایی می‌گذارد که رنگ روشن اخلاقی دارند و، در طول زمان، می‌توانند به مهم‌ترین سیمای اخلاقی آنان منجر شوند. فعال‌تر کردن این جریان و استحکام بخشیدن به نتیجه‌های آن، از وظیفه‌های جدی هر معلم ریاضی است. ولی قبل از همه باید بدانیم که این جنبه‌های اخلاقی کدام‌اند و چه ویژگی‌هایی از ریاضی قادر به پرورش آن‌ها است.

۱. درست‌کاری و حق‌گویی ـ در مشاجره‌های عادی و کوته‌بینانه، هر طرف دعوا از جایی آغاز می‌کند که مسأله‌ی مورد نزاع را بهتر و ساده‌تر به نفع او حل کند و از جست‌وجوی هر گونه برهانی، برای حل مسأله، به نحوی که به نفع او باشد دریغ نمی‌کند و، در این راه، از همه‌ی قابلیت‌های خود استفاده می‌کند. در ضمن، دو طرف مشاجره، در ارتباط با موقعیت،

محیط و مضمون بحث، سخنان خود را مستند می‌کنند و با استفاده از اخلاق مورد قبول همه، حق‌های «طبیعی»، نوشته‌های مقدس، قانون‌های حقوقی و، گاهی، با استناد به گفته دانشمندان معتبر و رهبران نامدار سیاسی، بحث خود را رونق می‌دهند. همه‌ی ما بارها دیده‌ایم که این بحث و گفت‌وگوها با چه شور و هیجانی ادامه می‌یابد و هر یک از دو طرف، چه اعتقاد بی‌چون و چرایی نسبت به استدلال‌های خود دارند.

و البته روشن است که، تنها در بحث عادی روزمره، با چنین بحث‌هایی مواجه نمی‌شویم. همین وضع و با همین دقت، اغلب در مشاجره‌های علمی هم دیده می‌شود. دانشمندی نتیجه‌هایی را، با اعتقاد کامل، به‌دست می‌آورد، ولی به‌طور جدی، و باز هم با اعتقاد کامل، با اعتراض دیگران مواجه می‌شود؛ بحث در می‌گیرد، هر طرف استدلال‌های تازه‌ای به نفع خود پیدا می‌کند، حتا آزمایش‌های تازه‌ای پیشنهاد می‌شود و، باز هم، هر طرف بنا به میل خود از آن‌ها نتیجه‌گیری می‌کند. در جریان مشاجره، هر طرف نه تنها تلاش می‌کند تا موقعیت خود را، تا آن‌جا که می‌تواند، تقویت کند، بلکه در ضمن از هر وسیله‌ای هم استفاده می‌کند تا موقعیت طرف مقابل خود را متزلزل و بی‌اعتبار سازد و حتا گاهی، تا آن‌جا پیش می‌رود که این بی‌اعتباری را به موضوع‌های شخصی او هم می‌کشاند. و به‌ندرت پش می‌آید که در چنین مشاجره‌ی پرتشنجی، یکی از دو طرف دعوا، با شرافت و مردانگی، اشتباه خود را بپذیرد.

زمینه‌های ذهنی چنین پدیده‌هایی در باره‌ی دانش، به سادگی قابل درک است: با کمال تأسف باید گفت این پایه‌های ذهنی، به خاطر نامقبولی خود، هیچ تفاوتی با پایه‌های ذهنی کوچک‌ترین دعواهای عادی ندارند. پایه‌های عینی این گونه موقعیت‌های علمی را هم، می‌توان به سادگی پیدا

کرد: در دانش‌های تجربی، هر چیز تازه‌ای را هنوز نمی‌توان پایان یافته و به عنوان یک قانون تلقی کرد و، دست کم به‌طور موقت، صورت یک «فرضیه» را دارد؛ بنابراین، هنوز مسأله به‌طور قطع حل نشده است و، ملاحظه‌هایی (تجربی یا نظری)، هم به نفع این فرضیه و هم در جهت مخالفت با آن وجود دارد. یکی از دانشمندان ممکن است به جمع‌آوری همه‌ی استدلال‌هایی بپردازد که مؤید این فرضیه‌اند و دیگری، برعکس، به ملاحظه‌هایی توجه کند که بر نادرستی آن تأکید می‌کنند. کار را می‌توان شبیه یک پرونده‌ی جنایی دانست که دادستان و وکیل مدافع، هر کدام به‌طور جداگانه، استدلال‌های خود را، یکی علیه متهم و دیگری به نفع او، جمع‌آوری می‌کنند.

بدیهی است، یک بحث علمی که بدین گونه طرح شده باشد، به خودی خود، از نظر اخلاقی، هیچ جنبه‌ی ناپسندی ندارد: جمع‌آوری همه‌ی دلیل‌های ممکن؛ چه به سود فرضیه‌ی مفروض و چه علیه آن، همیشه و در هر حالتی، موجب پیشرفت دانش می‌شود؛ بحث استدلالی که، علیه یا له فرضیه، بین دو دانشمند (یا دو گروه از دانشمندان) جریان داشته باشد، به شرطی که هر دو طرف در برخورد با موضوع‌ها انصاف داشته باشند و هدف آن‌ها، تنها کشف حقیقت عینی باشد، شایسته‌ی هیچ گونه سرزنشی نیست. انحراف از موازین اخلاقی و زشتی کار از آن جا آغاز می‌شود که دانشمند، در نتیجه‌گیری‌های خود، علاقه‌ی به کشف حقیقت عینی را از دست بدهد و بخواهد (با آگاهی کامل، آگاهی نسبی و یا به‌کلی ناآگاهانه) از این نتیجه‌گیری‌ها، به خاطر منافع شخصی خود (لجاجت، شهرت‌طلبی یا طمع‌کاری) استفاده کند؛ آن وقت است که، درست شبیه جنجال‌ها و دعواهای حقیر و عادی، استدلال‌ها، با تعصبی کور در می‌آمیزند، در

حالت‌های نابه‌جا به کار برده می‌شوند و تکیه‌ی بحث بر «استدلال‌هایی» غیرعینی و نادرست قرار می‌گیرد. این انحطاط در بحث‌های علمی را، همچون وصله‌ی ناجوری، حتا در زندگی برخی از بزرگترین نام‌آوران دانش هم می‌توان دید؛ و با کمال تأسف، در بین دانشمندان پایین‌تر و درجه دوم‌تر، پدیده‌ای عادی است.

تنها دانش ریاضی است که از همه‌ی این جنبه‌های نامعقول، مبرا است. دانش ریاضی، هرگز «فرضیه‌ای» پیشنهاد نمی‌کند که، برای اثبات درستی یا نادرستی آن، نیاز به بحث و مشاجره باشد. تا زمانی که طرحی اثبات نشده باشد، به‌طور کامل، بیرون از گنجینه‌ی دانش قرار دارد و هیچ کس به ذهنش خطور نمی‌کند، به دفاع از آن برخیزد؛ و اگر ثابت شده باشد، هیچ کس درباره‌ی درستی آن تردید نمی‌کند و، در نتیجه، به ناچار مورد قبول همگان قرار می‌گیرد. ریاضیات، هیچ گونه موقعیت بینابینی را به رسمیت نمی‌شناسد. تنها بی‌سوادان، شیادان و یا بیماران روانی ممکن است به فکر دفاع از یک اثبات ناقص در ریاضیات و بحث درباره‌ی آن بیفتند (از هر سه نوع، گاه به‌گاه و به‌خصوص در رابطه با حل مسأله‌های تربیع دایره و تثلیث زاویه، پیدا می‌شوند)؛ ولی این «مدافعان»، بلافاصله، هم‌آواز و بی‌رحمانه، از جانب محفل‌های علمی افشا و طرد می‌شوند. هیچ تعصب یا تمایلی و هیچ «به این در و آن در زدنی» نمی‌تواند به موفقیت ریاضی‌دان کمک کند. روشن است که، این وضع، ناشی از ماهیت و مضمون خود ریاضیات است؛ در حالی که، در مبانی منطقی و فلسفی ریاضیات هم، امکان (و حتا ناگزیری) این گونه بحث‌ها وجود دارد؛ در زمینه‌های مربوط به تکامل ریاضیات (و برای نمونه، درباره‌ی حق تقدم‌ها) هم بحث‌هایی با خصلت‌های شخصی و فردگرایانه وجود دارد (که متأسفانه، چندان هم کم

نیستند).

هنر ریاضی‌دانی، خیلی زود، به این وضع عادت می‌کند و می‌داند که، اگر جست‌وجوهای او به هر علتی مغرضانه باشد، و از قبل به جواب یا راه‌حل خاصی دل ببندد و تنها به استدلال‌های موافق آن توجه کند، تمامی تلاش او با عدم موفقیت روبه‌رو می‌شود و هیچ نتیجه‌ای، جز ناامیدی، به‌دست نمی‌آورد. این که، استدلال نادرست و یا استدلال ناقص بتواند برای استدلال‌کننده مفید واقع شود، برای ریاضی‌دان هیچ معنایی ندارد. به این ترتیب، ریاضی‌دان به سرعت یاد می‌گیرد که، در دانش او، تنها استدلال‌هایی به درد می‌خورد که درست، عینی و بدون هر گونه شائبه‌ی شخصی باشد؛ او یاد می‌گیرد که تنها با اندیشه‌ای بدون پیش دواری و بدون تعصب می‌تواند به موفقیت دست یابد. ریاضی‌دان، در هر سطح اخلاقی که باشد، عادت می‌کند که در کار علمی خود، هیچ چیز، جز حقیقت مطلق عینی را، راهنمای خود قرار ندهد.

ولی این جنبه، که به‌طور طبیعی در ریاضی‌دان متخصص، به کمال خود می‌رسد، تا حد معینی، موجب تربیت هر غیرمتخصص و به‌خصوص، هر دانش‌آموز هم می‌شود. دانش‌آموز، خیلی خوب می‌داند که معلم ریاضی را نمی‌توان فریب داد؛ او می‌داند که تسلط بر خود و یا چرب‌زبانی و خوش‌سخنی، به او کمک نمی‌کند تا بتواند بی‌دانشی را به جای دانش و استدلال ناکافی را به جای اثبات کامل و کافی جا بزند. اگر کسی دروغ‌گو باشد، مربوط به جاهای دیگر است، در ریاضیات مواظب است حرف ناحقی نزند و به اثبات نادرستی تن ندهد.

ولی، همان‌طور که به‌طور معمول چنین است، وقتی کسی در محیطی به یک نوع خصلت اخلاقی عادت کند، این عادت، تاحدی، به سایر

فضاهای فکری و فعالیت‌های عملی او هم، سرایت می‌کند. درست کاری نظری، که برای ریاضی‌دان، قانون تغییرناپذیر تفکر علمی و فعالیت حرفه‌ای (و به‌خصوص، آموزشی) او به شمار می‌رود، به‌تدریج بر تمامی زندگی او اثر می‌گذارد و از اعتقادی ذهنی به رفتاری عملی تبدیل می‌شود.

من همیشه به این خصلت علاقه‌مند بوده‌ام و، بارها، شاهد تکامل آن در کسانی بوده‌ام که تحت‌تأثیر اجتماع‌های جدی علمی و، به‌خصوص، درس‌های ریاضی بوده‌اند. چقدر شادی‌آور است، وقتی که انسان بتواند، به‌تدریج بر عادت‌های به هم ریخته و نفرت‌انگیزی غلبه کند که اندیشه‌ی او را مطیع و منقاد منافع کوچک شخصی می‌کنند و او را به دفاع از نظرهایی وامی‌دارند که تنها تأمین‌کننده‌ی غرض‌های شخصی او هستند. و چقدر، از نظر اخلاقی، ارزشمند است، وقتی که آدمی یاد بگیرد، به حقیقت‌های عینی و به استدلال‌های درست، به عنوان یک ارزش والای روحی و فرهنگی احترام بگذارد و حاضر باشد، هرگونه منافع شخصی را در راه درستکاری و حقیقت‌گویی فدا کند. و این، وقتی که به مرز خود برسد، از شریف‌ترین و انسانی‌ترین جنبه‌های اخلاق آدمی است.

۲. پایداری و مردانگی ـ هر کار جدی در زمینه‌ی کسب و تحکیم دانش، در هر رشته‌ی علمی که باشد، مستلزم تلاش ذهنی سخت و منظم، پایداری در برطرف کردن دشواری‌ها و برخورد مردانه با ناکامی‌ها است؛ بنابراین، چنین کاری، به شرط راهنمایی درست، ناگزیر موجب بروز همین خصلت‌ها، در دانش‌آموز، می‌شود: عشق به کار، پشتکار، پافشاری و ایستادگی در دنبال کردن هدف، توانایی تسلیم نشدن در برابر دشواری‌ها و ناامید نشدن در برابر ناکامی‌ها؛ خود به خود روشن است که

این خصلت‌ها، چه از نظر اخلاقی و چه از نظر اجتماعی، تا چه اندازه، برای شکل دادن و تکامل شخصیت انسانی، اهمیت دارند و، بنابراین، چه وظیفه‌ی بزرگی به عهده‌ی معلم است تا از تأثیر تربیتی درس‌های خود در این مسیر، حداکثر استفاده را بکند. امکان‌هایی که، در این باره، در آموزش دبیرستانی وجود دارد، بسیار متنوع و متعدد است؛ موضوعی در درس‌های دبیرستانی پیدا نمی‌شود که نتوان از آن به عنوان اهرمی برای به حرکت درآوردن این تأثیر تربیتی، استفاده کرد. ولی در این جا، به‌طور طبیعی، باید به جنبه‌هایی از ریاضیات، به عنوان یک ماده‌ی دبیرستانی بپردازیم که آن را از سایر درس‌های دبیرستانی متمایز می‌کند و، در عین حال، برای پرورش و تکامل پایداری عقلانی و مردانگی آگاهانه دانش‌آموزان ـ دو خصلت پرارزش مبارزان آینده ـ می‌تواند مفید باشد.

می‌خواهم یادآوری کنم، در ریاضیات، هدفی که براساس نتیجه‌گیری از یک دستور ریاضی تعیین شده است، روشن و مشخص است. وقتی‌که مسأله، مربوط به تألیف یک مضمون تاریخی یا ادبی باشد، نمی‌توان لحظه‌ای را نشان داد که دستور کار، به‌صورتی قطعی و کامل، به‌پایان رسیده باشد ــ امکان اضافه کردن، تکمیل و یا بهتر کردن چنین نوشته‌ای، همیشه، و به‌طور نامحدود، وجود دارد؛ از طرف دیگر، دانش‌آموز آن صلاحیت و اختیار را در خود احساس نمی‌کند که بتواند، در این باره، نتیجه‌ی کار خود را ارزیابی کند: چه بسا به آن چه که نوشته است و به‌نظر خودش همراه با موفقیت بوده‌است، از طرف معلم، ارزش صفر داده‌شود. این تا مشخص بودن و ابهام در ارزیابی کار دانش‌آموزی که، طبق دستورالعمل معینی عمل کرده‌است، بدون تردید، نوعی تأثیر تضعیفی در قدرت اداری عقل جوانی که هنوز تربیت نشده است، باقی می‌گذارد.

ولی، وقتی دستوری درباره‌ی حل یک مسأله یا اثبات یک قضیه داده‌شده باشد، به‌گونه‌ای روشن و مشخص، می‌توان لحظه‌ی پایان‌کار موفقیت‌آمیز را معین‌کرد: این لحظه، وقتی فرامی‌رسد که مسأله حل یا قضیه ثابت شده باشد؛ همه‌ی جنبه‌های دیگر کار، یعنی طرح و پیدا کردن راه‌حل، درستی و دقت نوشته‌ها و غیره، چه از نظر معلم و چه از نظر شاگرد، درجه دوم به حساب می‌آیند و اهمیتی تعیین‌کننده ندارند. در این‌جا، کیفیت کار، برای همه، به‌صورتی یکسان ارزیابی می‌شود: باید حل مسأله صحیح و اثبات قضیه درست‌باشد. خود دانش‌آموز می‌تواند و باید این توانایی را داشته باشد که به‌وجود اشتباه‌های منطقی در استدلال‌های خود پی ببرد؛ در حالت حل مسأله، حتا شیوه‌های مشخصی برای بازبینی راه‌حل خود و آزمایش جوابی که به‌دست آورده است، در اختیار دارد. به‌سادگی می‌توان فهمید که روشن و مشخص بودن نشانه‌های نتیجه‌گیری درست، تا چه حد می‌تواند دانش‌آموز را به ایستادگی وادارد و انگیزه‌ی نیرومندی در پافشاری او برای رسیدن به‌هدف باشد. همچنین، در این‌جا، مثل بازی شطرنج و مسابقه‌ی ورزشی، پیروزی قابل لمس‌است و خود دانش‌آموز هم می‌تواند، با اطمینان کامل و به‌جای معلم، موفقیت خود را ارزیابی کند.

دومین جنبه‌ای که اختصاص به درس‌های ریاضی دارد و به مراتب عمیق‌تر و مهم‌تر است، وجود خصلت **آفرینندگی**، در بسیاری از حالت‌های آن است. در بیشتر رشته‌های دانش، انجام تکلیف‌ها، با بعضی استثناها، مستلزم وجود میزان محدود و معینی آگاهی و استعداد است (و در بهترین حالت خود، باید توانایی طرح درست و منظم این آگاهی‌ها را هم داشته باشد)؛ در حالی که، در حل مسأله‌های ریاضی، باید استدلال و

داوری خاصی را کشف کرد که ما را به سمت مقصد هدایت کند، و این در واقع، چیزی جز یک عمل آفرینندگی ولو به معنای ضعیف آن ـ نیست. و درست همین خصلت آفرینندگی و پژوهش‌گرانه‌ی تکلیف‌های ریاضی است که، بیش از سایر دانش‌ها موجب رشد و تحکیم نیروی فکر و معنوی دانش‌آموزان می‌شود. شادی نجیبانه‌ای که به خاطر یک موفقیت اکتشافی و خلاق، به دانش‌آموز دست می‌دهد، خستگی را از تن او بیرون می‌کند و آثار مشقتی را که به خاطر رسیدن به این موفقیت تحمل کرده است، از بین می‌برد. به دلیل نیرویی که در هدف او وجود دارد، هیچ مشکلی او را متوقف نمی‌کند و با هر موفقیت، پشتکار و پایداری او برای از میان برداشتن دشواری‌ها، استحکام بیشتری می‌پذیرد؛ او یاد می‌گیرد که چگونه، همچون یک مبارز راستین، با ناکامی‌ها، اشتباه‌ها و حادثه‌ها و شکست‌های موقتی، مواجه شود؛ در برابر دشواری‌ها تسلیم نمی‌شود و سرچشمه و انگیزه‌ی نیروی فکری و اراده‌ی خود را، برای رسیدن به آن چه که تازه و تازه‌تر است، از دست نمی‌دهد.

۳. تربیت میهن‌دوستی ـ مسأله‌ی استفاده از درس‌های ریاضی، برای تربیت و تحکیم حس سرافرازی و افتخار نسبت به زادگاه خود و عشق به آن، دشواری‌هایی به همراه دارد که، بیش از همه، به خصلت انتزاعی بودن دانش ریاضی مربوط می‌شود. صاف و ساده باید گفت که ریاضیات، با موضوع و مضمون خاص خود، نمی‌تواند به‌طور مستقیم، وسیله‌ای برای تبلیغ چیزی مثل زیبایی و بزرگی میهن زادگاه دانش‌آموزان باشد و، با کمال تواضع، این وظیفه را به عهده‌ی دانش‌های دیگر می‌گذارد.

با وجود این، تمامی کار دانش‌آموز در درس‌های ریاضی، روی موضوع‌های انتزاعی متمرکز نمی‌شود؛ طرح‌های انتزاعی ریاضیات، به

تقریب در هر درس، به‌وسیله‌ی مضمون‌های گوناگون مشخص و قابل لمسی، تکمیل و روشن می‌شود. مثل مضمون‌هایی که در موضوع‌ها و مسأله‌ها وجود دارد: آگاهی‌های تاریخی، کاربردهای گوناگون ریاضیات در صنعت و زندگی و غیره. در ضمن، در بسیاری حالت‌ها، معلم می‌تواند این وسیله‌ی ملموس را، با میدان گسترده‌ای که دارد، به دلخواه تغییر دهد و مضمون‌های مورد نظر خود را برای آن انتخاب کند: با استفاده از این اختیار و آزادی است که معلم باید، با استناد به آمار و واقعیت‌ها، احترام و علاقه‌ی دانش‌آموز را به میهن زادگاه خود استحکام بخشد. در این باره، بسیار نوشته شده است که باید متن مسأله‌ها را با مضمونی میهن‌دوستانه انتخاب کرد. با این روش، هیچ مخالفتی نمی‌توان داشت؛ با وجود این، باید با دقت تمام مواظبت کرد که با طرح مضمون‌های غیرواقع‌بینانه و یا نادرست و یا با طرح پرسش‌های بی‌جا و غیرطبیعی (که رابطه‌ی مستقیمی با واقعیت‌ها و آمار مطرح شده ندارند)، کار را به ابتذال نکشانید. و در همه‌ی این حالت‌ها، باید به خاطر داشت که این شیوه، نسبت به ریاضیات، جنبه‌ی بیرونی دارد؛ برای رشد احساس میهن‌دوستی از درس‌های ریاضی استفاده می‌شود، نه از خود ریاضیات.

آگاهی‌های بسیاری در تاریخ ریاضیات وجود دارد که از جهت ترغیب حس میهن‌دوستی، بستگی نزدیک‌تری با خود دانش ریاضی دارد. استفاده از زمینه‌های تاریخ ریاضیات، علاوه بر تأثیرهای سودمندی که در این جهت دارد، از این بابت هم ارزش دارد که دانش‌آموزان را، به‌طورکلی، به تاریخ دانش ریاضی علاقه‌مند می‌کند و به آن‌ها امکان می‌دهد تا با موضوع‌های تازه‌ای از خود دانش ریاضی ــ که در برنامه‌ی درسی آن‌ها وجود ندارد ـ آشنا شوند و اندیشه‌ی ریاضی خود را تقویت

کنند.

تاریخ ریاضیات هر کشوری، جنبه‌هایی دارد که (به‌خصوص اگر در زمینه‌ی طرح کلی تاریخ مردمی و میهنی باشد) آشنایی با آن‌ها، موجب غرور و افتخار دانش‌آموزان می‌شود. در بین حقیقت‌های تاریخی، دانش‌آموز به حالت‌هایی برمی‌خورد که به کمک آن‌ها می‌تواند دانش ریاضی دبیرستانی خود را ارزیابی کند و آگاهی‌های خود را گسترش دهد. روشن است که خود معلم باید، به اندازه‌ی کافی، از تاریخ ریاضی کشور خود (و البته، تاریخ ریاضیات، به‌طورکلی) آگاه باشد، لحظه‌های حساس آن را بشناسد و بتواند ارزش کار هر ریاضی‌دان و هر موضوع ریاضی را در جهت تکامل این دانش، ارزیابی کند، همچنین، معلم باید این هنر را داشته باشد که تاریخ ریاضی و موضوع‌های مربوط به آن را چنان برای دانش‌آموزان روایت کند که حداکثر تأثیر را در آن‌ها به‌وجود آورد و در ضمن، برای تربیت، احساس سالم افتخار میهنی آن‌ها مفید باشد.

نتیجه

۱ ـ من آگاهانه، درباره‌ی اهمیت درس‌های ریاضیات در شکل دادن به جهان‌بینی دانش‌آموزان، در این مقاله، بحثی نکرده‌ام. دلیل من در این باره، کم و بیش همان است که موجب شد، در موقع خود (بخش I)، به بررسی مسأله استفاده از درس‌های ریاضی، برای تربیت تفکر دیالکتیکی دانش‌آموزان، نپردازم: آشنایی با هدف‌ها و روش‌های دانش ریاضی، برای گسترش و تعمیق جهان‌بینی، اهمیت فوق‌العاده‌ای دارد، ولی سهم اصلی تأثیر تربیتی در این جهت، به عهده‌ی ریاضیات با کمیت‌های متغیر، یا به اصطلاح ریاضیات عالی، است؛ در آن جاست که، به گفته‌ی انگلس،

دیالکتیک به ریاضیات وارد می‌شود و ریاضیات با واقعیت‌های جهان خارج پیوند می‌خورد؛ ولی می‌دانیم که این بخش از ریاضیات، در برنامه‌ی رسمی دبیرستانی وجود ندارد. و در واقع، اشاره به این جنبه‌ی تربیتی ریاضیات دبیرستانی و تأثیری که بر جهان‌بینی دارد (با توجه به ناچیز بودن خود ریاضیات در برنامه‌ی دبیرستانی) ارزشی ندارد. به همین مناسبت است که بحث در این باره را هم، به مقاله‌ی بعدی خود موکول می‌کنم.

۲ ـ در این مقاله، به موضوع‌های آموزشی نپرداخته‌ام. من تنها در این باره صحبت کردم که چه ویژگی‌هایی از دانش ریاضی و برای چه جنبه‌هایی از تفکر و یا شخصیت اخلاقی دانش‌آموزان می‌تواند و باید مورد استفاده قرار گیرد، ولی در این باره که چگونه می‌توان به این هدف رسید، چیزی نیاوردم. با تجربه‌ای که دارم، این وضع، ممکن است موجب نارضایتی گروه‌هایی از خوانندگان این مقاله بشود و، به احتمالی، مرا سرزنش کنند که این مقاله «چیزی به معلم نمی‌دهد» و هیچ توصیه‌ی مشخصی برای او ندارد. به همین مناسبت لازم می‌بینم، توضیح کوتاهی در این زمینه بدهم.

۱) به گمان من، تنظیم اشاره‌های آموزشی مشخص، در باره‌ی آن چه در این مقاله بررسی کرده‌ام، کاری بیهوده و اضافی است. تأثیر تربیتی درس‌های ریاضیات (همچون دانش‌های دیگر) تنها وقتی می‌تواند نمود کند که معلم، بر دانش مربوط به درس خود مسلط باشد و از روش‌ها و تاریخ آن اطلاع داشته باشد، دوم در کار معلمی به اندازه‌ی کافی مجرب و آزموده باشد و سوم، خود به اندازه‌ی کافی دارای همان خصلت‌هایی باشد که خیال دارد به دانش‌آموزان خود بیاموزد. هیچ گونه حیله‌ی آموزشی نمی‌تواند به معلمی که خودش دارای نیروی اندیشه‌ی انتزاعی

نیست، کمک کند تا این اندیشه را در دانش‌آموزان خود به وجود آورد؛ برای نمونه، کدام روش آموزشی می‌تواند به معلمی که خودش احساس میهنی سست و ضعیفی دارد، کمک کند تا شاگردان خود را میهن دوست بار آورد؟

برعکس، وقتی که معلمْ بر خود و بر موضوع درس خود مسلط باشد، وقتی که خودش صاحب همه‌ی خصلت‌های نیکی که در باره‌ی آن‌ها صحبت کرده‌ایم باشد، آن وقت دیگر به هیچ گونه توصیه‌ی مشخص آموزشی نیاز پیدا نمی‌کند: در هر حالتی، می‌تواند، خیلی ساده و آزاد و بی‌تعصب، بهترین و ثمربخش‌ترین راه را برای هدف تربیتی خود پیدا کند. برای چنین معلمی، تحمیل هر گونه توصیه‌ی مشخص آموزشی، تنها می‌تواند مانعی در کار او به حساب آید.

۲) بنابراین، وقتی که به اعتقاد من، طرح و تنظیم توصیه‌های مشخص آموزشی درباره‌ی هدف‌های این مقاله، کاری بیهوده است، چیزی جز این نمی‌ماند که توصیه‌های عام آموزشی را مورد توجه قرار دهیم؛ امیدوارم، مقاله‌ی من، انگیزه‌ای برای معلمان آزموده و مربیان و متخصصان روش‌های آموزشی باشد تا از تجربه‌های خود، در این باره، سخن بگویند. من، با فروتنی تمام، اذعان می‌کنم که این موضوع‌ها، نیاز به بررسی بیشتری دارند و، به همین مناسبت، خود را نیازمند به اظهارنظر دیگران می‌بینم.

۳) سرانجام، می‌خواهم از قبل یک سوءتفاهم احتمالی دیگر را هم برطرف کنم. از آن جا که می‌خواستم درباره‌ی تأثیر تربیتی درس‌های ریاضی صحبت کنم، ناچار بودم جنبه‌هایی از دانش ریاضی را برشمرم، که به اعتقاد من، نسبت به سایر رشته‌های دانش برتری دارند. ولی وقتی

مطلب به این صورت طرح شده باشد، ممکن است این تأثیر را در برخی از خوانندگان بگذارد که گویا من خواسته‌ام ریاضیات را مافوق همه‌ی دانش‌های دیگر قرار دهم و سراسر مقاله‌ی من حاکی از آن است که ریاضیات را تنها علم واقعی می‌دانم و به همه‌ی دانش‌های دیگر به چشم انتقاد و عیب‌جویی می‌نگرم. ممکن است بعضی از همکاران عزیز من ـ نمایندگان سایر دانش‌ها ـ احساس بی‌عدالتی کنند و با آزردگی خاطر، نوشته‌ی مرا با شدت مورد انتقاد قرار دهند و ثابت کنند که دانش‌های دیگر، به‌هیچ‌وجه، بدتر از ریاضیات نیستند و همه‌ی آن چه که من، به عنوان امتیاز ریاضیات برشمرده‌ام، در دانش‌های دیگر هم وجود دارد.

با قسمت اول این بحث به‌طور کامل موافقم: دانش‌های دیگر، به‌هیچ‌وجه بدتر از ریاضیات نیستند؛ از این گذشته، من اعتقاد دارم که آفرینندگی در سایر رشته‌های دانش، به مراتب دشوارتر از ریاضیات است و، به همین جهت، برای کسانی که در این رشته‌ها، آفرینش‌های پرارزشی دارند، احترامی عمیق قائلم. ولی من در هیچ جای مقاله‌ام ریاضیات را بر صدر ننشانده‌ام و آن را برتر از همه‌ی دانش‌ها ندانسته‌ام. برعکس، چند بار و با فروتنی، تأکید کرده‌ام که ریاضیات، به خاطر ویژگی‌های خاص خود، نمی‌تواند به عنوان یک وسیله‌ی تربیتی در فلان حالت به کار رود، چرا که ریاضیات، دانشی انتزاعی است و موضوع آن، مطالعه‌ی مستقیم خود چیزها و یا پدیده‌های دنیای واقع نیست، بلکه تنها از رابطه‌های کمیتی و شکل‌های فضایی آن‌ها صحبت می‌کند. همین موقعیت است که وظیفه‌ی تربیتی را برای ریاضیات، به مراتب، دشوارتر از انجام این وظیفه برای سایر دانش‌ها می‌کند. (و من روی این موضوع، چند بار در مقاله‌ی خود تأکید گذاشته‌ام). با همه‌ی این‌ها، ریاضیات جنبه‌هایی هم دارد که آن را، از

نظر امکان‌های تربیتی، بااهمیت‌تر از سایر دانش‌ها نشان می‌دهد. و این که من، در مقاله‌ی خود، بر این جنبه‌های ریاضیات تکیه کرده‌ام، به‌هیچ‌وجه به معنای آن نیست که خواسته‌ام ریاضیات را بر سایر دانش‌ها ترجیح دهم و یا آن را دانشی برتر بشناسانم.

من دانش ریاضی را، آن طور که در واقع وجود دارد، معرفی کرده‌ام و با صداقت کامل، هم نقطه‌های مثبت و هم نقطه‌های ضعف آن را، در زمینه‌ی مورد بحث این مقاله، برشمرده‌ام. ولی در زمینه‌هایی که معتقد به برتری ریاضیات هستم و آن‌ها را در مقاله خود شرح داده‌ام، حاضر به هر گونه مبارزه‌ای هستم و تا آخر ایستاده‌ام، و اگر همکاران محترم من در سایر دانش‌ها، مدعی باشند که این جنبه‌ها در انحصار و امتیاز ریاضیات نیست و رشته‌های دیگر هم، به همان اندازه‌ی ریاضیات، قابلیت دارند، برای دفاع از نظر خود حاضرم در یک مناظره و بحث منطقی رویارو شرکت کنم.

درباره‌ی مهم‌ترین موضوع‌های تربیتی

نیکلای لباچوسکی

نیکلای ایوانوویچ لباچوسکی (۱۷۹۲ ـ ۱۸۵۶)، ریاضی‌دان، بنیان‌گذار هندسه‌ی نااقلیدسی، اندیشمند واقع‌گرا، رجل دانشگاهی و مربی بزرگ روس، در سال ۱۷۹۲ در نیژنی‌نوگورود (بعدها گورکی)، در خانواده‌ی یک کارمند دون‌پایه به دنیا آمد. او به تقریب تمام زندگی خود را در قازان گذرانید. دبیرستان را در سال‌های ۱۸۰۲ تا ۱۸۰۷ و دانشگاه را در سال‌های ۱۸۰۷ تا ۱۸۱۱ تمام کرد. از سال ۱۸۱۶ استاد و در سال‌های ۱۸۲۷ تا ۱۸۴۶ رئیس دانشگاه قازان بود. در سال ۱۸۴۶ از ریاست دانشگاه برکنار و مشاور (بدون حقوق) مجمع علمی قازان (که تازه بنیان‌گذاری شده‌بود) شد. در ۱۱ فوریه‌ی سال ۱۸۲۶، در نشست دانشکده‌ی ریاضی ـ فیزیک دانشگاه قازان، زیر عنوان «شرح کوتاهی از مقدمات هندسه و اثبات کامل قضیه‌ی مربوط به‌موازی‌ها» سخن‌رانی کرد؛ و با این سخن‌رانی، طرح اصلی کشف هندسه‌ی نااقلیدسی خود را پی‌ریخت. این سخن‌رانی در سال ۱۸۲۹ در «پیک‌قازان» با عنوان «درباره‌ی مقدمات هندسه» چاپ شد.

به این ترتیب، مسأله‌ی پوستولای پنجم اقلیدس، که قریب دو هزار سال ریاضی‌دانان همه‌ی کشورها را به خود مشغول داشته بود، به‌طور اساسی حل شد. راه‌حل لباچوسکی نشان می‌داد که اصل توازی را نمی‌توان به

کمک سایر اصل‌های هندسه‌ی اقلیدسی ثابت کرد؛ و اگر به جای این اصل، از اصلی متناقض آن استفاده کنیم، هندسه‌ای به‌دست می‌آید که هیچ تناقضی ندارد و به اندازه‌ی هندسه‌ی اقلیدسی منطقی و پایدار است. اندیشه‌های لباچوسکی در ساختار تمامی ریاضیات و، از طریق آن، در تمام دانش‌های پایه، اثری عمیق گذاشت. لباچوسکی را باید یکی از دانشمندان تراز اول جهان به‌شمار آورد. او معتقد بود که تنها، طبیعت، تجربه و فیزیک می‌تواند نشان دهد که کدام هندسه با واقعیت فیزیکی جهان ما سازگار است. به جز این، خود لباچوسکی روشن کرد که چگونه می‌توان از هندسه‌ی او در سایر شاخه‌های ریاضیات، از جمله آنالیز ریاضی و ضمن محاسبه‌ی انتگرال‌های معین استفاده کرد.

* * *

آن‌چه در این جا می‌خوانید، سخن‌رانی لباچوسکی، در جلسه‌ی رسمی دانشگاه قازان در سال ۱۸۲۸، و به مناسبت انتخاب خود به ریاست دانشگاه است. طبیعی است که این سخن‌رانی، پاسخ‌گوی نیازهای زمان لباچوسکی است. با وجود این، مضمون آن، که به بررسی هدف و اهمیت آموزش و پرورش، روش‌های شناخت علمی و نقش دانشمند در زندگی اجتماعی مربوط می‌شود، شامل چنان دیدگاه‌هایی است که می‌تواند برای ما هم، راهنمایی‌های ارزنده‌ای داشته باشد، به‌خصوص که از زبان یک دانشمند بزرگ جاری شده‌است. معلم ریاضیات، در این مقاله، به موضوع‌هایی برمی‌خورد که، به خاطر طرح زیبا و مضمون عمیق خود، می‌توانند او را در کار بغرنج تربیتی که بر عهده دارد، یاری رسانند.

پرویز شهریاری

درباره‌ی مهم‌ترین موضوع‌های تربیتی

سالی دیگر گذشت. دوستان عزیز، با انتخاب شما، در مقامی قرار گرفته‌ام که حرمت، اهمیت و دشواری آن، می‌تواند دلیل کافی بر اعتمادی باشد که نسبت به من داشته‌اید. جرأت نمی‌کنم شکایت کنم که شما خواسته‌اید مرا از کار مورد علاقه‌ام، که دورانی طولانی با میل و رغبت در آن فرو رفته بودم، جدا کنید. کارهای تازه‌ای به عهده‌ی من گذاشته‌اید که مرا پریشان می‌کند، چرا که تاکنون با آن‌ها بیگانه بوده‌ام. ولی من جرأت شکایت ندارم، زیرا در ضمن، امکان‌های تازه‌ای به من داده‌اید که می‌توانند سودمند باشند. دعوت شما را می‌پذیرم، رأی شما را محترم می‌دارم و برای آن ارزش قایلم، زیرا نمی‌خواهم با خواست عمومی مخالفت کنم، زیرا خود من نمی‌توانم کسی را ببخشم که، در چنین موقعیتی، به فکر رد کردن رأی عمومی بیفتند ...

منصفانه بگویم؛ می‌توانم از ضعف نیروی خود و کمبود امکان‌ها شکایت کنم، ولی مگر کسی این حق را دارد که نارسایی‌ها را بهانه قرار دهد، آن هم زمانی‌که، باید همت کرد و به‌جبران این نارسایی‌ها پرداخت؟ من‌هم، همچون دیگران، از موقعیت خوب کنونی نیرو می‌گیرم. ما در آغاز

کامیابی‌های کشورمان قرار گرفته‌ایم. دانشگاه، به‌صورت مشخصی، مورد عنایت قرارگرفته است. آن‌چه خواسته‌ایم، در اختیارمان گذاشته‌اند. اکنون این پرسش پیش می‌آید: آیا ما به‌وظیفه‌های خود عمل کرده‌ایم؟ وقتی‌که به نخستین سال کار خود در اداره‌ی دانشگاه می‌اندیشم، به سختی می‌توانم، آرامش خود را به‌دست آورم. همین پرسش است که مرا، درباره‌ی گزارش یک ساله‌ی کار خودم و دانشگاه، به دشواری می‌اندازد. امید من به گذشت و تأیید دوستان و استادانی است که در دانشکده‌های مختلف مشغول بوده‌اند و به داوری درست و موشکافانه‌ی آن‌ها اعتقاد دارم.

گذشت و خطابخشی شما حاضران محترم است که، به ناچار، در برابر نارسایی‌های سخنان من سکوت می‌کنید. اجازه می‌خواهم سال تحصیلی جاری را، سال آزمایش بنامم. دلم می‌خواهد این حق را داشته باشم که سال تحصیلی بعد را سال عمل و سال سوم را، سال جشن و پیروزی نامگذاری کنم.

خودم را همچون ناخدایی می‌بینم که با ناباوری به تجربه‌ی خود، در ساحل ایستاده است، ولی سرانجام تصمیم خود را می‌گیرد و خود را به دریای آزاد می‌زند، ترس به دل راه نمی‌دهد، ولی همه جا خود را نیازمند مشورت احساس می‌کند. در پرورش جوانان، که مسئولیت آن با همکاری سایر دانشگاهیان به عهده‌ی من گذاشته شده است، نیاز به مشورت و راهنمایی دارم. به خود جرأت می‌دهم تا اندیشه‌های خود را در معرض داوری شما قرار دهم، چرا که گمان می‌کنم، این اندیشه‌ها، شامل چنان بنیان‌هایی از موازین اخلاقی هستند که، توجه به آن‌ها، برای هر مربی و معلمی ضرورت دارد. من خیال دارم، آن‌ها را ملاک عمل خود قرار دهم، همچون مسافری که، برای گم نکردن راه، به نشانه‌های کنار جاده‌ی مسیر

توجه می‌کند.

انسانی را تصور کنیم که دور از جامعه‌ی انسانی بزرگ شده و به میل و اراده‌ی طبیعت وحشی خود، عمل می‌کند؛ سپس، به انسانی بیندیشیم که تحت آموزش و تربیت معمول روزهای اخیر، در یک جامعه‌ی باسواد و قانون‌شناس رشد کرده و با درک کامل، برای شرف خود و برای اعتبار و بزرگی میهن خود، ارزش والایی قایل است. چه چیزی موجب اختلاف بین این دو نفر شده است؟ چه عاملی آن‌ها را تا به این حد از هم جداکرده است؟ این عامل، چیزی نیست جز تربیت و آموزش. تأثیر این عامل از همان روزهای نخست زندگی و در گهواره آغاز می‌شود؛ ابتدا حالت تقلیدی دارد، ولی به‌تدریج، ذهن، حافظه، تصور و میل به ظرافت و زیبایی، در او بیدار می‌شود و رشد می‌کند و، در نتیجه، علاقه‌ی به خود و نزدیکان خود، میل به بزرگی و افتخار، احساس غرور و کشش به سمت لذت‌های زندگی، در او پدید می‌آید، همه‌ی قابلیت‌های ذهن، همه‌ی استعدادها و همه‌ی عشق‌ها و هوس‌ها، در اثر تربیت شکل می‌گیرند و همه‌ی این‌ها، یک هدف همیشگی و پایدار را دنبال می‌کنند: تکامل انسان.

شکل ظاهری او، پیشانی بلندش که کنجکاوانه هر چیزی را دنبال می‌کند، به بالا می‌نگرد و، در عین حال، دوروبر خود را زیر نظر دارد. خط‌های چهره‌اش که احساس او را می‌نمایاند و سرانجام، ذهن جست‌وجوگر و استیلاجویش؛ همه گواه برآنند که انسان، برای آقایی، حکمروایی و تسلط بر طبیعت به دنیا آمده است؛ ولی حکمت و خردی که باید به یاری آن بر تخت موروثی خود تکیه زند، از روز تولد به او داده نشده است. این خردمندی و قابلیت را به کمک آموزش به‌دست می‌آورد.

این خردمندی به چه معنایی است؟ چه چیزی باید به ما یاد دهند تا به هدف برسیم؟ چه استعدادهایی را باید شکوفا کرد و تکامل داد و چه قابلیت‌هایی را باید دگرگون ساخت؛ چه چیزهایی را باید یاد داد و چه چیزهایی را همچون عنصرهای زیادی و زیان‌بخش حذف کرد؟

عقیده‌ی من این است: چیزی را نابود نکنید! همه چیز را تکمیل کنید! آیا به راستی، ودیعه‌های طبیعت بیهوده است؟ مگر می‌توان آن‌ها را زیان‌بخش دانست! چه اتهامی به آن‌ها وارد است؟ چیزی را متهم نکنیم، درست برعکس، در برابر رازهای بی‌پایان طبیعت تعظیم کنیم و آن‌ها را سرمشق خود قرار دهیم.

معمول‌ترین شکوه‌ها را در حالت عشق می‌شنویم، ولی همان‌طور که مابلی [1] می‌گوید: هر چه عشق نیرومندتر باشد، برای جامعه مفیدتر است، تنها سمت‌گیری آن ممکن است زیان‌آور باشد.

درباره‌ی انگیزه‌های غریزی ذهنی، که خاص تمایل‌های انسان است، چه می‌توان گفت؟ به‌نظر من، همه‌ی آن‌ها باید به جای خود باقی بمانند، در غیر این صورت، طبیعت فرد، مورد دستبرد قرار می‌گیرد، به آن تجاوز می‌شود و، در نتیجه، سلامت نفس او آسیب می‌بیند.

قبل از همه، به اساسی‌ترین قابلیت انسان، یعنی هوش و عقل، توجه می‌کنیم، قابلیتی که در برابر غریزه قرار دارد و موجب جدایی انسان از دیگر جانداران است، من با این عقیده موافق نیستم که انسان از غریزه محروم شود، غریزه‌ای که در بسیاری از عمل‌های ذهن دیده می‌شود و در

۱ـ گابریل مابلی (Mobly، ۱۷۰۹ ـ ۱۷۸۵)، اندیشمند، سیاست‌شناس و سوسیالیست آرمان‌گرای فرانسوی.

ترکیب با عقل و هوش، نبوغ را به وجود می‌آورد. تنها این مطلب را یادآوری می‌کنم که غریزه، اکتسابی نیست؛ در حالی که کسی که تازه متولد شده است، نمی‌تواند نابغه باشد. در این جا نقش اصلی با تربیت است: شکوفا کردن نبوغ یعنی ساختن و پربهره کردن درک و تلقین تفکر آزاد. شاید اگر هوش را شامل تصور و حافظه بدانیم، آن وقت ما را از جان‌داران دیگر جدا می‌کند. ولی عقل، بدون تردید خاص انسان است، عقل، یعنی مقدمات معلوم داوری، یعنیَ جست‌وجوی علت‌ها و سازگاری‌ها. به همین مناسبت است که نمی‌توانیم در بین نتیجه‌گیری‌های خود از پدیده‌های طبیعت، به تناقض برخورد کنیم.

ولی به‌هرحال، باید به این حقیقت گردن نهاد که، ذهن، در چنان مقامی قرار ندارد که بتواند، به اندازه‌ی سخن گفتن، برتری انسان را نسبت به دیگر جان‌داران توجیه کند. به اعتقاد کالبدشناسان، حتی جان‌دارانی که از نظر پیچیدگی اندام‌های خود، بیش از همه‌ی دیگران، به انسان نزدیک‌اند، فاقد اندام‌هایی هستند که به یاری آن‌ها بتوانند صداهای مرکب و بغرنج را ایجاد کنند. آن‌ها از انتقال مفهوم‌ها به یکدیگر محروم‌اند. ولی انسان این امکان را دارد: انسان تنها جان‌داری است که هم یاد می‌گیرد و می‌تواند با مدد گرفتن از عقل و خرد خود و با تمرکز نیروهای جسمی و ذهنی خود، در جست‌وجوی حقیقت باشد. کلام و سخن، همچون پرتوهای ذهن، نور دانش را می‌پراکند و به همه جا می‌رساند. زبان، گواه بر آموزش‌پذیری انسان و معیاری برای تشخیص درستی آموزش‌های اوست.

چه چیزی موجب این همه موفقیت‌های درخشان دانش‌های ریاضی و فیزیک در سال‌های اخیر شده است، موفقیت‌هایی که در واقع، افتخار سده‌های اخیر و نشانه‌ای از پیروزی عقل انسانی است؟ بدون تردید،

عامل اصلی را باید وجود زبان خاص این دانش‌ها دانست. همه‌ی آگاهی‌های مربوط به این دانش‌ها را با نشانه‌هایی خاص و با زبانی فشرده بیان می‌کنیم تا توجه و دقت ما را بی‌جهت خسته نکند و با یک طرح ساده، مفهوم‌های بسیاری را به ما تلقین کند. این موفقیت‌های دانش ریاضی، که پرتوهای آن همه‌ی دانش‌های دیگر را در بر گرفته است و، به حق، موجب شگفتی ما می‌شود، ما را به پذیرفتن این حقیقت وا می‌دارد که، تنها عقل انسانی است که قادر به درک حقیقت است و، به همین دلیل است که، باید ذهن آدمی را مطابق آن چه در ریاضیات کشف شده است، با امکان‌ها و ابزارهای مستقیم، برای بالا بردن میزان درک او، مجهز کرد. زمان درازی نیست که از این امکان‌ها استفاده می‌کنیم. آن را بیکون نامدار به ما نشان داد. او می‌گوید: این تلاش بیهوده را کنار بگذارید که تنها از ذهن خود استفاده کنید و همه‌ی حکمت‌ها را از آن بیرون بکشید. از طبیعت بپرسید، طبیعت همه‌ی حقیقت‌ها را در خود دارد و در برابر هر پرسش شما، بلافاصله و قانع‌کننده پاسخ می‌دهد. سرانجام، نبوغ دکارت، موجب این تغییر خوش‌آیند شد و به برکت قابلیت‌های اوست که امروز در شرایطی زندگی می‌کنیم که، دست‌کم در دانشگاه، تا حدی از سایه‌ی جمود فکری سده‌های میانه آزاد شده‌ایم. جوانانی به دانشگاه‌ها وارد شده‌اند که ناچار نیستند سخنان میان تهی و بی‌معنی بشنوند و چیزهایی را یاد بگیرند که نه بر اندیشه‌ای منطقی استوارند و نه ارزش و اهمیتی دارند. در این‌جا چیزهایی آموخته می‌شود که، در واقع، وجود دارند، نه چیزهایی زاده‌ی مغزهای علیل‌اند. در این‌جا دانش‌های پایه و دانش مربوط به طبیعت، به کمک زبان خاص و سرگذشت تاریخی آن‌ها درس داده می‌شود. در این جا، هر معلمی، موضوعی را برای تدریس انتخاب

کرده که در تمامی زندگی به آن مشغول بوده است و از همان سال‌های جوانی با همه‌ی عشق و احساس و استعداد خود، به طرف آن کشیده شده است. تا حدی مایه‌ی تأسف است که برای نفع ناچیز تربیت و آموزش در خانه، ارزش بسیار قائل‌اند. کسی که می‌خواهد از بچه‌های خود، افرادی مناسب زندگی اجتماعی بسازد، باید از امکان‌هایی استفاده کند که در جامعه فراهم آمده است: باید بچه‌های خود را به آموزشگاه‌های عمومی بفرستد.

آموزش ذهنی نمی‌تواند، به تنهایی، وظیفه‌ی تربیت را به پایان برساند. کسی که ذهن خود را از آگاهی‌ها انباشته است، هنوز نمی‌تواند از زندگی لذت ببرد. می‌خواهم در این باره صحبت کنم که چگونه می‌توان شور و شوق را به وجود آورد!

زیستن، یعنی احساس لذت از زندگی و این خود، یعنی احساس دستیابی مستمر به موضوع‌های تازه؛ چنین احساسی است که به‌طور دایم به ما می‌فهماند که داریم زندگی می‌کنیم، درژاوین، سخن‌سرای ما، درباره‌ی مردم می‌گوید:

در حالی که همیشه، بخشی از نیستی هستیم،
خوشبختی خود را در تغییر لذت‌ها جست‌وجو می‌کنیم.
با وجود دلخوشی‌های بی‌شمار خود
در جست‌وجوی دلخوشی‌های دیگرانیم.

حرکت یکسان و یکنواخت، یعنی مرگ. استراحت بعد از کار خوش‌آیند است، ولی خیلی زود به کسالت و دل‌تنگی می‌انجامد. لذت در هیجان و تموج احساس است، البته به شرطی که از حد معینی تجاوز نکند. با وجود این، تفاوتی ندارد که توجه ما به سمت شادی متوجه شده باشد یا اندوه؛

چرا که سرگذشت غم‌انگیز انسان‌های محروم و ناخوشبخت هم می‌تواند نظر ما را جلب کند و وقتی، ادیپ در صحنه‌ی تئاتر، از بدبختی‌های خودش صحبت می‌کند با میل و رغبت به آن گوش می‌دهیم. شادی و اندوه، به عنوان دو نیروی متضاد، زندگی درونی ما را پر می‌کند، ما را به هیجان می‌آورد و موجب لذت‌هایی می‌شود که خاص طبیعت انسان است. زندگی به رودی می‌ماند که در کرانه‌ی پرپیچ وخم خود، گاه به چمن‌زارهای شادی می‌ریزد و گاه صخره‌های پرشیب اندیشه‌های اندوه‌بار را می‌شوید و پاک می‌کند؛ هیچ چیز نمی‌تواند، به اندازه‌ی نادانی و جهل، جلو حرکت خروشان آن را بگیرد: سکون و بی‌حرکتی، جاده‌ی مستقیمی است که زندگی را از گهواره به سمت گور هدایت می‌کند. حتا ضرورت انجام کارهای سنگین و طاقت‌فرسا، که جایی برای استراحت باقی نمی‌گذارد، زندگی کشاورزان و پیشه‌وران تهیدست را شاد و لذت‌بخش می‌کند، ولی شماها، که وجودتان، به خاطر یک فرصت غیرعادلانه، بستگی به مالیات‌های سنگین دیگران دارد، اگر ذهنی فعال نداشته باشید و احساستان رو به خاموشی رفته باشد، نمی‌توانید در زندگی خود شادی داشته باشید ... ولی، از این بابت، آرامش خیال دارم، چرا که از دانشگاه ما، چنین طبیعت‌هایی بیرون نمی‌رود؛ حتا اگر با چنین طبیعتی زاده شده باشند. آرامش خیال من، از این جهت است که می‌بینم، در این جا، عشق به افتخار و احساس نسبت به شرف و ارزش‌های درونی رشد می‌کند.

به‌نظر می‌رسد، طبیعت، که با این گشاده‌دستی انسان را در لحظه‌ی تولد خود پربار کرده است، هنوز ناراضی است. میل به برتری نسبت به دیگران در هر کسی گذاشته شده است، هر کسی می‌خواهد نامدار شود و، به

همین علت، هر کسی در جهت تکامل خود تلاش می‌کند. فعالیت خستگی‌ناپذیر ذهن، آدمی را به سوی کسب افتخار و شهرت پیش می‌برد و نسل‌های متوالی جامعه‌ی انسانی را به سوی تکامل و باز هم تکامل سوق می‌دهد. و این پیشرفت بی‌توقف، حدی نمی‌شناسد.

... لحظه‌ای می‌رسد که انسان می‌خواهد شعله‌ی زندگی خود را حفظ کند، می‌خواهد از آن چه به او داده شده‌است، مراقبت کند. انسان زندگی می‌کند تا وجود خودش را در نسل‌های آینده نگه دارد. عشق به زندگی، انگیزه‌ی نیرومندی در همه‌ی جان‌داران است، هر کسی در خدمت این هدف عالی طبیعت است. من از قله‌ی زندگی خودم رد شده‌ام؛ در نخستین گام، هنوز سنگینی و سختی مسیری که مرا به سراشیبی نیمه‌ی دوم راه کشانده است، حس می کنم. همیشه از خودم و وجودم مراقبت کرده‌ام، اکنون هم نمی‌توانم درباره‌ی آن بی‌تفاوت باشم. زندگی، در دانه‌ی گیاه آرمیده است و در برابر بلیه‌های طبیعی خود را پنهان کرده است؛ ولی سرانجام، زمان فعالیت خود را پیدا می‌کند، بیدار می‌شود و رو به رشد می‌گذارد. در این حالت، با نیروی برتر خود، با هجوم‌های پشت سرهم محیط خود، می‌جنگد، ولی همین که احساس کند، در جنگی نابرابر گرفتار است، به فکر فرار می‌افتد و دوباره در دانه‌ی تازه‌ای مخفی می‌شود. این، شرح کوتاهی است از پدیده‌ی زندگی در گیاهان، جانوران و انسان. چگونه این میل به فرار را در خود حفظ می‌کند؟ چطور است که به موقع بیدار می‌شود و چگونه به‌درستی حساب زمان را نگه می‌دارد؟ این پیوند را نگاه کنید؛ در ابتدای بهار می‌شکفد، نیروی طبیعی او از پیش احساس می‌کند که قلمه‌ی بیگانه نمی‌تواند مدت درازی دوام آورد و، به همین علت، در رساندن غذا به آن، عجله می‌کند. به سبزی باغچه نگاه

کنید؛ وقتی که شب‌های سرد، خبر از یخبندان نزدیک می‌دهد، رشد خود را متوقف می‌کند و در عوض، دانه و تخم در آن ظاهر می‌شود. سیبی که مورد هجوم کرم قرار می‌گیرد، زودتر از دیگران دانه می‌بندد و به زمین می‌افتد. چنین است که، سیلاب، زندگی را کوتاه می‌کند و چنین است، وقتی که جوان زودتر از وقت به ارضای میل‌های خود بپردازد، قبل از موقع به حد بلوغ می‌رسد و درست در زمانی که باید بشکفد، در گور می‌خوابد. همه‌ی ما نیمی، یا حتا بیشتر از نیمی از عمر طبیعی خود را از دست می‌دهیم. نمونه‌هایی این مطلب را ثابت کرده است: یکلستون نامی ۱۴۳ سال زیسته است، هانری ژیکنس تا ۱۶۹ سالگی زنده بوده است. طبیعت‌شناسان هم، با مقایسه‌ی زمان بالغ شدن انسان و جانوران، به همین نتیجه رسیده‌اند: آن‌ها می‌گویند که ما باید نزدیک به ۲۰۰ سال زندگی کنیم. ولی افسوس! نیروی زندگی شیره‌های غذایی را بیهوده جمع می‌کند، چرا که آتش میل آن‌ها را می‌سوزاند و تشویش و جهل نابودشان می‌کند. حرارت تصور ما، آگاهی ما و خاطره‌های همیشه آماده‌ی ما، موجب بیداری میل‌ها می‌شوند و هوس‌های غیرلازمی را در ما فرامی‌خوانند. یکی از وظیفه‌های معلم این است که به این موضوع توجه کند و از ندانم‌کاری‌های جوانان، که به سلامتی آن‌ها آسیب می‌رساند، پیشگیری کند.

و اگر اندیشه‌ی مرگ نباشد، تا چه حد نسبت به زندگی خود، ولخرج و دست و دل‌بازیم. جایی که نور بیشتر بتابد، تیرگی سایه هم مشخص‌تر می‌شود؛ و به این ترتیب است که تضادها، همساز یکدیگرند. جانوران، انگیزه‌های خود را کورکورانه دنبال می‌کنند. ولی انسان، لذت را می‌شناسد، آن را به میل خود انتخاب می‌کند و به آن لطف و ظرافت

می‌بخشد. با وجود این، از اولویت‌ها کمتر استفاده می‌کند، چرا که از مرگ خبر دارد. فکر آزاردهنده‌ای که همه‌ی لذت‌ها را مسموم می‌کند، چون شمشیر داموکلس، که در بالای سر به مویی آویزان باشد. مرگ، همچون پرتگاهی است که همه چیز را در خود فرو می‌کشد و هرگز پر نمی‌شود، شری است که در هیچ زبانی نمی‌گنجد، چرا که با هیچ شر دیگری قابل قیاس نیست.

ولی چرا مرگ را باید شر پنداشت؟ زندگی ما، در واقع، یک لحظه است؛ به گذشته بی‌تفاوتیم، انگار که وجود نداشته است؛ آینده هم که، به همان ترتیب، به دنبال گذشته است. وقتی که مرگ فرا رسد، برایمان فرق نمی‌کند که چقدر زیسته‌ایم. ما محکوم نظام طبیعتیم و نمی‌توانیم با آن مخالفت کنیم، ولی کدام بهتر است: عمری طولانی یا کوتاه؟

به این ترتیب، باید قدر زندگی خود را، پیش از آن که ارزش خود را از دست بدهد، بدانیم. اگر به تاریخ مراجعه کنیم، می‌بینیم که مفهوم راستین افتخار و عشق به میهن ــ که به‌خصوص انگیزه‌های سال‌های جوانی‌اند ــ می‌تواند میل‌ها را در جهت درستی راهنمایی کند و چنان نیرویی ایجاد کند که بتوانیم بر مرگ غلبه کنیم. به قول روشه فوکو: با بستن چشمان خود، نمی‌توان چیزی را دید.

رازی در طبیعت وجود دارد که هر لحظه آماده است؛ عشق به خود و عشق به نزدیکان را ــ که در وجود ما قرار دارد ــ همچون یک قربانی بزرگ، از ما بگیرد؛ و از همین جاست که وظیفه‌ی تربیت در زمینه‌ی اخلاق، آغاز می‌شود. دوآلو، روشه‌فوکو و دیگران روشن کرده‌اند که، خودخواهی، انگیزه‌ی پنهانی همه‌ی رفتارهای انسان در جامعه است. مطلب را می‌توان کلی‌تر طرح کرد؛ علاقه‌ی به نزدیکان، چه

ضرورت‌هایی را ایجاب می‌کند؟ کسانی همچون هوبس و هلوویتوس نمی‌خواهند باور کنند که انسان برای جامعه زاده شده است. خوشبختانه، خطای آن‌ها، چندان خطری ندارد: گاه به گاه، چنین نظرهایی ظاهر شده است، ولی کمتر پیش آمده است که به‌وسیله‌ی دیگران دنبال شده باشد. انسان صاحب عقل است، عقلی که به او امکان درک می‌دهد و همین درک است که او را به سوی خوشبختی هدایت می‌کند. این که ما نیک و پاک به دنیا آمده‌ایم و، وجدان ما، حافظ و نگهبان این نیکی است. نمونه‌ها، بهتر از تفسیرها و کتاب‌ها، برای ما آموزنده است.

شما مربیان این موسسه‌اید و بهتر از هر کس، می‌توانید خود را نمونه و سرمشق قرار دهید. مطمئنم که از این راه می‌توان عشق و وجدان را منتقل کرد و این، از هر تشکری، برای مربیان ما با ارزش‌تر است. شما این را می‌دانید و تجربه‌ی جهانی هم شما را بیشتر قانع می‌کند که همین احساس عشق بی‌غرضانه و بی‌آلایش به نزدیکان، می‌تواند به ذهن شما درباره‌ی درک بهتر، روشنی بخشد، راهنمای شما به سوی عشق‌های پیچیده‌تر باشد، شما را به سوی نظم و انجام وظیفه‌های خود بکشاند، نگهبان پاکی و معصومیت اخلاقی شما باشد، تندرستی شما را حفظ کند، وجدان شما را بیدار نگه دارد، میل به شرافت و احساس جوانمردی و بلندهمتی را در شما برانگیزاند و، به‌طور خلاصه، سپری در برابر همه‌ی بدی‌ها و ناشایستگی‌ها باشد.

شما جوانان در موقعیتی نیستید که به ارزش واقعی سخنان من پی ببرید، تجربه هم نمی‌تواند، یکباره، همه چیز را به شما بفهماند. شما به دنیایی وارد می‌شوید که، تحت‌تأثیر تازگی و گوناگونی آن، فرصتی برای اندیشیدن برایتان باقی نمی‌ماند. ولی زمانی می‌رسد که در پرتو

واقعیت‌ها، ناگهان، گذشته، با همه‌ی زیبایی‌های ناشی از ابهام خود، ظاهر می‌شود، همچون کنده‌کاری ظریف و محوی بر روی قطعه‌ای از طلای درخشان و یا همچون انعکاس منظره‌ای چشم‌نواز در آئینه‌ی ضعیف و لرزان آب. آن وقت است که دوران تحصیلی و دوران لاابالی‌گری جوانی، تمامی خاطره‌ی شما را فرا می‌گیرد، همچون خوشبختی کاملی که به‌هیچ‌وجه قابل تکرار نیست. در آن زمان است که با دوستان دوران تحصیل خود، همچون نزدیک‌ترین کسان خود برخورد می‌کنید. در آن زمان، ضمن صحبت از دوران جوانی، از معلمان خود با ستایش و سپاس‌گذاری یاد می‌کنید، می‌پذیرید که تا چه حد به خیر و صلاح شما کوشیده‌اند و با افتخار، سخنانی را که از ما شنیده‌اید، برای دیگران نقل می‌کنید.

... شماها که بعد از من به دنیال آمده‌اید، از من خوشبخت‌ترید. تجربه‌ی تاریخی ملت‌ها نشان می‌دهد که هر سرزمینی دوران کودکی خود را می‌گذراند، به سن بلوغ می‌رسد و سرانجام پیر می‌شود. درباره‌ی سرزمین مورد علاقه‌ی ما هم، وضع بر همین منوال است. سرزمین ما هم پیشرفت خواهد کرد و، سرانجام، به چنان قله‌ی رفیعی از موفقیت می‌رسد که هیچ طایفه و ملتی نتواند با آن برابری کند. دوران امروزی پرشکوه است، ولی دوران اصلی شکوه در آینده فرا می‌رسد. افق روشن شده است و می‌توانیم از هم اکنون، طلوع خورشید را پیش‌بینی کنیم ...

منطق هندسه

آلکساندر الکساندروف

درباره‌ی نویسنده

نویسنده‌ی این مقاله، آلکساندر دانی‌دویچ آلکساندروف (تولد ۱۹۱۲)، یکی از بزرگترین ریاضی‌دانان و در عین حال فیلسوفان معاصر است. او تحصیل دانشگاهی خود را، در سال ۱۹۳۳، در دانشگاه لنین‌گراد تمام کرد و بلافاصله، همان جا، مشغول به کار شد. در سال‌های ۱۹۵۲ تا ۱۹۶۴، ریاست این دانشگاه را به عهده داشت و از سال ۱۹۶۴، به عنوان عضو فرهنگستان علوم اتحاد شوروی، کارهای پژوهشی خود را ادامه می‌دهد.

کار اصلی آلکساندروف مربوط به هندسه است و تألیف اساسی او، «هندسه‌ی درونی سطح‌های کوژ» (۱۹۴۸) و «چند وجهی‌های کوژ» (۱۹۵۰)، در همین زمینه است. او از جمله، به بررسی ویژگی‌های متریک شکل‌ها در حالت کلی، در فضای ریمانی، پرداخت. روش‌های خاص او (که مکتبی را به نام مکتب آلکساندروف به‌وجود آورده است) موجب گسترش میدان بررسی‌های هندسی شد و نه تنها بسیاری از مسأله‌های مربوط به نظریه‌ی سطح‌ها را حل کرد، بلکه در نظریه‌ی معادله‌های دیفرانسیلی، نظریه‌ی پوشش‌های کشسان و غیره، کاربرد پیدا کرد.

آلکساندروف، در زمینه‌ی نظریه‌ی نسبیت و فلسفه هم، پژوهش‌های

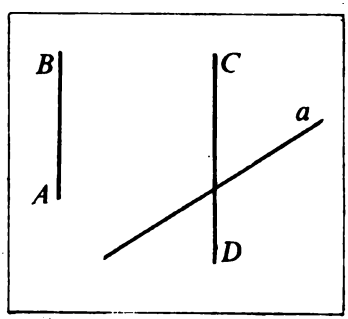
ارزنده‌ای دارد و در طول زندگی خود، جایزه‌های بسیاری دریافت کرده است (از جمله، جایزه‌ی بین‌المللی لباچوسکی در سال ۱۹۵۱). او همچنین، در سال ۱۹۴۹، به عنوان استاد ممتاز شوروی در کوهنوردی شناخته شد.

مقاله‌ای که از این دانشمند بزرگ در این جا می‌خوانید، به بررسی منطق درونی هندسه و دقت یا عدم دقت نتیجه‌گیری‌های آن، مربوط می‌شود.

پرویز شهریاری

تضاد در درس هندسه

معمول است که درس هندسه، با رسم شکل آغاز می‌شود، از جمله می‌نویسند: «شکل را نگاه کنید. خط راست α و سه نقطه‌ی A، B و C را روی این خط راست می‌بینید.» بعد، و دوباره با تکیه بر شکل، مفهوم‌ها (با تصورها)ی مربوط به استقرار نقطه‌ها بر خط راست و همچنین مربوط به پاره‌خط‌های راست، وارد می‌شود. سپس گفته می‌شود: «به‌شکل نگاه کنید. خط راست α، صفحه را به دو نیم صفحه تقسیم کرده است.» کمی تأمل کنید! به این شکل، که از یک کتاب درسی برداشته شده است، توجه کنید. روی این شکل، «خط راست ـ α» صفحه را تقسیم نمی‌کند، زیرا می‌توان روی آن، دور زد و از C به D رسید. حتا برخی از دانش‌آموزان هم، متوجه این نکته می‌شوند. «خط راست» روی شکل، صفحه را تقسیم نمی‌کند، بلکه خط



راستی تصوری و ذهنی، که از دو طرف نامحدود «به حساب می‌آید»، موجب تقسیم صفحه می‌شود. هر مفهوم در روی شکل چیزی را نشان می‌دهد که با آن چه «به حساب می‌آید» به کلی فرق دارد.

می‌گوییم، «از هر دو نقطه می‌توان یک خط راست، و تنها یک خط راست عبور داد.» ولی اگر، مثل پیشینیان، «خط راست» را به کمک خط‌کش رسم کنیم، آن وقت، از دو نقطه می‌توان «خط‌های راست» مختلفی گذارند، یکی کوتاه‌تر و دیگری بزرگتر ...

این، ویژگی خط راست است که «امتداد آن از دو طرف، نامحدود به حساب می‌آید»، بدون این که هر جا با خط راست سروکار داشته باشیم، یادآوری این ویژگی را لازم بدانیم. با وجود این، هر کسی در زندگی، خط راست را به معنای خط محدودی می‌شناسد که می‌تواند کوتاه‌تر یا بلندتر باشد؛ و هیچ کس آن را از هر دو جهت نامحدود، به حساب نمی‌آورد. نامحدود یعنی چه؟ تا مرزهای منظومه‌ی خورشیدی، تا مرزهای کهکشان‌ها، ...؟! روشن است که «خط راست نامحدود»، یک مفهوم انتزاعی است.

به این ترتیب، در همان آغاز درس هندسه، با تضاد روبه‌رو می‌شویم: تضاد بین واقعیتی که روی شکل نشان داده شده‌است، از یک طرف، و تصور ذهنی یا مفهوم انتزاعی شکل هندسی، از طرف دیگر. و اگر، این تضادی که بین موضوع مشخص واقعی با مفهوم انتزاعی وجود دارد، توضیح داده نشود، موجب سردرگمی و ابهام برای دانش‌آموزان می‌شود، زیرا باید روی شکل چیزی را ببینند که، در واقع، نمی‌بینند و نمی‌توانند ببینند. (مفهوم خط راست، بازتابی از واقعیت است، ولی به صورتی ایده‌آلی، که تصور مربوط به ادامه‌ی نامتناهی، به آن اضافه شده است.)

این تعریف، از نویسنده‌ی «سرمایه» است: «شکل ایده‌آلی، همان شکل مادی است که در مغز انسان جاگرفته است، ولی به صورت تغییریافته.» بر واژه‌ی «تغییریافته» تکیه می‌کنیم. درک آدمی، واقعیت را منعکس می‌کند، ولی به صورتی تغییریافته، و گاهی، به‌کلی تغییر یافته که، شکل‌های هندسی، نمونه‌ی روشن و مهمی از آن است.

در همان آغاز کتاب درسی، نمونه‌هایی از ساده‌ترین شکل‌های هندسی را نشان می‌دهند و، همان‌جا، می‌گویند: «شکل‌ها، از نقطه‌ها درست شده‌اند.» و یا «پیش خود تصور می‌کنیم که شکل‌های هندسی، از نقطه‌ها تشکیل شده‌اند.»

ولی، این تصور، به شکلی که رسم کرده‌ایم و یا نقطه‌ای که «با دقت و با نوک مداد» علامت گذاشته‌ایم، ربطی ندارد. در واقع، شکل‌های انتزاعی و نقطه‌های ایده‌آل بدون هر اندازه‌ی را، با هیچ مدادی نمی‌توان رسم کرد و خط‌های راست ایده‌آل بدون پهنا را با هیچ خط‌کشی نمی‌توان کشید؛ با همه‌ی این‌ها، به همان شکلی که رسم کرده‌ایم، به عنوان مجموعه‌ای از نقطه‌ها می‌نگریم. ولی این دیدگاه، که در مرحله‌ی بالایی از انتزاع به‌دست آمده است، کمتر از ۱۵۰ سال عمر دارد و، قبل از آن، کسی در این باره فکر نمی‌کرد که، شکل، مجموعه‌ای از نقطه‌هاست؛ و امروز هم، ریاضی‌دانان، بیش از آن که در این باره «تصور کنند»، درباره‌ی آن، به صورتی انتزاعی، فکر می‌کنند (که البته، بحث و جدل، هنوز هم ادامه دارد). به این ترتیب، دوباره، در همان آغاز هندسه، به تضاد برمی‌خوریم. شکل به صورتی که رسم شده است، داده می‌شود، یعنی به صورت چیزی مادی و، در عین‌حال، به‌عنوان مجموعه‌ای از نقطه‌ها در نظر گرفته می‌شود، یعنی چیزی به کلی انتزاعی. اگر این تضاد به خوبی توضیح داده

نشود، آن وقت، این پرسش که «شکل هندسی یعنی چه؟»، نامفهوم و مبهم باقی می‌ماند.

جنبه‌ی دیگر همین تضاد، در اثبات قضیه‌ها نهفته است: از یک طرف، می‌خواهیم قضیه را با «استدلال خالص منطقی» ثابت کنیم و، از طرف دیگر، به ناچار بر تصورهای عینی تکیه می‌کنیم. گاهی، در کتاب‌های درسی، بر این نکته تأکید می‌شود که، برای اثبات قضیه، باید تنها بر ویژگی‌هایی از شکل تکیه کرد که، یا در اصل موضوع‌ها ذکر شده‌اند و یا در قضیه‌های قبلی، به اثبات رسیده‌اند؛ از هیچ ویژگی دیگری، ولو این که واضح باشد، نباید استفاده کرد. ولی، در همان کتاب، این یادآوری، نقض می‌شود و یک رشته از مفهوم‌ها و ویژگی‌های شکل مورد استفاده قرار می‌گیرد که، در اصل موضوع‌ها، صحبتی از آن‌ها نشده است و تنها از راه تصور عینی وارد در مطلب شده‌اند. ثابت نمی‌شود که، نقطه‌ی واقع بر یک پاره‌خط، آن را به دو پاره‌خط تبدیل می‌کند، ثابت نمی‌شود که، مثلث (به عنوان شکلی که از سه نقطه و پاره‌خط‌های پیونددهنده‌ی آن‌ها، تشکیل شده است)، بخشی از صفحه را محدود می‌کند، خود مفهوم «محدود می‌کند» تعریف نمی‌شود و از این قبیل. ولی این‌ها، بدیهی و واضح شمرده می‌شوند و، بدون اثبات و تعریف، باقی می‌مانند، در حالی که با جمله‌ی «استناد به واضح بودن، ممنوع است» ناسازگارند.

به این ترتیب، در زمینه‌ی اثبات و تعریف هم، به تضادی برمی‌خوریم که با تضاد مربوط به تصور شکل‌های هندسی و ویژگی‌های اصلی آن‌ها، شباهت دارد: تضاد بین واقعیت و عینیت از یک طرف، و دقت استدلال‌های منطقی، که لازمه‌ی انتزاعی بودن است، از طرف دیگر.

این تضادها، منطقی و دیالکتیکی است، یعنی به هم مربوط و مشروط به

یکدیگرند، این تضادها، باید در هندسه، به هم گره بخورند: در هندسه، نمی‌توان از تصور عینی صرف‌نظر کرد، کنار گذاشتن تصور عینی و تکیه نکردن بر آن‌ها، بی‌معنی و ابلهانه است، چرا که عدم کاربرد هندسه درباره‌ی چیزهای واقعی، بی‌معنی و ابلهانه است. در عین حال، از دقت منطقی هم نمی‌توان در هندسه صرف‌نظر کرد، چرا که انتزاع، جدایی از عینیت را می‌طلبد. اگر این تضادها را از هم جدا کنیم و وحدت آن‌ها را نادیده بگیریم، برای نمونه از تکیه‌ی بر روشنی مطلب امتناع شود، و یا به هم مخلوط شوند، از جمله تکیه‌ی بر شکل که گویا در آن جا خط راست نامتناهی دیده می‌شود، آن وقت، تناقض و سردرگمی به‌وجود می‌آید.

وحدت این تضادها، در خود ماهیت هندسه وجود دارد. در هر گزاره‌ی هندسی (خواه اصل موضوع باشد یا قضیه و یا تعریف)، همیشه به این دو عنصر برخورد می‌کنیم: طرح عینی آن، و تنظیم دقیق آن همراه با نتیجه‌گیری دقیق منطقی. جایی که یکی از این دو عنصر وجود نداشته باشد، با هندسه‌ی واقعی سروکار نداریم.

در این جا هم، در تحلیل آخر، با تضادی سروکار داریم که مربوط به ماهیت هندسه است: در هندسه، به‌طور مستقیم، شکل‌هایی مطالعه می‌شوند که، از نظر هندسی، ایده‌آل هستند و، بنابراین، در واقعیت وجود ندارند، ولی در عین حال، نتیجه‌هایی که از این راه به‌دست می‌آیند، در دنیای واقع و برای حل مسأله‌های عملی به کار می‌روند. در هندسه دبیرستانی هم، وضع به همین قرار است: اصل موضوع‌ها، تعریف‌ها، و قضیه‌ها، همه مربوط به شکل‌های ایده‌آل‌اند، ولی در پرتو مثال‌هایی از دنیای واقع، صورتی عینی و روشن پیدا می‌کنند و در حل مسأله‌های مربوط به دنیای واقع، مورد استفاده قرار می‌گیرند. گزاره‌های هندسی،

معرف حقیقت‌هایی از دنیای واقع‌اند، ولی به صورت ایده‌آلی آن و، به همین مناسبت، به‌طور کامل، متناظر با حقیقت‌های دنیای واقع نیستند و حتا، در برخی حالت‌ها، به کلی از دنیای واقع جدا می‌شوند. در ضمن روشن است که قضیه‌هایی مثل قضیه‌های مربوط به برابری یا تشابه مثلث‌ها و یا قضیه‌ی فیثاغورس، حقیقت‌هایی از دنیای واقع را بیان می‌کنند.

به این نکته هم توجه کنیم که دقت منطقی نتیجه‌گیری‌های هندسی را، مثل همه‌ی نتیجه‌گیری‌های ریاضی، نباید مطلق به حساب آورد (به‌ویژه به شیوه‌ای که در دبیرستان طرح می‌شوند). در هیچ حالتی، دقت مطلق وجود ندارد؛ در دبیرستان، دقت منطقی، تا سطحی رعایت می‌شود که تکیه‌ی بر روشنی و وضوح عینی را از دست ندهد. مرز کار در کجاست، چگونه و تا کجا می‌توان تکیه‌ی بر عینی بودن را مجاز شمرد، و چه موقع باید از آن پرهیز کرد؟ به این پرسش، باید در بحث‌های آموزشی و تربیتی پاسخ داد.

به این ترتیب، تضادهایی که در هندسه، با هم و به صورتی یگانه وجود دارند، در هم نفوذ می‌کنند و بر هم اثر می‌گذارند. عینی بودن، در اثبات‌ها و تعریف‌ها وارد می‌شود و، به نوبه‌ی خود، موجب دقت بیشتر در دیدگاه‌های عینی ما می‌شود. این منطق دیالکتیکی، از همان آغاز هندسه، تمامی دوره‌ی اصلی هندسه‌ی دبیرستانی را فرا گرفته است. عدم درک درست این مطلب، همان‌طور که گفتیم، منجر به این می‌شود که وحدت تضاد درونی آن پاره شود و موجب گمراهی و نتیجه‌گیری‌های اشتباه‌آمیز بشود.

آن چه درباره‌ی حقیقت‌های دنیای واقع و دقت منطقی گفتیم، به منطق

علمی (یا دیالکتیک) مربوط می‌شود: با هر گزاره‌ای که مضمونی داشته باشد، نباید به صورتی مطلق برخورد کرد، هیچ گزاره‌ای به‌طور مطلق درست نیست و برای درستی آن، شرط‌ها و محدودیت‌هایی وجود دارد. دقت مطلق وجود ندارد، هرگز بین گزاره‌های هندسی با حقیقت‌های دنیای واقع، تناظر کامل برقرار نیست.

توجه به همین نکته است که، آدمی را به سمت تکامل اندیشه‌های خود، به سمت ژرف‌تر کردن آن چه درک کرده است و به سمت حقیقت‌های ژرف‌تر و دقیق‌تر برمی‌انگیزاند. این جنبه از ویژگی منطق علمی، می‌تواند راهنمایی برای آموزش هندسه و پرهیز از جمودگرایی باشد.

تضاد در ماهیت هندسه

هندسه، زاییده‌ی عمل و نتیجه‌ای از برخورد آدمی با دشواری‌های زندگی روزمره است و، هندسه، در آغاز، به صورت قانون‌های ساده‌ای برای حل مسأله‌های عملی مربوط به اندازه‌گیری قطعه زمین‌ها، حجم ظرف‌ها و غیره، به وجود آمد؛ و به همین ترتیب، تا حدود چهار هزار سال پیش، آگاهی‌هایی از هندسه، که به عنوان دانشی عملی و کاربردی شناخته می‌شد، در مصر باستان، روی هم جمع شد.

در دورانی بین سده‌ی هفتم تا سده‌ی پنجم پیش از میلاد، در یونان، هندسه توانست به‌تدریج خود را از تجربه جدا کند و موضوع مطالعه‌ی خود را، نه حقیقت‌های دنیای واقع، بلکه شکل‌های هندسی ایده‌آل قرار دهد. تکیه بر تجربه، و حتا تکیه بر شکل، کنار گذاشته شد و، گزاره‌ها، از حالت تأیید تجربی، به صورت قضیه‌ها درآمدند، یعنی برای تأیید درستی گزاره‌ها، اثبات استدلالی ضرورت پیدا کرد. دلیل این وضع روشن است:

با شکل‌های ایده‌آل نمی‌توان تجربه کرد. آن‌ها را نمی‌توان ساخت و حتا نمی‌توان رسم کرد، تنها می‌شود آن‌ها را تصور کرد.

در ضمن، خود مفهوم شکل‌های ایده‌آل، بر زمینه‌ی همان استدلال‌های منطقی، که موجب نتیجه‌گیری‌های هندسی می‌شدند، تنظیم شد، زیرا در این استدلال‌ها، شکل، همچون موضوع ذهنی، وارد می‌شد. تنظیم مفهوم شکل ایده‌ال در هندسه، با روش ذهنی که در آن به کار می‌رود، در واقع، یک روند یگانه را تشکیل می‌دهند. در این روند، این هر دو جنبه، یکدیگر را به حرکت وامی‌دارند و به سمت حوزه‌ی تفکر انتزاعی می‌رانند.

این روند، با این که موضوع هندسه را از عمل جدا کرد، سمت‌گیری خود را از خود عمل گرفته بود. به عنوان نمونه، مفهوم پاره‌خط راست را در نظر می‌گیریم. مساحان مصر باستان، میخ‌های چوبی در زمین فرو می‌کردند و بین آن‌ها ریسمان می‌کشیدند. در ضمن، مسأله‌ی اصلی آن‌ها، فقط طول ریسمان بود و نه چیز دیگری. میخ‌ها و ریسمان‌ها را می‌شد نازک‌تر انتخاب کرد و دلیلی نداشت به این فکر نیفتند که می‌توان این دقت کار را، باز هم ادامه داد. به‌تدریج، جایی را که میخ‌ها فرو رفته بود، به عنوان نقطه‌ها، و ریسمان‌ها، به‌عنوان پاره‌خط‌های راست در نظر گرفته شد. این آغاز اندیشه‌ی نقطه و پاره‌خط راست بود، که سرانجام، آن‌ها را به تصور درباره‌ی نقطه‌ی بدون هر اندازه‌ای و درباره‌ی پاره‌خط راست، به عنوان «طول بدون پهنا» رسانید (ومصری‌ها هم، پاره‌خط راست را، به همین صورت تعریف می‌کردند)؛ زیرا نقطه، تنها معرف انتهای پاره‌خط بود، و برای پاره‌خط راست، تنها طول آن مهم بود. به این ترتیب، می‌توان گفت: خود عمل و تجربه بود که انسان را به سمت جدایی از تجربه و عمل دنیای

واقع هدایت کرد.

تصور درباره‌ی شکل‌های دیگر هندسی هم، به همین ترتیب به‌وجود آمد، یعنی در نتیجه‌ی جدا شدن از همه‌ی آن چه که نسبت به شکل و اندازه، بیگانه و تصادفی بودند، زیرا در عمل، تنها به همین دو عنصر، یعنی شکل و اندازه، نیاز بود. شکل هندسی، چیزی جز تصویر و بازتاب جسم واقعی نیست، ولی به صورتی که از همه‌ی ویژگی‌های دیگر، به جز شکل، و حتا از بعضی اندازه‌های خود، جدا شده است.

مفهوم شکل ایده‌آل، همراه با اندازه‌ها و فرم‌های دقیق ایده‌آلی، این امکان را فراهم می‌آورد که قانون‌های دقیقی برای حل مسأله‌های عملی تنظیم کنیم و به نتیجه‌گیری‌های منطقی دقیقی برسیم. هر قانون دقیقی، نیاز به مفهوم‌های دقیق دارد، همان‌طور که هر کار دقیقی، نیازمند ابزار دقیق است. هندسه، به عنوان ابزار حل مسأله‌های عملی تکامل یافت و، بر این زمینه، به عنوان یک دستگاه منطقی انتزاعی با یک رشته گزاره‌های قابل اثبات (قضیه‌ها) تنظیم شد. البته، در این روند، که در یونان و از سده‌ی ششم پیش از میلاد آغاز شد، علاقه‌های خالص ذهنی هم، که زاییده‌ی زیبایی پرجاذبه‌ی خود مضمون هندسه است، نقش اساسی به عهده داشت.

موضوع مستقیم مورد مطالعه‌ی هندسه، وقتی از واقعیت جدا شد؛ تنها شکل‌های ایده‌آل و ذهنی قرار گرفت و، روش آن، صورت خالص ذهنی پیدا کرد که بر اثبات استدلالی، و بدون تکیه بر تجربه، بود. تجربه در هندسه، به صورت آزمایش‌ها و بررسی‌های درونی و ذهنی درآمد: شکل‌های ایده‌آل ذهنی ساخته شد و، اثبات قضیه‌ها، در باره‌ی این گونه شکل‌ها انجام گرفت.

جدایی هندسه از واقعیت‌های عمل روزانه، وقتی خود را نشان داد که، یونانی‌ها، با آغاز از قضیه‌ی فیثاغورس، پاره‌خط‌های «اندازه‌ناپذیر» را کشف کردند.

یونانی‌ها و بابلی‌ها، از خیلی پیش از فیثاغورس، با مضمون قضیه‌ی او، به عنوان یک حقیقت تجربی و به عنوان قانونی از هندسه‌ی تجربی (مثل هر قانون فیزیکی) آشنا بودند. از این قانون نتیجه می‌شود که قطر و ضلع مربع، مقیاس مشترکی ندارند: نمی‌توان پاره‌خطی پیدا کرد که هم در قطر و هم در ضلع مربع، به تعدادی درست جا بگیرد.

ولی، این حکم را، نباید متناقض با تجربه دانست، زیرا اندازه‌گیری دقیق، امکان ندارد. از این گذشته، اندازه‌گیری عملی، می‌توانست این حکم را رد کند، زیرا می‌توان پاره‌خطی انتخاب کرد که بتواند، با هر دقت لازم، در قطر و ضلع مربع، به تعداد درستی جا بگیرد. هیچ جسم واقعی، اندازه‌های دقیق مطلق ندارد، هیچ طول واقعی را نمی‌توان با دقت مطلق اندازه گرفت، زیرا جسم از ذره‌هایی تشکیل شده است که، به‌هیچوجه، اندازه‌های دقیقی ندارند. بنابراین، از دیدگاه اندازه‌گیری‌های عملی، می‌توان گفت که، قطر و ضلع هر مربع واقعی، اندازه‌پذیرند و مقیاس مشترک دارند.

به این ترتیب، اگر بر اساس حقیقت‌هایی از هندسه داوری کنیم که از راه تجربه به‌دست می‌آیند، هندسه به نتیجه‌ای رسیده است که مفهومی در دنیای واقع ندارد. فیزیک‌دان‌ها به آن اهمیتی ندادند و آن را، به عنوان چیزی بی‌معنی، کنار گذاشتند، ولی ریاضی‌دان‌ها، آن را نگه داشتند و بر مبنای آن، نظریه‌ی نسبت کمیت‌های اندازه‌ناپذیر را ساختند (اودوکس، سده‌ی چهارم پیش از میلاد) و سپس، بعدها (در هند و کمی دیرتر در

ایران)، این نسبت‌ها را، به عنوان صورت تازه‌ای از عدد، به رسمیت شناختند و بر همین زمینه بود که آنالیز ریاضی پدید آمد و تکامل یافت و هم، در سده‌ی نوزدهم، نظریه‌ی مجموعه‌ها پایه‌گذاری شد.

در آن‌جا چه پیش آمد؟ ابتدا، نتیجه‌ی تجربه، با تبدیل به قضیه، به صورت مفهوم دقیق انتزاعی درآمد. بعد از آن، نتیجه‌ای منطقی حاصل شد و، سپس، بر اساس این نتیجه، به مرحله‌ی بالاتری از مفهوم‌های انتزاعی صعود کرد.

در این‌جا، با روشنی خاصی، ویژگی و ماهیت نه تنها هندسه، بلکه تمامی ریاضیات خالص به‌چشم می‌خورد. انتزاع از ویژگی‌های هر دانشی است و، در فیزیک معاصر هم، خیلی جلو رفته است، ولی در همه‌ی دانش‌ها، انتزاع‌ها به محک تجربه زده می‌شوند و به‌طور مستقل و به خودی خود ارزشی ندارند. در ریاضیات هم، انتزاع‌ها، در وجودهای ایده‌آل خود را نشان می‌دهند. موضوع هندسه، عبارت است از شکل‌های ایده‌آل، و نه صورت‌های حقیقی جسم‌های واقعی، اگرچه شکل‌های هندسی، بازتابی و نگاشتی از این صورت‌های واقعی‌اند و نتیجه‌های حاصل از آن‌ها را، می‌توان در مورد جسم‌های واقعی به کار برد.

با آن که یونانی‌ها، هندسه را به عنوان دانش شکل‌های ایده‌آل پایه‌گذاری کردند، ولی در هرحال، این شکل‌های ایده‌آل را متناظر با ویژگی‌های روابط فضایی دنیای واقع می‌ساختند، ولی با اندازه‌ها و فرم‌های دقیق. فضای انتزاعی، آن طور که نیوتون می‌فهمید، بدون شک با هندسه‌ی اقلیدسی سازگار است. هیچ هندسه‌ی دیگری هم به اندیشه درنیامده بود (کانت، فیلسوف مشهور، در پایان سده‌ی هیجدهم، حتا به این اندیشه رسید که، هندسه، علمی حضوری و مستقل از تجربه است).

به این‌ترتیب، در درون هندسه، با تضادی مواجه می‌شویم: با آن که، هندسه، دانشی مربوط به شکل ایده‌آلی و ساخته‌ی ذهن است، بدون هیچ قیدی در باره‌ی شکل‌ها و رابطه‌های فضایی دنیای واقع (ولی البته به صورت دقیق آن) به‌کار می‌رود.

با همه‌ی این‌ها، لباچوسکی و گوس، درباره‌ی این همخوانی دقیق هندسه‌ی ایده‌آل با هندسه‌ی دنیای واقع، دچار شک شدند و امکان وجود هندسه‌ای دیگر، هندسه‌ای نااقلیدسی را، ممکن ساختند (و همان‌طور که می‌دانیم، لباجوسکی و، همچنین، بایای، آن را شناختند و تکامل دادند). سپس، در ابتدای سده‌ی بیستم، نظریه‌ی نسبیت عمومی به وجود آمد که، بنابرآن معلوم شد، هندسه‌ی روابط فضایی دنیای واقع، با هندسه‌ی اقلیدسی، به صورتی غیردقیق بیان می‌شود (و این، در مقیاس‌های خیلی بزرگ کیهانی، مورد تأیید قرار گرفت).

به این ترتیب، هندسه‌ی اقلیدسی که از درون تجربه زاده شده و، سپس، با ایده‌آل کردن خود، از آن جدا شده بود، تا حدی تناظر کامل خود را با دنیای واقع از دست داد. با وجود این، موقعیت جدید، هیچ لطمه‌ای به آن، به عنوان بخشی از ریاضیات خالص، نزد، چراکه به صورت دستگاهی از نتیجه‌گیری‌های منطقی ناشی از اصل موضوع‌ها بود، بدون این که، به این مفهوم، با روابط مربوط به دنیای واقع بستگی داشته باشد.

تضاد درونی هندسه‌ی اقلیدسی، آن را به دو پاره تقسیم کرد؛ بخشی از هندسه، همراه با دقت منطقی استثنایی آن، در ریاضیات خالص باقی ماند، و بخش دیگر آن همچون نظریه‌های فیزیک، به صورت دانشی برای مطالعه‌ی روابط دنیای واقع، که مثل هر نظریه‌ی فیزیکی بر تجربه تکیه دارد، درآمد. دقت ایده‌آلی هندسه‌ی اقلیدسی، که به عنوان دانشی

تجربی به وجود آمده بود، دچار تضاد خاصی شد و به دانشی تبدیل شد که، به خودی خود، نمی‌توانست هم‌خوانی با تجربه را تأمین کند و، در ارتباط با تجربه، غیردقیق از آب درآمد.

چنین تضادهایی و چنین تقسیمی از یک واحد ـ هندسه‌ی واحد ـ به هندسه‌ی ریاضیات خالص و هندسه‌ی فیزیکی، درست با منطق علمی سازگار است.

نویسنده‌ی «دفاتر فلسفی» می‌نویسد: «دو پاره شدن واحد و درک تضاد بخش‌های آن، ماهیت منطق علمی است. درستی این جنبه از مضمون منطق علمی را باید تاریخ دانش تأیید کند.»

و در تاریخ دانش می‌بینیم که، هندسه‌ی واحد، به دو بخش متضاد تقسیم شد: بخشی که به ریاضیات خالص مربوط است و، بخش دیگری که با عمل ارتباط دارد. جدایی هندسه‌ی خالص ریاضی از تجربه، در نظریه‌ی مجموعه‌ها، شدت می‌یابد؛ در نظریه‌ی مجموعه‌ها، شکل هندسی به عنوان مجموعه‌ای از نقطه‌ها، مجموعه‌ای از بی‌نهایت نقطه، در نظر گرفته می‌شود. رابطه‌ی این تصور، با شکل‌های دنیای واقع، دورتر و پیچیده‌تر است. وقتی در درون نظریه‌ی مجموعه‌ها، استدلال‌های منطقی را دنبال کنیم، گاهی به قضیه‌هایی می‌رسیم که، از دیدگاه دنیای واقع، به کلی غیرقابل درک‌اند.[1]

همان‌طور که گفتیم، در مقیاس‌های کیهانی بود که نارسایی هندسه‌ی اقلیدسی کشف شد، ولی اگر در روی زمین، با توسل به نظریه‌ی نسبیت

۱ـ برای نمونه ثابت می‌شود که می‌توان کره را به چنان بخش‌هایی تقسیم کرد که، با تبدیل آن‌ها، بتوان دو کره برابر با کره‌ی اصلی، از این بخش‌ها درست کرد.

عمومی، این نارسایی‌ها را مورد مطالعه قرار دهیم، آن قدر ناچیزند که می‌توان از آن‌ها گذشت. در واقع، هندسه‌ی اقلیدسی، در حد تجربه، با مقیاس‌های زمینی سازگار است. (دقت اندازه‌گیری‌های تجربی ما، تا یک دهم طول موج نور است، و اگر بخواهیم؛ اشتباه ناشی از کاربرد هندسه‌ی اقلیدسی را، در روی زمین کشف کنیم، باید دقت اندازه‌گیری را، دست کم، ۱۰۰ بار بالا ببریم).

به این ترتیب، اگر نظریه‌ی مجموعه‌ها را کنار بگذاریم، همان هندسه‌ی اقلیدسی می‌تواند شکل‌های دنیای واقع را، هم در عمل و هم به صورت نظری، با دقتی که در حد تجربه‌ی زمینی ما خیلی بالاست، مورد مطالعه قرار دهد. ساختمان این هندسه را، می‌توان بر پایه‌ی اصل موضوع‌ها، و بدون یاری گرفتن از دیدگاه مجموعه‌ای، با استدلال محکم قیاسی بنا کرد. البته، هندسه، ویژگی‌های دنیای واقع و رابطه‌های فضایی دنیای واقع را منعکس می‌کند، ولی به صورت ایده‌الی آن. در واقع، در باره‌ی مکانیک هم، باید به همین ترتیب داوری کرد: مکانیک، دستگاهی از نقطه‌های مادی و جسم‌های صُلب را مورد مطالعه قرار می‌دهد، که انعکاسی از ویژگی‌های پدیده‌های مکانیکی دنیای واقع، به صورت ایده‌آلی آن‌هاست. مگر نه این است که، نه نقطه‌ی مادی و نه جسم مطلق صُلب، در واقعیت وجود ندارد: این‌ها، صورت‌های ایده‌آلی واقعیت را بیان می‌کنند. بنابراین می‌توان گفت که: رابطه‌ای که هندسه با دنیای واقع دارد (بدون دیدگاه مجموعه‌ای، بدون خط‌های راست نامتناهی و غیره)، به‌هیچ‌وجه، «بدتر» از مکانیک نیست. ولی، با انتخاب آن، به‌عنوان یک دستگاه خالص منطقی نتیجه‌گیری‌ها، به کلی از تجربه جدا می‌شود. به این ترتیب، هندسه در درون خود متضاد است: به‌طور دایم، از دنیای واقع، و

از جمله از رسم شکل، جدا می‌شود، و برعکس، مرتب به سمت دنیای واقع و به سمت حل مسأله‌های عملی رومی‌آورد.

منطق اصل موضوعی

این دوگانگی هندسه را، که در بیان بالا پنهان شده است، می‌توان تا حد زیادی با درک مفهوم اصل موضوع‌ها، روشن کرد.

اصل موضوع‌های هندسه، به مفهوم مقدماتی خود، زاییده‌ی تجربه بودند و تعمیم مستقیم آگاهی‌هایی بود که از راه تجربه‌ی طولانی به‌دست آمده بود. امروز هم، به شرطی که دیدگاه مجموعه‌ای را کنار بگذاریم، می‌توان برای اصل موضوع‌های هندسه، همین معنا را پذیرفت. در واقع، نخستین اصل موضوع‌ها، در «مقدمات» اقلیدس چنین‌اند:

۱) از هر دو نقطه، می‌توان یک خط راست گذراند؛

۲) هر خط راست را می‌توان ادامه داد.

از حکم دوم روشن می‌شود که، اقلیدس، خط راست را محدود در نظر می‌گرفت، همان‌طور که همه‌ی مردم، در زندگی روزانه و در عمل (وقتی که با هندسه کار نمی‌کنند) می‌فهمند. بنابراین، هر دو گزاره، معرف حقیقت‌های تجربی روشنی هستند: امکان انجام عمل واقعی، با خط‌های راست.

در کتاب‌های درسی زمان ما، اصل موضوع‌ها، معرف حقیقت‌های تجربی‌اند، با این تفاوت که تصور در باره‌ی خط راست نامتناهی و این که «شکل از نقطه‌ها تشکیل شده» به آن اضافه شده است. اگر بخواهیم از خط راست، آن گونه که از زندگی برمی‌آید، آغاز می‌کنیم، می‌توانیم این اصل موضوع‌ها را بیاوریم:

کتابخانه مجازی ریاضیات

۱۱. از هر دو نقطه، می‌توان خط راستی گذراند.
۱۲. هر خط راست را می‌توان از دو طرف امتداد داد (در این جا، خط راست به صورت متناهی است).
۱۳. خط راست نامحدودی که از دو نقطه‌ی مفروض می‌گذرد، منحصر به فرد است. سپس، پاره‌خط راست را می‌توان، با توجه به درک عینی آن، به عنوان بخشی از خط راست که بین دو نقطه قرار دارد، تعریف کرد.

اصل موضوع‌های مربوط به اندازه‌گیری و جمع پاره‌خط‌ها و زاویه‌ها هم، مفهوم تجربی روشنی دارند و از اندازه‌گیری‌های عملی سرچشمه می‌گیرند. (مفهوم عدد گنگ که در این جا، به صورتی پنهانی وجود دارد، نباید موجب تشویش دانش‌آموزان و معلمان بشود، زیرا در ابتدای کار، هیچ نیازی به آن نداریم).

اصل موضوع توازی، در کتاب‌های درسی، به صورتی بیان می‌شود که از نظر تجربی، قابل دسترس نیست (مثل گزاره‌ی مربوط به خط‌های راست نامتناهی). اصل موضوع توازی را، اگر به صورت ساده‌شده‌ای، از زبان اقلیدس بیاوریم، به این معناست که، هر مثلث را می‌توان با در دست داشتن یک ضلع و دو زاویه‌ی آن رسم کرد:

اگر پاره‌خط AB و دو زاویه‌ای که مجموع آن‌ها از زاویه‌ی نیم صفحه کمتر باشد، در اختیار داشته باشیم، آن وقت می‌توان مثلثی با ضلع AB و دو زاویه‌ی A و B ــ برابر با زاویه‌های مفروض ــ رسم کرد.[۱]

۱ـ خود اقلیدس، آن را به صورت دیگری تنظیم کرده است: اگر خط راستی دو خط راست دیگر را قطع کند و با آن‌ها در درون این دو خط راست و در یک طرف خط راست متقاطع با آن‌ها، دو زاویه با مجموعی کمتر از دو قائمه تشکیل دهد،

مفهوم عملی و تجربی این گزاره روشن است و نیازی به توضیح ندارد. تا نیمه‌ی دوم سده‌ی نوزدهم، اصل موضوع‌ها، به عنوان حقیقت‌هایی پذیرفته می‌شد، ولو این که به صورت ایده‌آلی بیان شده باشند. لباچوسکی، اصل موضوع خود را متناقض با اصل توازی قرار داد و همچون یک فرضیه، آن را به عنوان بیان رابطه‌های ممکن فضایی، پذیرفت. لباچوسکی، هندسه‌ی خود را، همچون نظریه‌ای که می‌تواند رابطه‌های فضایی را توضیح دهد، تصور می‌کرد.

ولی بعدها، وقتی که هندسه راه تکاملی خود را پیمود، وقتی که اصل موضوعی کردن آن دقیق‌تر شد، وقتی که هندسه‌های مختلف بسیاری با تعداد زیاد بعدها ظاهر شد و، سرانجام، وقتی که شکل به عنوان مجموعه‌ای از نقطه‌ها در نظر گرفته شد، تغییر ریشه‌ای در موقعیت هندسه پدیدار شد. دیگر، هندسه‌های ذهنی مختلف را، آن هم وقتی با بعدهای بسیار در نظر گرفته می‌شود، نمی‌توان همچون انعکاس رابطه‌های فضایی، به مفهوم عادی آن، درک کرد.

وقتی که اصل موضوع‌های هندسه، از آن چه که آن را توصیف می‌کنند، جدا شوند، چه معنایی می‌توانند داشته باشند؟ پاسخ این است: اصل موضوع‌ها را باید به عنوان «تعریف‌های پنهانی» در نظر گرفت و یا دقیق‌تر، باید گفت:

دستگاه اصل موضوعی هر نظریه، تعریفی است از موضوع این نظریه و مفهوم‌های اصلی آن.

آن وقت، این پاره‌خط راست، در همان طرف این زاویه‌ها، یکدیگر را قطع می‌کنند.

همان‌طور که مطالعه‌ی نظری هر موضوعی را باید از تعریف آن و تکیه‌ی کامل بر این تعریف آغاز کرد، همان‌طور هم، ساختمان قیاسی نظریه را باید از تعریف موضوع آن و مفهوم‌های اصلی آن آغاز کرد. و چون در این جا، بر هیچ چیز قبلی تکیه نمی‌شود، بنابراین، اصل موضوع‌ها هم در درون تعریف‌ها قرار می‌گیرند.

بررسی یک شکل در هندسه، از تعریف آن آغاز می‌شود. برای نمونه، برای مطالعه‌ی دایره، ابتدا باید تعریف دقیق آن را بدانیم و، سپس، بر اساس این تعریف، ویژگی‌های آن را، که به صورت قضیه بیان شده‌اند، پیدا کنیم. به همین ترتیب، طبیعی است که صفحه (یعنی ساختمان هندسه‌ی مسطحه)، را با تعریف آن آغاز کنیم. برای مثال:

صفحه (صفحه‌ی اقلیدسی)، به مجموعه‌ای از عنصرها گفته می‌شود که آن‌ها را نقطه می‌نامند، با این شرط که بتوان از این مجموعه، زیرمجموعه‌هایی به نام خط‌های راست را جدا کرد و، همچنین، برخی رابطه‌ها و اصل موضوع‌ها با آن سازگار باشند (و بعد، رابطه‌ها و اصل موضوع‌ها، آورده می‌شود).

رابطه یا نسبت «نقطه به خط راست تعلق دارد» به خودی خود و از این جا فهمیده می‌شود که، خط راست، زیرمجموعه‌ای از صفحه است.

در واقع، در مرز کتاب‌های دبیرستانی می‌توان گفت که، صفحه عبارت است از مجموعه‌ای که اصل موضوع‌های هندسه‌ی مسطحه در آن صدق کند (و این اصل موضوع‌ها را می‌توان به این یا آن طریق انتخاب کرد). هر عضو این مجموعه، یک نقطه نامیده می‌شود.

جمله‌ی اخیر، تعریف نقطه را در هندسه‌ی مسطحه می‌دهد. به دنبال آن، می‌توان تعریف دیگر مفهوم‌های اصلی را هم داد.

خط راست، به زیر مجموعه‌ای از صفحه گفته می‌شود که، همراه با دیگر زیرمجموعه‌های مشابه آن، با اصل موضوع‌های هندسه‌ی مسطحه سازگار باشد.

فاصله به کمیتی گفته می‌شود که به هر دو نقطه‌ای مربوط می‌شود و با اصل موضوع‌های متناظر خود سازگار است.

به همین ترتیب، می‌توان تعریف فضا را، به عنوان مجموعه‌ای که با اصل موضوع‌های هندسه‌ی فضایی سازگار باشد، تعریف کرد.

به این ترتیب، با اصل موضوعی کردن، تعریف موضوع نظریه و مفهوم‌های اصلی و اولیه‌ی آن داده می‌شود.

تعریف نقطه، نه به خودی خود، بلکه همراه با نقطه‌های دیگر داده می‌شود: به عنوان عضو مجموعه‌ای که از این نقطه‌ها تشکیل شده و ساختار آن به کمک اصل موضوع‌ها شرح داده می‌شود. به همین ترتیب، هیچ کدام از مفهوم‌های «خط راست»، «فاصله»، «نسبت بین بودن» و غیره، نه به خودی خود، بلکه همراه با دیگران و همان‌طور که در اصل موضوع‌ها آمده است، تعریف می‌شوند.

خط راست، مجموعه‌ای از نقطه‌هاست که، همراه با مجموعه‌های دیگری از این گونه، با اصل موضوع‌های هندسه‌ی مسطحه سازگار باشد. به زبان دیگر خط راست، مجموعه‌ای از نقطه‌هاست که به صورت معینی، در ساختمان صفحه وارد شده است. تنها در ریاضیات نیست که به چنین تعریف‌هایی برخورد می‌کنیم. به عنوان نمونه، کلاس، مجموعه‌ای از دانش‌آموزان است که به صورت معینی در ساختار مدرسه وارد شده است. به‌طور کلی، برای تنظیم یک تعریف، تنها می‌توان از طریق بستگی‌های متقابل عنصرها و بخش‌های آن، به نتیجه رسید و، در حالت

خاص، برای «تنظیم» تعریف صفحه یا فضای اقلیدسی هم، به همین ترتیب می‌توان عمل کرد.

تعریف‌ها، تنها وقتی معنا پیدا می‌کند که در ارتباط با هم ارائه شده باشند. به قول نویسنده‌ی «سرمایه»: یک انسان، تنها وقتی می‌تواند شاه باشد که کسانی را در تبعیت خود داشته باشد. شاه و اتباع او را، تنها در بستگی با یکدیگر می‌توان تعریف کرد.

در برخی از کتاب‌های درسی گفته شده است که «نقطه» و «خط راست» را نمی‌توان تعریف کرد و باید آن‌ها را، بدون تعریف، پذیرفت. این در واقع، به معنای آن است که آن‌ها را، ابتدا بدون تعریف می‌پذیریم؛ تعریف آن‌ها در اصل موضوع‌ها داده خواهد شد. اصل موضوع‌ها، نقش تعریف را برای این مفهوم‌ها دارند، ولی به صورتی ناآشکار. اما ما دیدیم که، این تعریف‌ها را، می‌توان به صورت روشن و آشکار، تنظیم کرد.

مفهوم‌های اصلی هر نظریه را، همان تعریف‌هایی تشکیل می‌دهند که به‌وسیله‌ی اصل موضوع‌ها داده شده است. ولی، مفهومی که هیچ تعریفی نداشته باشد، در واقع «مفهوم» نیست، بلکه به‌طور ساده، یک «واژه» است.

هر موضوع، ویژگی‌های مختلفی دارد و، بنابراین، بسته به این که از کدام ویژگی آغاز کنیم، می‌توانیم تعریف‌های مختلفی برای آن پیدا کنیم که البته، همه‌ی آن‌ها هم‌ارز یکدیگرند. به همین ترتیب، درباره‌ی پایه‌های هندسه‌ی مسطحه و در تعریف موضوع آن، مثل هر نظریه‌ی دیگری، می‌توان مفهوم‌های اصلی مختلفی و دستگاه‌های اصل موضوعی مختلفی را انتخاب کرد، که با یکدیگر هم‌ارز باشند. انتخاب مفهوم‌های اصلی مختلف (دستگاه‌های اصل موضوعی مختلف)، می‌تواند برای هدف‌های

مختلفی انجام گیرد، یکی کار را ساده‌تر می‌کند، دیگری برای به‌دست آوردن نتیجه‌ها منطقی‌تر است، سومی تفسیری عینی‌تر دارد و غیره. به‌طور کلی می‌توان گفت که انتخاب نوع مفهوم‌های اصلی و اصل موضوع‌ها، مشروط به راحت‌تر بودن آن‌هاست، تنها باید این دستگاه‌های اصل موضوعی هم‌ارز باشند، یعنی، همه‌ی آن‌ها، یک موضوع را تعریف کرده باشند.

به این ترتیب، اصل موضوع‌های هندسه را، مثل هر نظریه‌ی دیگری، می‌توان به دو معنای مختلف فهمید. به یک معنا، اصل موضوع‌ها، عبارت‌اند از تعمیم بعضی حقیقت‌های شناخته شده، و در معنای دیگر، به عنوان تعریف موضوع انتزاعی نظریه و مفهوم‌های اصلی آن به کار می‌رود. وقتی، اصل موضوع‌ها را به معنای اول آن‌ها قبول کنیم، آن وقت، مثل هر نظریه‌ای، این پرسش پیش می‌آید: آیا آن‌ها ویژگی‌های موضوع را، به درستی منعکس می‌کنند؟ آیا ممکن است این بیان نارسا و یا اشتباه باشد؟ ولی، وقتی اصل‌ها را به معنای دوم، یعنی به معنای تعریف یک موضوع در نظر بگیریم، دیگر نیازی به این پرسش نداریم که، آیا این تعریف درست است یا نادرست، دقیق است یا غیردقیق؟ پرسش می‌تواند تنها درباره‌ی «قابل درک بودن» این تعریف و «بی‌تناقض بودن» آن باشد، نه در باره‌ی درستی یا نادرستی آن. وقتی می‌گوییم، فلان تعریف نادرست است، به یکی از دو حالت نظر داریم: یا این تعریف مربوط به موضوعی است که آن را می‌شناسیم و تعریفی هم برای آن در دست داریم؛ و یا مربوط به استفاده از اصطلاحی است که متناظر با موضوع مورد نظر ما نیست. پرسش «آیا درست است یا نادرست؟»، وقتی پیش می‌آید که، گزاره‌ی مطرح شده را با چیزی که می‌شناسیم و در باره‌ی آن آگاهیم،

مقایسه کنیم. تعریف، در واقع، موضوع خود را تعریف می‌کند و، هر طور که باشد، همیشه «درست است» حتا اگر بی‌مضمون و مثل «کره، کره است» تنها تکرار واژه‌ها باشد.

همه‌ی این‌ها را می‌توان روی نمونه‌ای ساده‌تر از هندسه، به روشنی دید. برای نمونه، نظریه‌ی گروه را در نظر می‌گیریم، که به عنوان نظریه‌ای در آرایش تبدیل‌ها به وجود آمده است. اگر عنصرهای مختلفی، چون عددها یا حرف‌ها، در اختیار داشته باشیم، آن وقت، می‌توانیم آن‌ها را به ردیف‌های مختلف تنظیم کنیم؛ در این صورت، عبور از یک نوع تنظیم به نوع دیگر، به معنای تعویض (تبدیل) بعضی از عنصرها، با عنصرهای دیگر است. اگر تبدیل و، به دنبال آن، تبدیل دیگری انجام دهیم، آرایشی از آن‌ها به‌دست می‌آید. یعنی تبدیلی تازه. مجموعه‌ی این تبدیل‌ها را «گروه» می‌نامند، به شرطی که آرایش‌های هر دو تا از آن‌ها، تبدیلی از همان مجموعه باشد.

جدا از مفهوم «تبدیل»، این تعریف را می‌دهند:

گروه به مجموعه‌ای از عضوها گفته می‌شود که، در آن، «عملی» تعریف شده باشد که اگر آن را درباره‌ی دو عضو α و b از این مجموعه، به ردیف مفروض، انجام دهیم، عضو معین (و منحصربه‌فرد) سوم c از این مجموعه به‌دست آید، که آن را به صورت $c=\alpha b$ می‌نویسند؛ در ضمن، باید این اصل موضوع‌های هم با آن سازگار باشند: (۱) $\alpha(bc)=(\alpha b)c$؛ (۲) عضوی مانند e وجود دارد، به نحوی که برای هر α داشته باشیم $\alpha e=\alpha$؛ (۳) برای هر α عضوی مثل α^{-1} وجود دارد، به نحوی که $\alpha\alpha^{-1}=e$. همه‌ی این اصل موضوع‌ها، با گروه تبدیل‌ها سازگارند؛ اگر شرط محدود بودن تعداد عضوها را هم اضافه کنیم، آن وقت، با «گروه محدود» سروکار

خواهیم داشت و هر گروه محدود را می‌توان به عنوان گروه تبدیل نشان داد (که در حالت کلی، می‌تواند شامل همه‌ی تبدیل‌های عضوهای مفروض نباشد). ولی در خود مفهوم گروه، طبیعت عضوهای آن و یا نوع مشخصی از آن‌ها، هیچ نقشی ندارد. به این ترتیب، اصل موضوع‌های گروه، در رابطه با تبدیل‌ها، ویژگی‌های آرایش‌های این تبدیل‌ها را بیان می‌کنند؛ برای تبدیل‌ها، این اصل موضوع‌ها، درست‌اند. ولی این اصل موضوع‌ها، به خودی خود و بدون رابطه با تبدیل‌ها، تعریف مفهوم گروه را می‌دهند.

در هندسه‌ی مقدماتی هم، وضع به همین گونه است: اصل موضوع‌های آن، مثل خود هندسه به‌طورکلی، در رابطه با جسم‌های دنیای واقع به‌دست آمده‌اند و ویژگی‌های کلی شکل‌ها و نسبت‌های فضایی آن‌ها را بیان می‌کنند. و این بیان، ممکن است دقیق نباشد، کما این که غیردقیق هم از آب درآمدند. ولی، این اصل موضوع‌ها، به خودی خود، موضوع انتزاعی هندسه را، بدون توجه به این که تا چه حد با واقعیت تطبیق می‌کنند، تشکیل می‌دهند و پایه‌ی بررسی‌های ذهنی آن را، (با آغاز از تعریف) می‌سازند. این دو دیدگاه مختلف نسبت به اصل موضوع‌ها، در هندسه‌ی دبیرستانی از هم جدا نشده‌اند، همان‌طور که تا نیمه‌ی سده‌ی نوزدهم، و در طول بیش از دو هزار سال، از هم جدا نبودند. و همین جدانشدن این دو برخورد با اصل موضوع‌ها، در هندسه‌ی دبیرستانی، سرچشمه‌ی تناقض درونی آن را تشکیل می‌دهد.

مطلب را روی مثال ساده‌ای روشن می‌کنیم. در هندسه‌ی اقلیدسی، می‌توان شکل‌ها را آزادانه جابه‌جا کرد، بدون این که در فاصله‌ی بین نقطه‌های آن تغییری حاصل شود؛ برای نمونه، در هر جایی که بخواهیم،

می‌توانیم مثلثی برابر با مثلث مفروض بسازیم، در حالی، بنابر نظریه‌ی نسبیت عمومی، اگر بخواهیم دقت کامل را رعایت کنیم، چنین عملی ممکن نیست. اگر مثلثی را با ضلع‌هایی برابر ضلع‌های مثلث مفروض، در جای دیگری بسازیم، در حالت کلی، زاویه‌های دیگری خواهد داشت؛ و تا حدی، تغییر شکل می‌دهد. روی زمین و دور و بر آن، این تغییر شکل، ناچیز است، به نحوی که با اندازه‌گیری ما، با هر دقتی که در توانمان باشد، قابل محاسبه نیست. ولی این تغییر شکل، در نزدیکی ستارگان فوق متراکم، قابل توجه است. به‌نظر می‌رسد که، رسم مثلثی که به‌طور دقیق با مثلث مفروض برابر باشد، در هر جایی، ممکن نیست.

با وجود این، چنین وضعی، تأثیری بر هندسه‌ی اقلیدسی، به عنوان یک نظریه‌ی ریاضی، ندارد. در این هندسه، ویژگی مذکور مثلث، یا به دلیل این که آن را به عنوان اصل موضوع انتخاب کرده‌ایم، و یا با اثبات قضیه‌ای که براساس اصل موضوع دیگری قرار دارد، همیشه برقرار است.

همین وضع، درباره‌ی هر اصل موضوع با هر قضیه‌ی دیگری از هندسه، و مثل قضیه‌ی فیثاغورس، درست است. ولی، اگر درباره‌ی رابطه‌ی آن با جسم‌های دنیای واقع صحبت کنیم، باید بگوییم که، مضمون آن، شامل قانون هایی از طبیعت است که، مثل هر قانون دیگر، ممکن است دارای دقت کامل نباشد (همان‌طور که نظریه‌ی نسبیت عمومی هم، آن را تأیید کرد). با همه‌ی این‌ها، قضیه‌ی فیثاغورس، در هندسه‌ی اقلیدسی، به عنوان نتیجه‌ای از اصل موضوع‌ها، استوار و تزلزل‌ناپذیر است.

به این ترتیب، هر قضیه‌ی هندسی، نسبت به دنیای واقع، قانونی از طبیعت را بیان می‌کند و می‌تواند غیردقیق باشد؛ این قضیه، تنها به عنوان نتیجه‌ای از اصل موضوع‌ها، دقت کامل دارد، ولی در این صورت، از

واقعیت جدا می‌شود. به‌طور کوتاه، ولی دقیق، می‌توان گفت: یا معنا دارد، ولی در این صورت غیر دقیق است، و یا دقیق است، ولی در این صورت معنای خود را از دست می‌دهد.

آن چه را که گفتیم، درباره‌ی هر نظریه‌ی هندسی، مثل هندسه‌ی لباچوسکی یا هندسه‌ی ریمانی و، به‌طورکلی در مورد هر نظریه‌ی ریاضی، درست است.

هر نظریه‌ای از ریاضیات خالص، دستگاهی از نتیجه‌گیری‌های منطقی است و درستی آن، تنها و تنها به بی‌تناقضی آن مربوط می‌شود. در ضمن، این نظریه‌ی تنها در حدی که، مستقیم یا غیرمستقیم، به کمک نظریه‌های دیگری، در خدمت شناخت واقعیت قرار گیرد و کاربرد عملی پیدا کند، می‌تواند معنا و مفهوم داشته باشد.

هر نظریه‌ی ریاضی را می‌توان به دستگاه یا ماشینی تشبیه کرد، که اهمیت آن تنها به خاطر تولید اشیاء مورد نیاز مردم است. خود این دستگاه، به خودی خود، مورد نیاز کسی نیست. ولی، همان‌طور که هر ماشینی باید ساختمانی دقیق و مستحکم داشته باشد، ریاضیات خالص هم باید ساختمانی محکم و بادقت کامل منطقی داشته باشد. یک دستگاه، ممکن است به‌طور مستقیم کار یک «رنده» را انجام دهد، ولی اگر دستگاه نباشد، این «رنده» به هیچ‌وجه خوب کار نخواهد کرد. در ریاضیات هم، وضع به همین گونه است: ممکن است برخی بخش‌ها یا نتیجه‌گیری‌های ریاضیات، به‌طور مستقیم، در عمل به کار روند، ولی، برای این که این کاربرد دقیق و قابل اطمینان باشد، لازم است تا نظریه‌های کامل ریاضی و ساختمان منطقی تمامی ریاضیات را در اختیار داشته باشیم. از همین جاست که، هندسه‌ی اقلیدسی، کاربرد پیدا می‌کند و بیشتر

نتیجه‌گیری‌های آن «کار می‌کنند».

دقت منطقی نظریه، اطمینان در کاربرد آن را تأمین می‌کند: اگر چیزی از طریق کاربرد نظریه به‌دست نیاید، به خاطر عدم دقت نظریه نیست، بلکه یا به خاطر عدم دقت داده‌ها، یا عدم دقت در تناظر بین شرط‌های مسأله با نظریه و یا، به‌طور ساده، به خاطر اشتباه ماست. انتزاعی بودن ریاضیات، و از آن جمله هندسه، موجب نیروی آن در کاربردهایش می‌شود. در واقع، هر نظریه را، بسته به این که مفهوم‌های انتزاعی آن را چگونه تعبیر کنیم، می‌توان در زمینه‌های مختلف و در باره‌ی پدیده‌های مختلف به کار برد. نظریه را می‌توان در هر جایی که، با تعریف انتزاعی موضوع آن به‌وسیله‌ی اصل موضوع‌ها تطبیق می‌کند، به کار برد. برای مثال، نظریه‌ی گروه را می‌توان درباره‌ی تبدیل‌ها در آنالیز ترکیبی، تبدیل‌های هندسی، تبدیل‌های جبری و غیر آن به کار برد.

وقتی دانش به سمت انتزاع می‌رود و رابطه‌ی مستقیم خود را با واقعیت قطع می‌کند، در واقع، این امکان را به‌دست می‌آورد که بتواند تا عمق بیشتری در واقعیت نفوذ کند و همه جانبه‌تر آن را مورد بررسی قرار دهد.

نظریه‌ی بازتاب و ریاضیات

بوریس ولادیمیرویچ گنه‌دنکو

فیلسوفانی که با اندیشه‌ی علمی بار آمده‌اند، پایه‌ی کار خود را بر این دو اصل قرار داده‌اند:

۱) دنیایی که ما را احاطه کرده است، به‌طور عینی و بدون بستگی با ذهنیت ما وجود دارد.

۲) اندیشه‌ی انسانی می‌تواند آن را به درستی منعکس کند و، علاوه بر آن، به قانون‌مندی‌های موجود در آن پی ببرد.

این دو اصل، اساس نظریه‌ی بازتاب ــ بخش مرکزی نظریه‌ی شناخت ـ را تشکیل می‌دهند. این‌ها در نتیجه‌ی هزاران سال تجربه‌ی انسانی به‌دست آمده‌اند و هر روز، گواهان تازه‌ای، دال بر تأیید آن‌ها پیدا می شود. این دو اصل مبنای فعالیت انسان را تشکیل می‌دهد و هر کسی، بدون ارتباط با هدف و روشی که در کار خود دارد، به یاری آن‌ها نیاز پیدا می‌کند.

فیزیک‌دانان، شیمی‌دانان، زیست‌شناسان و دیگر دانشمندان، در بررسی‌های خود از پدیده‌های طبیعی، آگاهانه یا ناآگاهانه، این دو اصل را رعایت و در کار عملی خود، به آن تکیه می‌کنند. ولی دانش‌های دیگری وجود دارد که، نه خود پدیده‌های واقعی، بلکه نوعی موضوع‌های انتزاعی را، مطالعه می‌کنند و ریاضیات، از جمله‌ی این گونه دانش‌هاست.

موضوع مورد مطالعه‌ی ریاضیات، به جای چیزها و پدیده‌های جهان دور و بر ما، عبارت است از بعضی مفهوم‌های انتزاعی. در ضمن ریاضیات، تنها به یک مرحله‌ی انتزاع اکتفا نمی‌کند و، اغلب، با انتزاع‌های متوالی (یعنی انتزاعی‌تر کردن انتزاع‌های قبلی) سروکار دارند. در چنین موقعیتی، این پرسش طبیعی است که: ریاضیات و نظریه‌ی بازتاب، چه رابطه‌ای با هم دارند؟

پاسخ به این پرسش، به علت‌های مختلف، اهمیتی حیاتی دارد. بعضی از این علت‌ها را یادآوری می‌کنیم. ریاضیات، در دهه‌های اخیر، گام‌های بلندی در مسیر پیشرفت خود داشته است. در این‌جا، مسأله‌ی اصلی در کمیت و نیروی نتیجه‌گیری‌ها و یا باز شدن میدان‌های تازه‌ای برای بررسی نیست، بلکه، پیش از همه در این است که نقش ریاضیات در فرآیند شناخت، دچار تغییر کیفی شده است. دورِن به ریاضی درآوردن آگاهی‌ها و بالا رفتن اعتبار و اهمیت روش‌ها و اندیشه‌های ریاضی، در شتاب دادن به روندهای علمی و صنعتی است. هر روز که می‌گذرد بیشتر و بیشتر قانع می‌شویم که چگونه می‌توان از اسلوب ریاضی، برای نفوذ عمیق‌تر، در طبیعت چیزها و کشف قانون‌مندی‌های ناشناخته، استفاده کرد. ریاضیات، از وسیله‌ای برای توضیح، به یکی از ظریف‌ترین روش‌های بررسی و شناخت، تبدیل شده است. دیگر با روشنی کامل، معلوم شده است که ریاضیات، پدیده‌های جهان مادی را، دقیق‌تر، کامل‌تر و عمیق‌تر از حالتی منعکس می‌کند که تنها به مشاهده‌ی مستقیم و درک کیفی نتیجه‌گیری‌های حاصل اکتفا کرده باشیم.

به ظاهر باید به این نتیجه رسید که ریاضیات را باید به عنوان یکی از وسیله‌هایی به حساب آورد که امکان تحقق بازتاب را برای انسان فراهم

می‌کند. البته، پرسشی پیش می‌آید: ویژگی‌های خاص ریاضیات و دستگاه بیان آن، چگونه است؟ یادآوری می‌کنیم که: ۱) ریاضیات، برای نتیجه‌گیری‌های خود، به مشاهده و آزمایش تکیه نمی‌کند، بلکه آن‌ها را، تنها با استفاده از منطق صوری به دست می‌آورد، ۲) ریاضیات، نه با اشیای جهان مادی، بلکه با مفهوم‌های مجردی سروکار دارد که، به صورت خالص، در طبیعت وجود دارند، ۳) ضمن طرح نظریه‌های ریاضی، چنان از شکل انتزاعی و صوری طرح استفاده می‌شود که هر گونه بستگی موضوع مورد بررسی خود را با جهان واقعی، از دست می‌دهند.

مطالعه‌ی یک کتاب درسی یا یک اثر پژوهشی در زمینه‌ی ریاضیات، این اثر را در خواننده به وجود می‌آورد که ریاضی‌دانان کوشیده‌اند تا ریاضیات را به جهانی خاص تبدیل کنند که در درون خود بسته باشد و، دست‌کم، در ظاهر ارتباطی با زندگی و پدیده‌ها و روندهای دور و بر ما نداشته باشد. بی‌جهت نیست که هانری پوانکاره، یکی از بزرگترین ریاضی‌دانان گذشته‌ی نزدیک، در یکی از کتاب‌های مشهور خود («دانش و فرضیه») می‌نویسد: «ریاضیات باید در باره‌ی خودش بیندیشد و این، سودمند است، زیرا وقتی درباره‌ی خودش می‌اندیشد، در ضمن درباره‌ی عقل انسانی هم ـ که آن را به وجود آورده است ـ می‌اندیشد؛ عقل انسانی است که ریاضیات را ساخته است، آفرینشی که در میان همه‌ی آفریده‌های او، نمونه‌ی مشخصی است که کمترین بستگی را با دنیای خارج ندارد.» پوانکاره، در همین کتاب، از خود می‌پرسد: «آیا هندسه، به‌طور کلی، از تجربه زاده شده است؟» و خودش، با این واژه‌ها، به این پرسش پاسخ می‌دهد: «پژوهش‌های عمیق، به ما نشان می‌دهد که نه!»

گروه ریاضی‌دانان فرانسوی، زیر عنوان نیکولا بورباکی، در «مقاله‌هایی در زمینه‌ی تاریخ ریاضیات»، می‌نویسد: «ریاضیات، در شکل اصلی موضوعی خود عبارت است از تجمع شکل‌های انتزاعی ـ ساختارهای ریاضی ـ و به‌نظر می‌رسد (و معلوم نیست چرا) که برخی از زمینه‌های واقعیت تجربی، همچون چیزی که مقدر است، در بعضی از این شکل‌ها، جا گرفته است.»

این دو نقل قول از دانشمندانی که، در چند دهه‌ی اخیر، سهم زیادی در پیشرفت ریاضیات داشته‌اند، ما را وامی‌دارد که باز هم اهمیت بیشتری به این مسأله بدهیم. ولی، همان‌طور که می‌دانید، داوری‌های دیگری هم درباره‌ی مفهوم‌ها و نظریه‌های ریاضی وجود دارد که موجب شکل‌گیری اندیشه‌هایی همچون «پیدایش مستقیم تفکر»، «سازگاری‌های مشروط»، «اندیشه‌های قبل از تجربه و از پیدایش موجود» و غیر آن، شده است. وقتی که چنین دیدگاه‌هایی مطرح شود، به‌طور طبیعی، یک رشته پرسش‌های تردیدآمیز پیش می‌آید که در درجه‌ی اول، این پرسش است: اگر مفهوم‌های ریاضی به صورتی آزاد به وجود آمده‌اند، چگونه است که ریاضیات، نه تنها نقش جدی خود را در شناخت پدیده‌های دنیای واقع حفظ کرده است، بلکه اهمیت و تأثیر گسترده‌ی آن در حوزه‌های پژوهشی تازه، روز به روز افزایش می‌یابد؟ به این ترتیب، از هر جهتی که حساب کنیم، لزوم طرح مسأله‌ی مربوط به ارتباط آگاهی‌های ریاضی با واقعیت، برای فلسفه‌ی ریاضی، به‌طور جدی احساس می‌شود. نیکلا بورباکی هم، به ویژه روی اهمیت این مسأله تأکید می‌کند؛ در همان کتاب «مقاله‌هایی در زمینه‌ی تاریخ ریاضیات»، می‌خوانیم: «مسأله‌ی اصلی، به ارتباط جهان تجربی با دنیای ریاضیات مربوط می‌شود.»

هدف این مقاله این است که حقیقت واقع را دنبال کند و نشان دهد که استقلال ریاضیات، امری نسبی است و، در واقع، نمی‌تواند حتا برای لحظه‌ای بستگی عمیق خود را با عمل اجتماعی از دست بدهد. برای این منظور، روند تشکیل مفهوم‌های ریاضی و پیدایش نظریه‌های تازه‌ی ریاضی، را مورد بررسی قرار می‌دهیم و درباره‌ی سرچشمه‌های اندیشه‌های جدید ریاضی بحث می‌کنیم. ما معتقدیم که تکامل نظریه‌های ریاضی، از همان قانونی پیروی می‌کند که هر گونه شناختی، هر گونه عبور از ناآگاهی به آگاهی و از آگاهی نارسا به آگاهی کامل‌تر، تابع آن است. ولی در این جا، به اسلوبی تاریخی نیاز داریم. اگر تنها به مطالعه‌ی کامل شکل‌گیری قالب‌های ظاهری ریاضیات (که در آن‌ها سرچشمه‌ی مفهوم‌ها و قانون‌های عمل، در زیر تعریف‌های انتزاعی پنهان شده است) بپردازیم، ممکن است از کنار سرچشمه‌های واقعی نظریه‌های ریاضی رد شویم و نوع و شیوه‌ی طرح آن‌ها را، به عنوان ماهیت امر بپذیریم.

پیدایش و بالش دو مفهوم اصلی ریاضیات، یعنی عدد و احتمال، را به صورتی کوتاه دنبال می‌کنیم. به وجود آمدن هر مفهوم دیگر ریاضی ـ فضای متریک، توپولوژی، تابع، عمل کننده (اوپراتور)، فاصله و غیر آن ـ را می‌توان با همین موفقیت، مورد تجزیه و تحلیل قرار داد و به دنبال این رد پا که، چگونه مفهوم‌های کلی ریاضیات از تصور شهودی به وجود آمده‌اند و، به‌تدریج، تحت تأثیر نیازهای عمل، نظریه‌ها جنبه‌ای عام‌تر و، در عین حال، شکلی انتزاعی‌تر به خود گرفته‌اند.

مفهوم عدد درست و مثبت، در جریان هزاران سال شکل گرفته است و، در ضمن، برای مدتی بسیار دراز، به‌طور مستقل و جدا از چیزهای مورد محاسبه، وجود نداشته است. بی‌جهت نیست که، بنابر روایت

زبان‌شناسان، در میان زبان‌های افریقایی، برای نام بردن از، «دو پوست» یا «دو کلبه» واژه‌های متفاوتی وجود دارد و برای خود عدد «دو» (بدون ارتباط با چیزی که شماره می‌شود)، واژه‌ای به وجود نیامده است. عددهای مجرد، یکباره پدیدار نشده‌اند و برای پیدایش آن‌ها، مرحله‌ی تکاملی بالایی از آگاهی لازم بوده است. ولی، در این مرحله از تکامل، دیگر مفهوم عدد درست و مثبت، از نظر تمامیت و، کامل و کافی به‌نظر نمی‌رسید. انسان، برای دوره‌ای طولانی، هیچ گونه تصوری درباره‌ی بی‌انتها بودن رشته‌ی عددها نداشت. بی‌جهت نیست که روس‌ها، حتا در سده‌های دوازدهم تا چهاردهم، برای نام بردن عددها و نام‌گذاری آن‌ها، تا 10^{49} پیش می‌رفتند و اضافه می‌کردند: «بزرگتر از این، عددی وجود ندارد»؛ و این، درحالی بود که قریب هزار و پانصد سال پیش از آن، ارشمیدس ثابت کرده بود که مجموعه‌ی عددهای درست و مثبت را، می‌توان تا بی‌نهایت ادامه داد.

مفهوم ریاضی، بعد از به‌وجود آمدن، زندگی ویژه‌ای خود را آغاز می‌کند. باید دستگاهی از قانون‌های عمل، برای آن وضع و ویژگی‌های موجود در آن را روشن کرد. می‌دانیم که در بابل باستان، قانون‌های جدیدی برای عمل با عددها وجود داشت، ولی درعین‌حال، هنوز عدد استقلال خود را پیدا نکرده‌بود و تنها، به‌عنوان وسیله‌ای برای انجام نوع‌های مختلف محاسبه‌ی عملی، به‌شمار می‌رفت. الفبای نظریه‌ی عددها ـ دانشی که ویژگی‌های عدد درست را، بدون ارتباط با نیازهای عملی، مطالعه می‌کند ـ خیلی دیرتر و در یونان باستان به‌وجود آمد. در آن‌جا بود که مفهوم‌ها و مسأله‌هایی از نوع بخش‌پذیری عددها، عدد اول، وضع استقرار عددهای اول در رشته‌ی عددهای طبیعی و غیر آن پدیدار شد.

افلاتون، در گفتار خود درباره‌ی «حکومت»، به روشنی، درباره‌ی روند جدایی مفهوم عدد از پدیدآورنده‌ی خود، یعنی عمل، صحبت می‌کند. این تکه را در این جا می‌آوریم: «کسی که می‌خواهد مسئولیت‌های بالای دولتی را بپذیرد، باید هنر محاسبه را بداند. درضمن، این هنر را باید، نه به خاطر خرید و فروش ـ که خریداران و بازرگانان غم آن را دارند بلکه به خاطر فرو رفتن در طبیعت عدد و همراه با تفکر شخصی، به‌دست آورد.» از همان مرحله‌های نخستین تکامل عدد، به‌طور مشخصی، روشن بود که عددهای درست کافی نیستند و باید این مفهوم را، گسترش جدی داد. بدون این گسترش، نمی‌توان عمل‌های ساده‌ی حساب، از نوع تفریق و تقسیم را، انجام داد. انجام این عمل‌ها، روی عددهای درست و مثبت، ما را از محدوده‌ی رشته‌ی طبیعی، بیرون می‌برد. در نتیجه، آدمی به مفهوم تکمیلی عددهای منفی و کسری، نیاز پیدا کرد. جریان این پیشرفت، چندان ساده و هموار نبود؛ حدود ۴۰۰ ـ ۵۰۰ سال پیش، مردمی در اروپا ساکن بودند که در برابر عمل روی عددهای کسری، اظهار عجز می‌کردند. به این ترتیب، تحت‌تأثیر کنش زندگی روزانه، مفهوم عدد، به صورتی گسترده‌تر، شکل گرفت و میدان مطالعه و تحقیق به حوزه‌ی عددهای گویا کشیده شد. معلوم است که، در این جا هم، جریان شکل‌گیری مفهوم عدد، به پایان خود نرسیده بود. انسان، در مسیر تعمیم مفهوم عدد، از دو شیوه‌ی اساسی استفاده می‌کرد: اندازه‌گیری و امکان انجام عمل‌های عکس، به این ترتیب، حتا در یونان باستان هم، دنیای عددها، با مثال‌هایی از عددهای گنگ پر می‌شد. ولی می‌بایستی تا نیمه‌ی دوم سده‌ی نوزدهم انتظار کشید تا جریان ساختمان میدان عددهای حقیقی، به‌طور کامل، به انجام برسد. تا آن زمان، آدمی تنها از وجود نمونه‌های جداگانه‌ی

عددهای گنگ اطلاع داشت و از بغرنجی‌ها و ویژگی‌های اساسی ساختار میدان عددهای حقیقی، تصوری نداشت.

با آن که، دست‌یابی به عددهای حقیقی، گامی بلند محسوب می‌شد؛ هنوز جریان گسترش مفهوم عدد ادامه داشت. حل معادله‌های جبری، ضرورت وارد کردن عددهای مختلط را، در برابر آدمی قرار داد. ولی به‌خصوص روند یادگیری عددهای مختلط، کند و همراه با دشواری‌هایی بود و تنها در ابتدای سده‌ی نوزدهم، به پایان خود رسید. تا آن زمان، جروبحث‌های تندی، در این باره جریان داشت که: آیا می‌توان عددهای مختلط را، به واقع، عدد به حساب آورد؟ به این نکته‌ی مهم باید توجه کنیم که: هر گامی که برای تکامل مفهوم عدد برداشته شده است، نه خود به خودی بوده است و نه در نتیجه‌ی روشن‌بینی یک پژوهشگر نابغه؛ بلکه زمینه‌ی برداشتن این گام، از قبل و به خاطر پدید آمدن مسأله‌هایی در کنش اجتماعی و یا مسأله‌هایی در تکامل درونی خود نظریه‌های ریاضی؛ به‌تدریج فراهم شده است.

در ابتدای سده‌ی نوزدهم معلوم شد که روی بعضی موضوع‌هایی که خصلت عددی هم ندارند، عمل‌هایی انجام می‌شود که با عمل‌های حسابی شباهت دارند. در نتیجه، عنصرهای نظریه‌ی گروه به وجود آمد. با وجود این، تنها در سال‌های ۳۰ سده‌ی بیستم، این اندیشه، به صورتی جدی پیشرفت کرد و اهمیت آن برای همه، و نه فقط ریاضی‌دانان، روشن شد. می‌خواهم روی این مطلب تکیه کنم که، جبر انتزاعی با تکیه بر موضوع‌های شناخته شده در درون ریاضیات، تکامل پیدا کرد، ولی سپس، زنده بودن خود را ثابت کرد و به عنوان وسیله‌ای لازم، مورد استفاده‌ی فیزیک، کارهای مهندسی و دیگر دانش‌های طبیعی یا عملی

قرار گرفت.

مفهوم احتمال حادثه‌های تصادفی که امروز در رساله‌های مربوط به نظریه‌ی احتمال و در بسیاری از کارهایی که خصلت کاربردی دارند، به آن برخورد می‌کنیم، یکباره و به‌طور ناگهانی به وجود نیامده است. این تعریف دقیق و اصل موضوعی شده‌ای را که از «احتمال»، برای نمونه در کتاب آ. ن. کولموگوروف، می‌بینیم، مبتنی بر دورانی طولانی از تصورهای آزمایشی است که در آن، پیش از تعریف، به جنبه‌ی محاسبه‌ای آن توجه داشته‌اند. گام‌های نخستین در تعریف احتمال، با نام‌های پاسکال، فرما و هیوگنس مربوط می‌شود، ولی در واقع، این مرحله‌ی جلورفته‌ای از تکامل این مفهوم است. سابقه‌ی آن، دوران بسیار طولانی‌تری را گذرانده است که، در جریان آن، مشاهده‌ها و آزمایش‌های بسیار زیادی درباره‌ی پدیده‌های واقعی انجام گرفته بود (درباره‌ی تعداد به دنیاآمدگان، تعداد از دنیارفتگان، قمار و غیره) که موجب تصورهایی درباره‌ی وجود قانون‌مندی‌های معینی، بیرون از مرز قانون‌های جزمی و قاطع، شده بود. تعریف رسمی احتمال هم، به‌هیچ‌وجه، تصادفی پیدا نشد، بلکه در موقعیت خاصی به وجود آمد. این تعریف، به خوبی و به‌طور قانع‌کننده‌ای، خصلت پدیده‌های مربوط به قمار، میزان تولد بچه‌ها و غیر آن را، که از راه مشاهده و تجربه به‌دست آمده است، منعکس می‌کند. ولی حتا در سده‌ی هجدهم نارسایی این تعریف به چشم می‌خورد، زیرا مطالعه‌ی موضوع مرگ‌ومیر، در ارتباط با مسأله‌های بیمه‌ی عمر، از چارچوب تعریف رسمی احتمال، بیرون می‌رفت. در کنار این موضوع، پرسش‌های مربوط به نظریه‌ی خطاهای مشاهده هم ــ که بررسی آن‌ها را گالیله آغاز کرده بود ــ در پایان سده‌ی هجدهم، اهمیت خاصی پیدا کرد.

تلاشی جدی و منظم، برای تعمیم مفهوم احتمال ــ که ضرورت آن در دانش‌های طبیعی و زندگی روزمره احساس می‌شد ــ آغاز شد تعمیم لازم به‌دست نیامد، ولی این وضع، پژوهشگران را از تلاش باز نداشت؛ آن‌ها از همان مفهوم قدیمی ــ که برای بررسی‌های تازه، نارسا بود ــ به‌طور گسترده‌ای استفاده می‌کردند. در سده‌ی بیستم، که هم در خود ریاضیات و هم در سایر رشته‌های مربوط به دانش‌های طبیعی، دیدگاه‌ها و اسلوب‌های عام‌تر به‌وجود آمد، شرایط لازم برای تعریف منطقی و کامل مفهوم احتمال پدیدار شد. تعریفی که در همه‌ی حالت‌های نظری و عملی، قابل کاربرد باشد. این تعریف، شامل تعریف رسمی، به عنوان ساده‌ترین حالت خاص خود ــ می‌شود و امکان می‌دهد تا احتمال حادثه‌ها را در فضاهای انتزاعی ــ که به خصوص برای ساختن نظریه‌ی روندهای تصادفی، بی‌اندازه لازم‌اند محاسبه می‌کنیم. در این باره کمی بعد، اندکی صحبت خواهیم کرد. دوباره می‌خواهم روی این مطلب تکیه کنم که، این موقعیت، تنها در نتیجه‌ی تلاش‌های جست‌وجوگران و در درون ریاضیات پیدا نشد، بلکه به این دلیل هم بود که، هم در دانش‌های طبیعی (و در درجه‌ی اول، فیزیک) و هم در صنعت (و در درجه‌ی اول، صنعت تلفن)، نیاز فوری و جدی به مفهوم کامل‌تری از احتمال احساس می‌شد، مفهومی که دیگر در درون خود، متناقض نباشد.

طبیعی است که تمایل به پیدا کردن مفهومی به اندازه‌ی کافی گسترده، به نحوی که بتواند دایره‌ی وسیعی از موضوع‌ها را دربر بگیرد، به ناچار، ما را از حالت‌های مشخص و عینی دور می‌کند و به راه انتزاع کامل می‌کشاند. ولی حرف ما این است که، یک مفهوم ریاضی، به هر اندازه هم که انتزاعی باشد ـ مثل تعریف احتمال و اصل موضوعی کردن آن، به

وسیله‌ی کولموگوروف ــ بر زمینه‌ی تصورهای عملی رشد کرده است و هر مرحله از تکامل آن، به مسأله‌های مشخصی مربوط می‌شود که، البته در مفهوم انتزاعی تکامل یافته، ذکری از آن‌ها به میان نیامده است. در ضمن، مفهوم عام‌تر، چنان ساخته می‌شود که هم همه‌ی موضوع‌های مورد مطالعه‌ی قبلی را در بر می‌گیرد و هم شامل موضوع‌های تازه‌ای می‌شود که، بنابر ضرورت‌های تازه، مورد بررسی قرار گرفته‌اند.

همان‌گونه که دیدیم، روند ساختن مفهوم‌ها، که برای ریاضیات قبلی مهم است، به‌طور جدی، بستگی به‌بالا رفتن خواست‌ها و توقع‌های عمل و تجربه دارد. با وجود این، ایجاد مفهوم، تنها یکی از جنبه‌های ترقی دانش را تشکیل می‌دهد. جنبه‌ی دوم عبارت است از جست‌وجوی رابطه‌ی آن با مفهوم‌های دیگر و نتیجه‌گیری‌هایی که از آن، در شرایط و اوضاع و احوال مختلف، به‌دست می‌آید. و درست در همین‌جاست که می‌توان ردپای شکل‌گیری نظریه را دنبال کرد. ولی نظریه، در انتخاب مسیر تکاملی خود، آزاد نیست، زیرا تجربه و عمل روزمره‌ی زندگی اجتماعی، تأثیری قطعی و تعیین‌کننده، بر سمت‌گیری پژوهش‌ها می‌گذارد، و ریاضی‌دان هم، نمی‌تواند خود را از دامنه‌ی این تأثیر کنار بکشد. او از مسأله‌های حیاتی زندگی و عمل، که باید در جهت دگرگونی دنیای دوروبر ما حل شوند و از وجود قانون‌مندی‌هایی که باید در جهت نیازهای جامعه مورد استفاده قرار گیرند، اطلاع دارند. ریاضی‌دان، چه از طریق روزنامه‌ها و مجله‌ها و چه از طریق بحث‌های گروهی، نه تنها از موضوع‌های علمی مورد علاقه‌ی خودش مطلع می‌شود، بلکه در باره‌ی مسأله‌هایی هم که دور از میدان تحقیق اوست، آگاهی پیدا می‌کند و، اغلب، همین آگاهی‌ها، به موضوع فعالیت خلاقه‌ی او منجر می‌شوند؛ او این مسأله‌ها را تغییر

شکل می‌دهد، به صورت تازه‌ای تنظیم می‌کند و در جست‌وجوی راهی برای طرح اندیشه‌های خاص ریاضی خود، برمی‌آید. در نتیجه، فرضیه‌ی علمی مورد بررسی، گسترش می‌یابد و، همراه با آن، مطالعه‌ی جهان مادی، به‌وسیله‌ی راه‌ها و روش‌های تازه‌ای، غنی‌تر می‌شود. به این ترتیب، در جریان تکامل نظریه، انگیزه‌ای برای مطالعه‌ی جهان واقع پیدا می‌شود که، به نوبه‌ی خود، موجبی است برای انعکاس معینی از جهان واقع.

به‌خودی خود روشن است که نظریه، طرح پدیده‌های واقعی را، به صورتی ناقص منعکس می‌کند. نظریه، تنها برخی از جنبه‌ها را ترسیم می‌کند، ولی همین جنبه‌های جهان واقع، خود، بر تکامل نظریه اثر می‌گذارند و به آن جهت می‌دهد. بسیار پیش می‌آید که، این اثرها، در جهت مورد نظر پژوهشگر نیست. ولی در این حالت‌ها هم، چیزی از ثمربخشی آن‌ها کم نمی‌شود. در حالتی هم که پژوهشگر، به صورتی آگاهانه، می‌خواهد از ابزار ریاضی و روش‌های ریاضی، برای مطالعه‌ی جنبه‌ای از جهان مادی استفاده کند، ناچار است، قبل از همه، در فکر یافتن وسیله‌ای ریاضی باشد تا بتواند معادلی برای جریان واقعی پدیده (دست‌کم در حد امکان دانش موجود) پیدا کند. اغلب، برای پدیده‌های تازه، یا برای مرحله‌های تازه‌ی انعکاس پدیده‌ای که پیشتر هم بررسی شده است، چنین ابزار ریاضی حاضر و آماده‌ای وجود ندارد. بنابراین، مسأله‌ی فراهم آوردن وسیله‌های ریاضی تازه‌ای، که بتواند جریان این پدیده را، به صورتی رضایت‌بخش شرح دهد، در برابر پژوهشگر قرار می‌گیرد.

در تاریخ ریاضیات، نمونه‌های بسیار زیادی می‌توان پیدا کرد که این حکم

را تأیید کنند. حتا اگر به اندازه‌ی کافی در این باره دقیق شویم، معلوم می‌شود که تمامی تاریخ ریاضیات را، می‌توان به عنوان مثال در نظر گرفت. با همه‌ی این‌ها، از برخی مسأله‌های خاصی که موجب پژوهش‌های علمی شده است، یاد می‌کنیم.

یکی از مسأله‌های ظریف دانش‌های طبیعی در سده‌ی گذشته، عبارت بود از حل مسأله‌ی مربوط به پیدایش منظومه‌ی شمسی و مسأله‌ی وابسته به آن، بررسی حالت‌های پایدار تعادل جسم‌های سیال دوار. دانش، نتیجه‌گیری‌های درخشانی از مشهورترین پژوهشگران دوران گذشته، همچون کلرو و ماکلورن، ژاکوبی و لیوویل، تومپسون و تت، به ارث برده بود، ولی گام اصلی و تعیین‌کننده را در این نظریه، آ. م. لیاپونوف برداشت. برای طرح روشن این مسأله مربوط به دانش‌های طبیعی، مدل ریاضی آن ساخته شد که می‌توانست جریان‌هایی را منعکس کند که سرچشمه‌ی آن‌ها به میلیاردها سال پیش، حتا پیش از ظهور انسان و حتا زندگی، مربوط می‌شد. در نتیجه، حل مسأله‌های مربوط به این موضوع، به یک مسأله‌ی ریاضی منجر شد که برای دانش به کلی تازه و برای پیشینیان ناشناخته بود. لیاپونوف، باید دستگاه ریاضی لازم را آماده می‌کرد (و برای نمونه، باید بسیاری از دشواری‌های مربوط به نظریه‌ی معادله‌های دیفرانسیلی و انتگرالی را حل می‌کرد). به این ترتیب، تدارک نظریه‌های ریاضی، شرط لازم انعکاس تصویر جهان مادی در ذهن ماست. لیاپونوف، روش‌ها، مفهوم‌ها و نتیجه‌گیری‌های مورد نیاز خود را، نه از دنیای افلاتونی ایده‌ها، بلکه از خود واقعیت دنیای خارج اقتباس کرد و، به همین مناسبت هم، در خدمت شناخت دنیای خارج درآمد. تردیدی نیست که استعداد پژوهشگر و توانایی او در وارد شدن به ماهیت مسأله و

پیدا کردن روش‌هایی که بتوانند دشواری‌ها را پیش‌بینی و آن‌ها را مطالعه کند، نقشی عظیم دارد.

نمونه‌ی دیگری هم می‌آوریم. در ابتدای سال‌های ۳۰، با تلاش‌های آ. ن. کولموگوروف، و آ. یا. خین‌چین، پایه‌های نظریه‌ی روندهای تصادفی ریخته شد. کولموگوروف، روندهای بدون اثر بعدی یا، آن طور که می‌گویند، روندهای نوع مارکونی را مطرح کرد، و خین‌چین، نظریه‌ی روندهای ایستا را بنیان گذاشت. آیا به‌وجود آمدن این نظریه، نتیجه‌ی کار خلاق و آزاد عقل انسانی است، یا این‌که، ورود این گونه روندهای تصادفی به میدان تحقیق، به معنای کششی است که به سمت بازتاب برخی از جنبه‌های جهان مادی دور و بر ما، در ذهن انسان، وجود دارد؟ نظری به سرچشمه‌ی این نظریه بیندازیم و به کارهای اولیه‌ی این دانشمندان، در این زمینه، مراجعه کنیم. خین‌چین در ابتدا روی فیزیک آماری کار می‌کرد و، در طول چند سال به، یکی از اساسی‌ترین مسأله‌های فیزیک آماری، یعنی فرضیه‌ی ارگودیک [ergodic ـ از یونانی ergo (کار) و hodos (مسیر)] مشغول بود. او به این فکر افتاد که برای شرح این پدیده‌های فیزیکی، دستگاهی ریاضی درست کند. کم و بیش بلافاصله بعد از چاپ اثری که به تعریف و طرح برخی از ویژگی‌های اساسی روندهای ایستا اختصاص داشت، روشن شد که بسیاری از مسأله‌های ژئوفیزیک، صنعت رادیو، صنعت نساجی و یک رشته از دیگر زمینه‌های دانش و صنعت، به‌طور مستقیم به بررسی این طبقه از روندهای تصادفی، نیازمندند. به‌همین ترتیب نقطه‌ی آغاز کار کولموگوروف هم، یک مسأله فیزیکی بود. حرکت براونی، پراکندگی‌ها، در این جا هم، بلافاصله بعد از انتشار نخستین اثر کولموگوروف، نظریه‌ی او در شیمی، زیست‌شناسی و

فیزیک کاربرد پیدا کرد. نظریه‌ی روندهای تصادفی، دستگاهی از ریاضیات است که خیلی از انتظارها را برآورد و فقدان آن، راه را بر مسیر تکاملی بسیاری از مسأله‌های دانش‌های طبیعی و صنعت می‌بست.

آیا، از آن چه گفتیم، باید نتیجه گرفت که: نظریه‌ی روندهای تصادفی نمی‌توانست مستقل از مسأله‌های عملی و مستقل از روند انعکاس امکان‌های ریاضی دنیای واقع، به وجود آید؟ به اعتقاد من، به این پرسش باید پاسخ منفی داد، زیرا برای ریاضیات موجود، طبیعی‌ترین اندیشه، عبارت بود از بررسی تابع‌های با یک یا چند متغیر، با مقدارهای تصادفی در هر نقطه. و این، عبارت است از انتقال مفهوم‌های آنالیز ریاضی و نظریه‌ی تابع‌ها، به نظریه‌ی احتمال. ولی حتا در این سمت پیشرفت نظریه هم، نمی‌توانستیم از تأثیر پدیده‌های جهان خارج در امان باشیم، زیرا خود اندیشه‌ی مطالعه‌ی مفهوم تابع در ارتباط با چنین تأثیری است.

در سال‌های اخیر، در رابطه با افزایش جدی وظیفه‌هایی که به عهده‌ی بعضی اپراتورها، از طرف دستگاه‌های صنعتی گذاشته شده است، «نظریه‌ی اطمینان‌بخشی» به وجود آمده است. از نظر ریاضی، به این رشته‌ی مهم مهندسی، توجه زیادی می‌شود، زیرا، نه تنها برای محاسبه و برای ارزیابی «اطمینان» حاصل، ضرورت دارند، بلکه در درجه‌ی اول، برای روشن و مشخص کردن خود مفهوم «اطمینان‌بخشی» لازم‌اند. واضح است که بدون مشخص بودن مفهوم، نمی‌توان یک اندیشه‌ی مشخص را، که ممکن است تعبیرهای مختلف داشته باشد، در موقعیت معینی مورد استفاده قرار داد.

این مطلب روشن است که، قبل از مطالعه‌ی ریاضی پدیده‌ای از طبیعت، باید آن را طرح‌ریزی کرد یا، آن گونه که امروز می‌گویند، مدل آن را

ساخت. بنابراین، شرح ریاضی یک پدیده، همیشه آن را ساده‌تر می‌کند. اگر مدل ریاضی خوب و با موفقیت ساخته شده باشد، باید بتواند نه تنها حادثه‌های گذشته را، به صورتی رضایت‌بخش، توضیح دهد، بلکه آن چه را هم که در آینده پیش می‌آید پیشگویی کند. پیشگویی مسیر پدیده‌ها، در عمل، فوق‌العاده اهمیت دارد، زیرا برای این که بتوانیم کاری را انجام دهیم (جریانی را اداره کنیم، یا برای تغییر نظام موجود پیشنهاد بدهیم و غیره)، باید بدانیم که موضوع مورد نظر ما، در زمان‌های نزدیک آینده، چه رفتاری می‌تواند داشته باشد. اساس نظریه‌های ریاضی پدیده‌های واقعی، همیشه بر این فرض قرار دارد که، چنان امکان ریاضی وجود دارد که بتواند دستگاه مورد مطالعه‌ی ما را، در هر وضع ممکن و به صورتی یک ارزشی، توضیح دهد (وقتی می‌گوییم «به صورتی یک ارزشی»، یعنی برای هر وضع دستگاه، تنها یک پاسخ برای رفتار آن به دست آید).

مفهوم «امتناع» نقش خاصی در نظریه‌ی اطمینان‌بخشی به عهده دارد. خود این مفهوم، به اندازه‌ی کافی مبهم است، زیرا یک حالت مشخص می‌تواند در موقعیت‌های مختلف، در وضع «امتناع» یا «قبول» [«عدم امتناع»] باشد. این مطلب را، ضمن مثال ساده‌ای روشن می‌کنیم: «دیود» و یا «تریود» (لامپ دوقطبی و یا لامپ سه‌قطبی)، که در دستگاه هدایت با ترکیب شیمیایی مورد استفاده قرار گیرد، باید مقاومتی استثنایی داشته باشد. در غیر این صورت، ممکن است دستگاه هدایت، دستوری اشتباهی به بخش اجرایی بدهد و حادثه‌ی ناگواری پیش آید. به همین دلیل است که پارامترهای این عنصر را، تا این حد، دقیق می‌سازند و هر نتیجه‌ای را که خارج از مرزهای مجاز باشد، حالت «امتناع» به حساب می‌آورند. عنصری که مواجه با امتناع شود، ولی از همین عنصر می‌توان

درگیرنده‌های رادیو استفاده کرد، بدون این که ناچار به تقسیم‌بندی دقیق آن باشیم. پارامترهای آن می‌توانند در محدوده‌ی گسترده‌ای تغییر کنند و، در هر حال، برای کار مناسب باشند.

پس، با توجه به این وضع، چگونه می‌توان شرح رضایت‌بخشی از حالت «امتناع» داد؟ در نظریه‌ی ریاضی اطمینان‌بخشی، طرح زیر را در نظر گرفته‌اند که، تا حد زیادی، از اندیشه‌ی کولموگوروف برای اصل موضوعی کردن نظریه‌ی احتمال، اقتباس شده است. مجموعه‌ی همه‌ی حالت‌های دستگاه صنعتی مفروض را در نظر می‌گیریم و آن را با حرف X نشان می‌دهیم. در هر لحظه‌ی زمانی، دستگاه در وضعی مثل x=x(t) قرار می‌گیرد. در جریان زمان، نقطه‌ی x، در مجموعه‌ی (فضای) حالت‌های X، خط سیری را رسم می‌کند. از مجموعه‌ی x، زیرمجموعه‌ای مثل A را جدا می‌کنیم و نقطه‌های x(t) متعلق به آن را، برخورد با حالت «امتناع» به حساب می‌آوریم. انتخاب مجموعه‌ی A را نمی‌توان به صورت یک ارزشی انجام داد و بستگی به تجویز دستگاه دارد. تابع x(t) که حالت دستگاه صنعتی را شرح می‌دهد، اهمیت فوق‌العاده‌ای برای نظریه‌ی اطمینان‌بخشی دارد. آزمایش‌های بسیاری که روی دستگاه‌های مکانیکی، رادیوی الکترونیکی و سایر دستگاه‌های صنعتی انجام شده است، به‌طور مشخصی، نشان داده‌اند که تابع‌های x(t) را نمی‌توان، به صورت جزمی، به معنای رسمی این واژه دانست و بهتر است آن‌ها را، تصادفی به حساب بیاوریم. مبنای ساختمان نظریه‌ی اطمینان‌بخشی هم، امروزه بر همین فرض قرار دارد. از آن جا که تعداد دستگاه‌های صنعتی مختلف، بسیار زیاد است و برای هر کدام از آن‌ها، مجموعه‌ی حالت‌های x مربوط به خودش وجود دارد، نظریه‌ی اطمینان‌بخشی ناچار است، به عنوان X، یک

مجموعه‌ی دلخواه را انتخاب کند و، متناظر با آن، تابع تصادفی x(t) نظریه‌ی اطمینان‌بخشی را، در یک فضای انتزاعی دلخواه، مورد مطالعه قرار دهند. این مثال، به روشنی نشان می‌دهد که چگونه برای ساختن یک نظریه‌ی کلی مهندسی، ضرورت استفاده از جدیدترین و انتزاعی‌ترین نظریه‌های ریاضی، پیش آمده است.

این تجزیه و تحلیل را، درباره‌ی همه‌ی نظریه‌های ریاضی، حتا بغرنج‌ترین و انتزاعی‌ترین آن‌ها، می‌توان انجام داد و، در نتیجه، به‌طور جدی قانع شد که عمل، نه تنها سرچشمه‌ی دیدگاه‌های ریاضی است، بلکه محرک اصلی و دایمی پیدایش و تکامل نظریه‌های ریاضی هم می‌باشد. به این ترتیب، هم مسأله‌هایی که به‌طور مستقیم به بررسی جهان خارج مربوط می‌شوند و هم مسأله‌هایی که از یک رشته تجریدها و انتزاع‌های پیاپی (از پدیده‌ها و چیزهای دنیای واقع) به وجود آمده‌اند، بر ریاضیات و شکل‌گیری آن اثر می‌گذارد. در ضمن، تلاش ریاضیات در این است که، نه تنها مشاهده‌ی مستقیم دنیای واقع، بلکه هر دنیای ممکنی را منعکس و از نظر منطقی بازسازی کند. دلیل این اتفاق، در درجه‌ی اول به این علت است که ساختمان یک شهر ریاضی را، بارها و برای هر موقعیتی جداگانه، تکرار نمی‌کنند، بلکه آن را یکبار برای همیشه، چه برای نیاز روز و چه برای نیازهایی که در آینده ممکن است پیش آید، بنیان می‌نهند. دوم، این وضع به این مناسبت هم هست که امکان گسترده‌ای برای طرح‌ریزی و مدل‌بندی پدیده‌های متفاوت جهان واقع در اختیار باشد. نظریه‌ی عمومی روندهای تصادفی، در موقعیت‌های خاص مختلف به کار می‌رود و هم، برای نمونه، برای ساختمان و درک کلی نظریه‌ی اطمینان‌بخشی مورد استفاده قرار می‌گیرد.

معلوم شده است که ن. ای. لباچوسکی، برای ساختن هندسه‌ی نااقلیدسی خود، نه تنها می‌خواست امکان اثبات پوستولای پنجم اقلیدس را به کمک سایر اصل‌های دستگاه هندسه‌ی اقلیدسی، روشن کند، بلکه در ضمن، علاقه‌مند بود، اشتباه نظر کانت را در باره‌ی شهودی بودن و غیرتجربی بودن دانش هندسه، ثابت کند. خود لباچوسکی، مخالف با ذهنی بودن دانش بود و اعتقاد داشت، تنها به یاری تجربه است که می‌توان به خصلت هندسی فضایی که در آن زندگی می‌کنیم، پی برد. از این حقیقت که، در کنار هندسه‌ی اقلیدسی، هندسه‌های دیگری هم وجود دارد، لباچوسکی، دو نتیجه‌ی مهم فلسفی گرفت. نخست این که آموزش کانت درباره‌ی ذهنی بودن تصورهای فضایی، نادرست است. نتیجه‌ی دوم، برای زمان لباچوسکی، بیرون از انتظار بود و به هندسه‌ی نیروهایی که در طبیعت عمل می‌کنند، مربوط می‌شد. سخن لباچوسکی چنین است: «ما در طبیعت تنها خود حرکت را درک می‌کنیم ... همه‌ی پدیده‌های دیگر، و از آن جمله پدیده‌های هندسی، ساخته و محصول عقل ما و ناشی از ویژگی‌های حرکت است ... اگر فرض کنیم بعضی از نیروهای طبیعت از یک هندسه و دیگران از هندسه‌های دیگر پیروی می‌کنند، دچار هیچ گونه تناقض عقلانی نمی‌شویم.»

اکنون، نگاهی به سرچشمه‌های مسأله‌های تازه‌ی ریاضیات بیندازیم و به دنبال مسیری برویم که منجر به پیدایش اندیشه‌های تازه‌ی ریاضی شده است، اندیشه‌هایی که نه تنها شوق و هیجان مؤلفان آن‌ها را برانگیخته، بلکه علاقه‌ی عموم را به خود جلب کرده است. و باید گفت که به‌خصوص در باره‌ی تأثیر عمل بر روند ریاضیات، تاکنون خیلی کم بحث شده است. ولی، در این مطلب نمی‌توان تردید داشت که عمل، با همه‌ی

گوناگونی بی‌شمار خود، سرچشمه‌ی اصلی هر چیز تازه‌ای در ریاضیات است. عمل است که مسأله‌های جدید را به ذهن می‌اندازد، عمل است که پژوهشگران را به جست‌وجوی روش‌های تازه وامی‌دارد، عمل است که درستی مسیر جست‌وجوی را تضمین می‌کند و روش تحقیق درستی نتیجه‌گیری‌های به‌دست آمده را در اختیار می‌گذارد. و سرانجام، عمل است که مسأله‌ی حوزه‌ی کاربرد همه‌ی این مفهوم‌ها، روش‌های تحقیق و نتیجه‌های حاصل را، در برابر ما قرار می‌دهد. جالب است یادآوری کنیم که همه‌ی مؤلفان با این نظر موافق‌اند که عمل، در شکل‌گیری ریاضیات در مرحله‌های نخستین تکامل خود، نقش اساسی و درجه اول داشته است. ولی، وقتی که سخن به ریاضیات زمان ما می‌رسد، به فراوانی به این اعتقاد برمی‌خوریم که ریاضیات امروزی، بدون شرکت عمل، و تنها بر پایه‌ی انگیزه‌های درونی خود ریاضیات، به پیش می‌رود.

به سختی می‌توان با این نظر موافقت کرد. ولی البته، با همه‌ی اهمیتی که عمل دارد، نمی‌توان همه‌ی نیروهای محرک پیشرفت ریاضیات را، تنها در آن خلاصه کرد. در جریان توفانی پژوهش‌هایی که در زمان ما وجود دارد، نیروی دیگری هم (که در دوران یونان باستان هم، به‌طور جدی عمل می‌کرد) نقش عظیم خود را به عهده دارد. این نیرو از آن جا ناشی می‌شود که، ریاضیات تنها به جمع‌آوری و حل مسأله‌های مربوط به عمل نمی‌پردازد، بلکه در درجه‌ی اول، یک نظریه است. و همان‌طور که می‌دانیم، نظریه، همیشه امکان‌هایی درونی برای پیشرفت خود دارد. در نظریه، باید نتیجه‌گیری‌های جداگانه را به هم پیوند داد و یک سیستم به وجود آورد، باید از نتیجه‌گیری‌های جزیی و خاص، به حداکثر کلیت رسید و مفهوم‌ها را، به صورتی همه جانبه، مطالعه و تجزیه و تحلیل کرد.

در برابر ریاضی‌دان، همیشه این پرسش خودنمایی می‌کند که، آیا این نتیجه‌گیری یک حقیقت منفرد و جداگانه است یا تنها یکی از نتیجه‌گیری‌های مشابه بسیاری است که می‌توان به بهانه‌های مختلف و در شاخه‌های مختلف دانش ریاضی با آن مواجه شد؟ تصور تعمیم، پژوهشگر را وامی‌دارد تا به حقیقت‌های منفرد و جداگانه‌ای که از قبل به‌دست آمده‌اند، نظری بیندازد و آن‌ها را از دیدگاه واحدی بررسی کند تا در نتیجه موفق شود، در جایی که پیش از آن بی‌نظمی و هرج و مرج به چشم می‌خورد، نظمی برقرار کند و نوعی قانون‌مندی به‌دست آورد.

بی‌شک، ریاضیات باید مفهوم‌های اصلی خودش را بررسی کند و، در این راه، هیچ انتظاری از تصورهای عملی نداشته باشد. قابل تردید است که اثبات فرضیه‌ی گلدباخ در این باره که، هر عدد بزرگتر از پنج، حداکثر از مجموع سه عدد اول تشکیل شده است و یا اثبات قضیه‌ی بزرگ فرما، بتواند در آینده، چشم‌اندازی در کاربردهای عملی داشته باشد. ولی روشن کردن این دو فرضیه، امکان شناخت و درک عمیق‌تر ویژگی‌های مفهوم‌ها را برای ما فراهم می‌کند و، برای فرهنگ انسانی، به اندازه‌ی مفهوم عددهای درست و مثبت، اهمیت دارد. ولی این فرضیه‌ها، حل نشده باقی مانده‌اند. برای حل چنین مسأله‌هایی، باید به دنبال روش‌های تازه‌ای در ریاضیات بود، روش‌هایی که، بدون تردید، می‌توانند کاربرد گسترده‌ای پیدا کنند و از جمله، در زمینه‌هایی به کار روند که به‌طور مستقیم با عمل سروکار دارند.

بی‌شک، باید یکی از هدف‌های اساسی نظریه‌ی ریاضی را، فراهم آوردن روش‌های کلی دانست؛ به کمک این روش‌های کلی است که می‌توان نتیجه‌گیری‌های بسیاری را ـ که پیشتر به ثمر رساندن هر حالت خاص

آن‌ها مستلزم صرف نیروی عظیم و جداگانه‌ای بود ـ به یک شکل و با به کار گرفتن یک اسلوب، به‌دست آورد. البته، اغلب چنین تعمیمی را نمی‌توان به سادگی به‌دست آورد و برای رسیدن به آن، باید خود را درگیر بحثی انتزاعی کرد و به صورت گسترده‌ای، از مفهوم‌های مورد نظر استفاده کرد. ولی اگر بتوان به یک مفهوم، خصلت عام‌تر و کلی‌تری داد، همیشه موجب گسترش دید ما می‌شود و به حقیقتی که قبل از آن صورتی خاص و استثنایی داشت، جنبه‌ای کلی می‌بخشد و گروه وسیع‌تری از چیزها را دربرمی‌گیرد. کافی است به یاد آوریم که ورود مفهوم‌های فضای متریک و فضای توپولوژی، چه تأثیر عظیمی بر روند ریاضیات (و هم بر گسترش امکان‌های کاربردی آن) باقی گذاشت. شهود و درک هندسی، که براساس تصورهای هندسه‌ی اقلیدسی به وجود آمده بود، دامنه‌ی خود را بر میدان‌های گسترده‌ای از موضوع‌های مورد بررسی پهن کرد. مسأله‌ی انتزاعی بودن مفهوم‌ها، و یا بی‌اندازه انتزاعی بودن آن‌ها امری نسبی است: آن چه نسل قدیمی‌تر، به سختی می‌توانست به آن خو بگیرد برای نسل جدیدتر، بدیهی‌تر به‌شمار می‌رود و احساس می‌کند که هنوز می‌خواهد پایه‌ی آن را جلوتر ببرد و تکامل و تعمیم بیشتری به آن ببخشد. سرچشمه‌ی سوم نوآوری‌ها در ریاضیات، به موضوع بنیان‌های آن، یعنی به بازبینی انتقادی موقعیت‌های بنیانی و مفهوم‌های ریاضیات و به تلاش در زمینه‌ی کامل‌تر و دقیق‌تر اثبات‌ها، مربوط می‌شود. لزوم چنین بازبینی‌هایی از بنیان‌های ریاضیات، برای حفظ وحدت ریاضیات، برای پیشرفت آن و برای ایجاد بستگی منطقی بین موضوع‌هایی که به‌تدریج جمع‌آوری شده‌اند، انکارناپذیر است. در آغاز سده‌ی بیستم، این بازبینی، درباره‌ی نظریه‌ی مجموعه‌ها، انجام شد و همه آگاهند که این تلاش، به

چه نتیجه‌های عظیمی انجامید: چهره‌ی ریاضیات به‌کلی دگرگون شد و به صورتی کامل‌تر و قابل انعطاف‌تر درآمد؛ با همه‌ی انتزاعی بودن بی‌اندازه‌ی آن، امکان‌های بسیار و بی‌سابقه‌ای، برای شناخت دنیای واقعی دور و بر ما، در اختیارمان قرار داد؛ کلی بودن مفهوم‌ها، راه را برای ایجاد و تکامل بسیاری از شاخه‌های ریاضی و بنیان‌گذاری استوار آن‌ها باز کرد. از جمله‌ی این شاخه‌ها، می‌توان از آنالیز تابعی، توپولوژی و نظریه‌ی جدید احتمال نام برد. اثبات‌های غیرساختمانی و قضیه‌های خاص وجودی، به‌طور گسترده‌ای در ریاضیات وارد شد.

اکنون می‌توانیم به پاسخ یکی از پرسش‌های هیجانی بپردازیم. سرچشمه‌ی نیروی معرفتی ریاضیات، در کجاست؟ به چه مناسبت، هر چه ریاضیات انتزاعی‌تر می‌شود، امکان بیشتری برای شناخت جهان واقع پیدا می‌کند؟

دلیل‌های زیادی می‌توان، در این باره آورد. در درجه‌ی اول، باید این موضوع را یادآوری کرد که، انتزاع‌های ریاضی به دلخواه پدید نمی‌آیند، بلکه از مسأله‌های واقعی عمل و زندگی و از مفهوم‌هایی که پیشتر در ریاضیات به‌وجود آمده‌اند، مایه می‌گیرند. نظریه‌های تازه، به‌طور دایم و از راه مقایسه، تحقیق می‌شوند تا معلوم شود که، آیا می‌توانند امکانی تازه‌تر و کامل‌تر، برای بیان مسأله‌های مورد نظر، در اختیارمان بگذارند یا نه؟ به این ترتیب، عام‌تر کردن نظریه‌های ریاضی، نه تنها موجب از دست رفتن امکان‌های قبلی نمی‌شود، بلکه در واقع، نیروی آن‌ها برای نفوذ عمیق‌تر در ماهیت چیزها ــ چه در رابطه با عمق بخشیدن به استفاده‌ی از مفهوم و چه در رابطه با نیرومندتر شدن روش‌های پژوهشی ــ بیشتر و گسترده‌تر می‌شود.

سپس، باید به این موقعیت اشاره کرد: هر وقت به نظر می‌رسد که دستگاه موجود ریاضی، برای توضیح و بررسی پدیده‌های مورد نظر ما، کافی نیستند، به جست‌وجوی ابزارهای تازه‌ای می‌پردازیم ــ و البته، دیر یا زود به آن‌ها دست می‌یابیم ــ که برای انعکاس این پدیده‌ها، کامل‌تر و دقیق‌تر باشند. در نتیجه، هم ریاضیات و هم ابزارهای بیان آن، در جای خود و بدون حرکت، متوقف نمی‌شوند، بلکه دایم تجدید سازمان می‌یابند و کامل‌تر می‌شوند. بسیار هم پیش می‌آید که ریاضیات، زرادخانه‌ی خود را، بدون انگیزه‌ی مستقیم از جانب عمل، غنی می‌کند و تنها در زمانی دورتر، عمل وارد میدان می‌شود و ابزارهای مورد نیاز خود را، از آن برمی‌دارد. کافی است نظریه‌ی گروه‌ها را به خاطر بیاوریم که در ابتدای سده‌ی نوزدهم، ابزاری برای مطالعه‌ی درونی ریاضیات به‌شمار می‌رفت. محرک اصلی پیدایش این نظریه، مسأله‌های خالص درونی ریاضیات بود. ولی در سده‌ی بیستم روشن شد که، از این مفهوم، می‌توان در فیزیک کوانتوام‌ها و فیزیک ذره‌های بنیادی استفاده کرد.

سرانجام، به این نکته توجه می‌کنیم که پدیده‌های طبیعی، بی‌اندازه پیچیده‌اند. برای مطالعه‌ی این پدیده‌های بغرنج، ناچاریم تنها به بررسی برخی از جنبه‌های آن‌ها اکتفا کنیم. در این بین، هر چه بیشتر به سمت انتزاع برویم، و هر چه بهتر بتوانیم مدل ریاضی پدیده‌ها را بسازیم، امکان‌های مختلف بیشتری برای بررسی پیدا می‌کنیم. حد دقت ما، برای شناخت پدیده، به تعداد مدل‌های ریاضی و ابزارهای ریاضی مورد استفاده‌ی آن‌ها، مربوط می‌شود، به نحوی که امکان داشته باشند، به تقریب، پدیده‌ی مورد نظر ما را، به صورتی یکسان، توضیح دهند. تنها در جریان زمان و عمل است که نقص یک مدل یا یک ابزار ریاضی و یا برتری

آن نسبت به دیگران روشن می‌شود. در مکانیک امروزی، روی مدل‌های آماری تأکید می‌شود که، در درجه‌ی اول، به هیدرودینامیک، آئرودینامیک، نظریه‌ی کشسانی و نظریه‌ی هدایت مربوط می‌شود.

ریاضیات، در سپیده‌دم تاریخ انسانی، نقش خود را به عنوان وسیله‌ای برای انعکاس جنبه‌های معینی از جهان واقع، به عهده گرفت و این خصلت خود را هنوز هم حفظ کرده است. تنها در طول زمان، امکان‌های ریاضیات، متنوع‌تر، گسترده‌تر، نیرومندتر و قابل انعطاف‌تر شده است.

درک روشن این مسأله اهمیت فوق‌العاده‌ای دارد که، ریاضیات یکی از ابزارهای اصلی انعکاس روندهای دنیای واقع در ذهن ماست و امکان می‌دهد تا نه تنها رفتار گذشته‌ی این پدیده‌ها را شرح دهیم، بلکه حتا آینده‌ی آن‌ها را هم پیش‌بینی کنیم. ولی این درک را باید، به‌طور منظم و با کار آموزشی دایم، در همه‌ی مرحله‌های آموزش ریاضی، به وجود آورد و عمق بخشید. باید به دانش‌آموزان نشان داد که چگونه، آدمی به خاطر نیازهای عملی خود، مفهوم‌ها و نظریه‌های ریاضی را به وجود آورد و، در عین حال، به‌طور منظم روشن کرد که چگونه نظریه‌های ریاضی موجب شده‌اند تا روندهای دنیای واقع را عمیق‌تر، کامل‌تر و دقیق‌تر بشناسیم. همیشه باید این مطلب را به خاطر داشت که: «از مشاهده‌ی زنده به تفکر انتزاعی و از آن جا به عمل ـ این است مسیر علمی شناخت حقیقت و شناخت واقعیت عینی.»

از همین بیان کوتاه، می‌توان شیوه‌ی کامل آموزشی را فرا گرفت که، با کمال تأسف، کمتر مورد توجه قرار می‌گیرد. در آموزش درس‌های ریاضیات، اغلب، قسمت اول و قسمت آخر این روند واحد شناخت (مشاهده، تفکر انتزاعی، عمل) نادیده گرفته می‌شود و یا اهمیت کمتری

به آن داده می‌شود. به‌خصوص، به قسمت آخر، توجه چندانی نمی‌شود، در حالی که باید برای دانش‌آموزان روشن کرد که چگونه می‌توان از تفکر انتزاعی به شناخت دنیای واقع رسید. چه در کتاب‌های درسی و چه در آموزش ریاضیات، تنها به یک جنبه توجه شده است. ریاضیات نظری این که در گذشته و یا در زمان ما، چه مسأله‌هایی و چه دشواری‌هایی از دانش و عمل، محرک به وجود آمدن این مفهوم‌ها و نظریه‌های ریاضی شده است، به تقریب به‌طور کامل، از دید معلم و شاگرد دور می‌ماند و، در نتیجه؛ اهمیت جدی تکامل نظریه‌های ریاضی برای عمل و آینده‌ی جامعه‌ی انسانی، در بوته‌ی فراموشی قرار می‌گیرد. در حالی‌که در هر سطحی از آموزش ریاضی ــ دبستان، دبیرستان، دانشگاه ــ می‌توانیم و باید عنصرهای اصلی نظریه‌ی شناخت را نشان دهیم و روشن کنیم. تنها در این صورت است که می‌توانیم ریاضیات را به زندگی و عمل پیوند دهیم و در جریان بحث درباره‌ی شناخت، به پرسش‌هایی بی‌معنی از این نوع برنخوریم که: «چه فایده‌ای از یادگرفتن ریاضیات، عاید ما می‌شود؟» برای این که بتوان از مصالح ریاضی، برای مطالعه‌ی روندهای دنیای واقع استفاده کرد، باید این روندها را تاحدی ایده‌آلیزه کرد و، یا آن طور که می‌گویند، مدل ریاضی آن‌ها را ساخت. طبیعی است که، ضمن ساختن مدل، بسیاری از ویژگی‌های پدیده‌ی مورد بررسی را کنار بگذاریم و مدل ریاضی آن پدیده یا روند را، به‌طور انتزاعی، بسازیم. برای نمونه، در مکانیک آسمانی، به جای سیاره‌ها، نقطه‌های مادی در نظر می‌گیرند و حرکت دستگاه نقطه‌های مادی متناظر این سیاره‌ها (و نه حرکت خود سیاره‌ها) را مطالعه می‌کنند. به خوبی روشن است که انسان، در بسیاری از کارهای خود، به چنین انتزاع‌هایی متوسل می‌شود. بر همین اساس و از

راه محاسبه بود که توانستند سیاره‌هایی را کشف کنند که بعدها پلوتون و نپتون نامیده شدند. درباره‌ی نقش انتزاع درباره‌ی شناخت، بیانی عالی، از متفکری بزرگ، وجود دارد: «تفکر، ضمن عبور از مشخص به مجرد، اگر درست انجام گرفته باشد، از حقیقت دور نمی‌شود، بلکه به آن نزدیک می‌شود. انتزاع ماده و قانون طبیعت، انتزاع ارزش و غیره، در یک کلام، همه‌ی انتزاع‌های علمی (به شرطی که درست و جدی باشند، نه پرت و پلا)، طبیعت را عمیق‌تر، درست‌تر و کامل‌تر، منعکس می‌کنند.»

به خصوص ریاضیات، به‌طور گسترده‌ای از انتزاع استفاده می‌کند و این، به معنای نیروی ریاضیات است، نه ضعف آن. مسأله‌ی ما باید این باشد که در آینده هم در ریاضیات، مفهوم‌های درست و جدی، و نه پرت و پلا، و جهت‌گیری‌های تازه‌ی پژوهشی به وجود آیند و، در ضمن، این مفهوم‌ها، روند چیزها را به درستی منعکس کنند، به مطالعه‌ی عمیق‌تر طبیعت بپردازند و قانون‌مندی‌های موجود در آن را کشف کنند.

موفقیت در این راه، تا حد زیادی، به معلمان ریاضی بستگی دارد که به‌طور منظم، ضرورت و نیروی نظریه‌های ریاضی را برای شناخت و برای زندگی، به شاگردان خود نشان دهند.

هندسه در دبیرستان

آ. د. آلکساندروف

این را کم و بیش همه قبول دارند که بار آموزش دبیرستانی، سنگین است. تجدید برنامه‌ها هم، نتوانسته است این بیماری را از بین ببرد. متخصصان اصرار دارند که حذف فلان و بهمان ماده‌ی درسی، ممکن نیست. ولی وقتی که می‌پرسیم، چرا؟ تنها پاسخ می‌دهند که: به‌هیچ‌وجه ممکن نیست، برای این که ممکن نیست ... زیرا آموزش را بر اساس میزان دانشی می‌سنجند که به آدمی یاد می‌دهند.

معنای واقعی آموزش دبیرستانی و هدف آن باید این باشد که آگاهی‌های لازم عملی را به آدمی بدهد، شخصیت او را تکامل بخشد، بر روابط فکری، روحی و اخلاقی او اثر مثبت بگذارد (و به‌خصوص، مسأله‌ی موازین اخلاقی، اهمیت فوق‌العاده دارد). بنابراین، مسأله‌ی نیاز به این یا آن ماده‌ی درسی و ضرورت وجود یا عدم وجود آن، می‌تواند تنها در قالب مسأله‌ی نیازهای عملی جامعه و اهمیتی که این مطالب، در تکامل شخصیت انسان دارد، مورد بررسی قرار گیرد. اگر مسأله از این دیدگاه به‌طور جدی مورد توجه قرار گیرد، روشن می‌شود که بسیاری از مواد درسی را می‌توان بدون هیچ تأسفی از برنامه حذف کرد؛ البته موادی هم پیدا می‌شود که باید آن‌ها را وارد برنامه کرد. ولی، طرح جدی این مسأله و

حل آن برای هر ماده‌ی درسی، کار ساده‌ای نیست و به همین مناسبت است که به جای حل دقیق موضوع، به بیان‌های ساده‌ای در باره‌ی لزوم «خود» ماده‌ی درسی می‌پردازند.

برای درک این مطلب که فلان ماده‌ی درسی در عمل مورد نیاز است و یا می‌تواند وسیله‌ای برای تکامل شخصیت باشد، باید هم محتوای آن را به دقت تعریف کرد و هم شیوه‌ی آموزش آن را طرح ریخت. در نتیجه، چنین درکی را باید به عنوان مبنای حل هر مسأله‌ی آموزشی، مورد توجه قرار داد.

ما در این جا، برنامه‌ی درسی هندسه، و به‌خصوص هندسه‌ی فضایی را، و در مرحله‌ی نخست از دیدگاه نقش آن در تکامل شخصیت، بررسی می‌کنیم. یکی از نتیجه‌های بررسی ما این خواهد بود که بهتر است دو بخش کامل را، از برنامه‌ی درسی حذف کرد.

۱. ماهیت متضاد هندسه

ویژگی هندسه، که نه تنها آن را در میان سایر شاخه‌های ریاضیات، بلکه در بین همه‌ی دانش‌های دیگر به‌طورکلی، ممتاز می‌کند، در این است که در آن، استدلال دقیق و منطقی با درک عینی مطلب همراه است. و در اساس، ماهیت هندسه در همین است که تصور زنده را با منطق دقیق به هم پیوند می‌دهد و این هر دو، یکدیگر را تنظیم و توجیه می‌کنند.

تصور، امکان مشاهده‌ی مستقیم موضوع هندسی را به‌دست می‌دهد و منطق بیان و استدلال آن را پیش‌بینی می‌کند. منطق هم، به نوبه‌ی خود، تصور را دقیق‌تر می‌کند و به آن در جهت پیدا کردن طرحی که بتواند بستگی‌های منطقی لازم را کشف کند، یاری می‌رساند.

این وضع، بی‌شک برای همه‌ی موارد هندسه‌ی سه‌بعدی اقلیدسی صادق است. ولی حتا در باره‌ی سرچشمه و مبنای درونی هندسه‌ی نااقلیدسی و هندسه‌ی چندبعدی هم، تصور عینی، ولو به صورت تعمیم یافته‌ی آن، وجود دارد. ولی، ما در این جا، به تمام هندسه نمی‌پردازیم، بلکه تنها به بخشی از هندسه که در دبیرستان‌ها تدریس می‌شود، و به‌خصوص هندسه‌ی فضایی، توجه داریم.

ویژگی که درباره‌ی هندسه نام بردیم، به‌خصوص در هندسه‌ی فضایی، برجسته می‌شود. اول، به این مناسبت که تصور فضایی در مورد آن، از ضروریات است. در هندسه‌ی مسطحه، همه چیز به صورت اصلی خود بر تخته‌ی سیاه یا کاغذ، نقش می‌بندد (از این می‌گذریم که از جمله نمی‌توان روی صفحه‌ی کاغذ، خط راست را تا بی‌نهایت ادامه داد و یا خط‌ها را بدون ضخامت رسم کرد و غیره). ولی حقایق هندسه‌ی فضایی به‌طور مشروط نشان داده می‌شود و بنابراین، درک آن‌ها، بدون کامل کردن آن به کمک تصور فضایی، ممکن نیست. و همین تصور فضایی با دشواری‌هایی همراه است که اغلب، اهمیت جدی پیدا می‌کنند.

دوم، هندسه‌ی فضایی در سال‌های آخر دبیرستان تدریس می‌شود، وقتی که دانش‌آموز باید به مرزی از پیشرفت رسیده باشد که بتواند منطق قیاسی را به حد کافی درک کند. به همین مناسبت درس هندسه‌ی فضایی را می‌توان و باید با تسلسل و اثبات، منطقی‌تر از درس هندسه‌ی روی صفحه، تنظیم کرد.

به این ترتیب، حق داریم، آن چه را درباره‌ی هندسه به‌طورکلی، گفتیم، به‌ویژه درباره‌ی درس هندسه‌ی فضایی تکرار کنیم. هندسه‌ی فضایی را باید در ترکیب تصور عینی با منطق تدریس کرد، به صورت تصور فضایی

زنده‌ای که منطق دقیق تا عمق وجود آن، نفوذ کرده باشد.

تصور زنده، بیشتر نزدیک به هنر است، در حالی که، منطق خشک و دقیق، امتیاز دانش است. می‌توان گفت که آن‌ها، به کلی در تضاد با یکدیگرند («آب و آتش تا به این حد با هم اختلاف ندارند»). با وجود این، هندسه آن‌ها را به هم پیوند داده است، و مسأله‌ی آموزش همین است که آن‌ها را در یک ماده‌ی درسی، آشتی دهد.

و این، در واقع، عبارت است از جمع ضدین، در موضوعی که در ماهیت خود متضاد است، تضادی که جز با نابودی خود موضوع، یعنی حذف درس هندسه و جایگزین کردن درس دیگری به جای آن، قابل حل نیست. همین تضاد است که از یک طرف موجب دشواری خاص هندسه می‌شود، و از طرف دیگر، به آن، زیبایی و دل‌فریبی خاصی می‌دهد. به هم پیوستن ویژگی‌های متضادی همچون تصور زنده و تفکر خالص، کار دشواری است، ولی در عوض، وقتی که این یگانگی تحقق پذیرد، به درک موضوع روشنی می‌بخشد و ذوق و شوق فراوانی که، ناشی از «مشاهده‌ی» مستقیم حقیقت است، به وجود می‌آورد.

در درس هندسه، دو جنبه‌ی متضاد دیگر هم وجود دارد که با هم جمع شده‌اند: هندسه‌ی انتزاعی و مجرد ریاضی، و هندسه‌ی عملی، یعنی بستگی‌های واقعی فضایی و ویژگی‌های جسم‌ها. این تضاد، در لحظه‌ای بروز می‌کند که بر تخته‌ی سیاه «خط راستی رسم می‌کنند» و می‌گویند: «خط راست را از دو نقطه‌ی A و B می‌گذرانیم». ولی، روی تخته‌ی سیاه، نقطه‌ای وجود ندارد، و خط راست را هم نمی‌توان رسم کرد: نقطه و خط هندسی، وجودهایی کامل و ایده‌آل‌اند که جز در تفکر انتزاعی وجود ندارند؛ آن‌ها را به مفهوم دقیق خود، حتا نمی‌توان تصور کرد، بلکه تنها

می‌توان درباره‌ی آن‌ها اندیشید.

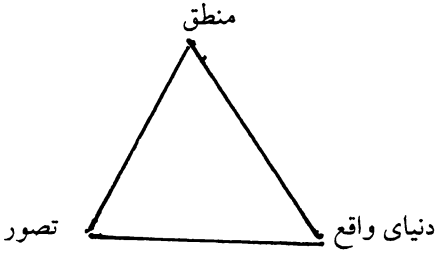
حکم‌های هندسه، برای وجودهای ایده‌آل هندسی، بیان و ثابت می‌شوند، در حالی که با آن‌ها چنان برخورد می‌شود که گویا در باره‌ی وجودهایی هستند، که به‌طور عینی قابل تصورند و می‌توانند درباره‌ی چیزهای واقعی به کار روند، چیزهایی که، تحقق ایده‌آل‌های هندسه درباره‌ی آن‌ها، اغلب مشروط است. هندسه‌ی فضایی، از این جا آغاز می‌شود که: «از هر سه نقطه، صفحه‌ای عبور می‌کند.» ولی، این حکم را، در عالم واقع، تنها به صورتی مشروط می‌توان نشان داد. وقتی که «صفحه» وارد در عالم واقع می‌شود، به صورت «چیزی مسطح» یا «سطحی هموار» درمی‌آید؛ و این، غیر از صفحه‌ی هندسی است که، دست‌کم، باید بی‌انتها باشد.

تمامی انتزاع‌های هندسی، ریشه‌ای در عمل دارند، و بعد هم، در عمل به کار می‌روند. به همین مناسبت، آموزش هندسه هم، باید در ارتباط با چیزهای واقعی، با دیگر رشته‌های دانش و به‌خصوص با فیزیک باشد (هم در زمینه‌ی کاربرد آن، هم در باره‌ی روشن کردن مفهوم‌ها و حکم‌های هندسی و در تعریف مفهوم‌های بنیانی). برای نمونه، در درس هندسه، انتقال و جابه‌جایی را به عنوان نگاشت تمامی فضا و یا (در هندسه‌ی روی صفحه)، تمامی صفحه، تعریف می‌کنند. ولی این، بی‌معنی است، زیرا در واقع، چیزها هستند که جابه‌جا می‌شوند. طبق معمول، در درس هندسه، باید از مفهوم جابه‌جایی شکل، به عنوان صورتی از جابه‌جا شدن چیزها از یک محل به محل دیگر، آغاز کرد.[1] این

۱ـ انتقال نقطه‌ی مادی از یک جا به جای دیگر، یعنی از نقطه‌ی هندسی A به

شیوه، پاسخ‌گوی تصور عینی و مناسب هندسه است!

با همه‌ی این‌ها، بستگی هندسه با دنیای واقع، متضمن یک تضاد است: ناسازگاری چیزهای واقعی با انتزاع‌های هندسی. به‌این‌ترتیب، در آموزش هندسه، باید سه عنصر مربوط به‌هم، و در عین حال متضاد با هم وارد شود: منطق، تصور عینی، کاربرد در دنیای واقع. می‌توان گفت که این «مثلث» روح آموزش هندسه را تشکیل می‌دهد؛ تصور همان که در طرح دیده می‌شود، به‌دنیای واقع نزدیک‌تر است تا منطق.



آموزش هندسه، موجب تکامل سه کیفیت، در دانش‌آموزان می‌شود: تصور فضایی، درک عملی و تفکر منطقی.

روشن است که در درس هندسه، همان‌طور که کم و بیش گفته می‌شود، آگاهی‌های اساسی و توانایی در رشته‌ی هندسه هم به دانش‌آموزان داده می‌شود؛ با وجود این، مهم‌ترین و عمیق‌ترین مسأله‌های مربوط به آموزش هندسه، همان سه عنصری است که نام بردیم. اول، به دلیل اهمیتی که برای پیشرفت عمومی دارند و دوم، به مناسبت این که این سه عنصر، شامل اساسی‌ترین آگاهی‌هایی می‌شود که باید در دوره‌ی دبیرستان، به دانش‌آموزان داد. به این جهت، ابتدا، به همین سه عنصر می‌پردازیم.

B، به معنای نگاشت A به روی B است.

۲. تصور و دنیای واقع

تصور، یکی از زیباترین و نیرومندترین استعدادهای انسان است. اگر تصور را از آدمی بگیریم، بر سر هنر و صنعت چه خواهد آمد؟ اندیشه‌ها و نظریه‌های علمی هم، تا حد زیادی، مدیون وجود تصور هستند. تصور فضایی، که هندسه موجب تکامل آن می‌شود، یکی از بخش‌های مهم استعداد کلی انسان در زمینه‌ی تصور را، تشکیل می‌دهد و در باره‌ی بسیاری از رابطه‌ها، اهمیت اساسی دارد.

تصور فضایی برای انسان لازم است تا بتواند خود را در دنیایی، که او را فرا گرفته است، توجیه کند و به صورت کامل‌تر خود، برای بسیاری از فعالیت‌های گوناگون انسان، اهمیت اساسی دارد. کارگر متخصص، مهندس، معمار، خلبان، مجسمه‌ساز و بسیاری کسان دیگر، نیازمند تصور فضایی هستند.

تکامل تصور فضایی، مشاهده‌ی جهان را وسعت می‌دهد و آن را بزرگ‌تر، برجسته‌تر و پرمضمون‌تر می‌کند، درست مثل کاری که استره‌ئوسکوپ با عکس انجام می‌دهد.

تصور پیش‌رفته، دنیای درونی انسان را غنی می‌کند و به او امکان می‌دهد تا تصویرهای گوناگونی را در درون خود به وجود آورد و مشاهده کند.

در یک کلام، تصور فضایی پیش‌رفته، یکی از عنصرهای مهم فرهنگ عمومی را تشکیل می‌دهد. هندسه، که به مجسم کردن شکل‌های هندسی با دقت ایده‌آلی آن‌ها نیاز دارد، به نوبه‌ی خود، به تصور فضایی، ظرافت و دقت می‌بخشد.

معمار بزرگ سده‌ی بیستم، لوکوربوزیه (۱۸۸۷ ـ ۱۹۶۵) می‌نویسد:

«هندسه، وسیله‌ای است که به کمک آن محیط را می‌شناسیم و خودمان

را بیان می‌کنیم. هندسه، اساس و مبنا است.
به جز این، هندسه، تجسم مادی نشانه‌ها و نمادهایی است که به صورتی کامل و «بلندمرتبه» بیان می‌شوند.
هندسه به ما امکان می‌دهد تا به دقت ریاضی رضایت‌بخشی برسیم.
ماشین، محصولی از هندسه است. بنابراین انسان روزگار ما، با همه‌ی احساس‌های هنرمندانه‌اش، در درجه‌ی اول، به هندسه نیازمند است. بعد از قرنی تجزیه و تحلیل، هنر و اندیشه‌ی معاصر، خود را از مرزهای تصادف و اتفاق، نجات می‌دهد و به یاری هندسه، به نظم و هماهنگی ریاضی می‌رسد؛ و نیروی این کشش، روزبه‌روز بیشتر می‌شود.»
در این جمله‌های الهام‌بخش، هندسه، به خاطر این که تجسمی از دنیای واقع است، به خاطر وحدت شکل‌های هندسی و تحقق مادی آن‌ها، ستایش می‌شود. ماشین، محصولی از هندسه است. صنعت از هندسه آغاز می‌شود و همه جا زیر نفوذ هندسه باقی می‌ماند، زیرا هر جا که در اندازه‌ها و شکل‌ها، به کمترین دقتی نیاز باشد، یا هر جا که لازم باشد دو بخش متفاوت در وضعیت معینی نسبت به هم قرار گیرند، پای هندسه به میان می‌آید.
طراح، کارگر فنی و مهندس، ابتدا، شکل تقریبی چیزی را که باید ساخته و یا طرح شود، پیش خود مجسم می‌کنند، رسم می‌کنند، آن را دقیق‌تر می‌کنند، مدل آن را می‌سازند، سرانجام تجسم دقیق آن پیدا می‌شود، نقشه‌ی کار رسم می‌شود و از روی آن، شکل فضایی جسم، تهیه و سپس خود جسم ساخته می‌شود. به این ترتیب، بستگی متقابل تصور فضایی (که روی شکل منعکس می‌شود)، با تجسم واقعی چیز (به صورت مدل یا به صورت شیء آماده)، پیدا می‌شود.

در مکانیک و فیزیک هم، تصورهای هندسی، نقشی اساسی دارند، دست‌کم به این علت که حرکت، روندی است که در فضا اتفاق می‌افتد. در این باره، کافی است، سینماتیک و نور هندسی را به یاد بیاوریم. همچنین، ساختمان بلورها، مدل‌های فضایی مولکول‌های مرکب، تقارن اندام‌های زنده و غیر آن را، به خاطر آوریم.

اهمیت تصورهای فضایی در هنرهای تجسمی و در معماری، چنان روشن است که نیازی به گفت‌وگو ندارد.

این بستگی‌های واقعی و همچنین، مظاهر هندسه را در زندگی، طبیعت، هنر، صنعت و دانش، باید به دانش‌آموزان نشان داد تا هندسه را، نه همچون درس خشکی که باید آن را طوطی‌وار حفظ کرد و برای امتحان آماده شد، بلکه به عنوان دانشی که با دنیای واقع ارتباط دارد، در نظر گرفت.

تصورهای فضایی و شهود هندسی، در خود ریاضیات (غیر از هندسه) هم، نقشی اساسی به عهده دارد. آنالیز ریاضی، که کار خود را با محور عددی و رسم منحنی و غیر آن، آغاز می‌کند، بدون شکل‌های هندسی، بی‌معنی می‌شود. این نقش هندسه، در زمان ما و در تشکیل آنالیز فونکسیونل هم، منعکس شده است. شاخه‌ای که همراه با مفهوم اصلی خودش، فضاهای تابع‌ها، در مرکز ریاضیات امروزی جای گرفته است. برای این که گمان نرود که یک مؤلف هندسه‌دان، تلاش در تعریف و تمجید از دانش خودش دارد، اظهارنظر یکی از ریاضی‌دانان مشهوری را می‌آوریم که تخصصی غیر از هندسه دارد: «فضاهای تابع‌ها، در بیشتر حالت‌ها، بی‌نهایت بعدی هستند، ولی امکان تربیت احساس در این جهت، و سپس به کار بردن درک فضاهای چند بعدی (و حتا سه‌بعدی) در

آن، یکی از پربارترین کشف‌ها بوده است. (یو. ای. مانین. در کتاب «ریاضیات و فیزیک»).

این مثال ــ تشکیل شاخه‌ی بزرگی از دانش بر پایه‌ی شهود هندسی ــ نقش سازنده و جهت‌داری را که تصور هندسی در ارتباطی که با منطق دارد، به روشنی نشان می‌دهد و به همین دلیل هم باید در آموزش دبیرستانی، وجود داشته باشد.

هر عنصر درس ــ اعم از این که اصل باشد، یا تعریف یا قضیه و یا مسأله ــ باید به‌طور عینی و به کمک تصویر مطرح شود و در مرحله‌ی اول، دانش‌آموزان هم باید به آن عادت کنند. برای این که دانش‌آموز بتواند پیش خود تصور کند که، منظور از هرم چیست، باید آن را رسم و یا مسأله‌ی ساده‌ای درباره‌ی آن حل کرد. اگر، به این ترتیب، دانش‌آموز هنوز نمی‌تواند تعریف دقیق و بدون اشتباه آن را بدهد، اشکال زیادی وجود ندارد.

معرفت عینی و عملی نسبت به یک موضوع، یعنی امکان تصور عینی آن و توانایی انجام عمل‌های درست روی آن. هر کسی می‌تواند پیش خود تصور کند که صندلی چیست و در ضمن توانایی استفاده‌ی از آن را هم دارد، ولی، اگر قرار باشد، به عنوان امتحان، بلافاصله تعریف آن را بیان کند که: «صندلی عبارت است از ...»، بدون تردید دچار زحمت می‌شود. ریاضی‌دانان سده‌های هفدهم و هجدهم، تعریف دقیق هیچ‌کدام از مفهوم‌های تابع، حد، و حتا خود متغیر x را، نمی‌دانستند، ولی آن‌ها، بدون هیچ اشکالی می‌توانستند با این مفهوم‌ها، کار کنند (دراین باره می‌توان برای نمونه از اولر یاد کرد).

سخت‌گیری در دادن تعریف دقیق شفاهی برای هر مفهوم، می‌تواند به آن

کتابخانه مجازی ریاضیات

جا منجر شود که، به جای روشن‌تر کردن و دقیق‌تر کردن تصورهایی که از قبل برای دانش‌آموزان وجود دارد، و به جای این که درک روشن تازه‌ای برای آن‌ها به‌وجود آید، تصور موضوع را برای آن‌ها دشوارتر و یا حتا غیرممکن کند و در نتیجه، تنها یک پوسته‌ی شفاهی از بیان یک تعریف برای آن‌ها باقی بماند، که نه بتوانند آن را به درستی درک کنند و نه امکان کاربرد آن را داشته باشند.

به عنوان مثال، می‌توان به عنوان تعریف گفت که: «جهت، به مجموعه‌ی همه‌ی شعاع‌های هم‌سو گفته می‌شود.» از طرف دیگر، به دانش‌آموز گفته شده است که مجموعه عبارت است از اجتماع عضوها، که مجموعه، از عضوهای خودش تشکیل شده است. در نتیجه، این سوءتفاهم هم برای دانش‌آموز پیدا می‌شود که «جهت» از همه‌ی شعاع‌های هم‌سو تشکیل شده است. در این جا، با این تعریف، به جای درک شهودی جهت ـ که برای هر کسی به نوعی مخصوص به خود او وجود دارد ـ چیزی نشسته است که قابل تصور نیست، و به همین جهت، به کلی بی‌فایده است، زیرا هیچ کس از چنین درکی برای جهت، استفاده نمی‌کند. شبیه چنین وضعی را در باره‌ی مفهوم‌های بردار، چندوجهی و غیر آن هم می‌توان دید.

این که کسی را عادت دهیم تا تعریفی را ادا کند، بدون این که به معنای درست آن پی برده باشد و در نتیجه، حالت‌های نیاز، نه به این تعریف، بلکه به تصور و درک دیگری که از آن دارد، مراجعه کند، در واقع به مبانی روحی و تکامل ذهنی و اخلاقی او هم، لطمه‌ی بسیار وارد کرده‌ایم.

با وجود این، ما در این‌جا به انتقاد کتاب‌های موجود درسی نمی‌پردازیم، مراجعه‌ی به کتاب‌های درسی و انتقاد از آن‌ها، تنها وقتی ارزش دارد که توانسته باشیم اهمیت عینی بودن موضوع‌ها را به‌روشنی نشان دهیم و این

گمان را به‌وجود نیاوریم که‌برای به‌کرسی نشاندن نظر خود «به‌هر دری می‌زنیم.» هنوز مبناهایی وجود دارد که بر تصور هندسی، به‌عنوان نخستین قاعده‌ی اصلی، تکیه می‌کند: هر بخش از درس هندسه را باید بر تصوری عینی، که به‌اندازه‌ی کافی ساده و روشن باشد، متکی کرد. باید از چنین تصوری آغاز کرد و همه‌ی شرح و بسط‌های بعدی را، بر آن متکی ساخت. شرح‌وتفسیر را باید از یک‌طرح عینی، رسم شکل بر تخته‌ی سیاه و تشریح آن با نشان‌دادن مدل‌ها و با بیان مثال‌های مختلف، آغاز کرد.

به‌ویژه، در هندسه‌ی فضایی، رسم کردن، مسأله‌ای اساسی است، تا به کمک آن بتوان تصور فضایی را به وجود آورد. این تصور می‌تواند، از جمله، با استفاده از هاشور زدن، نشان دادن سایه‌ی وجه‌های چندوجهی و غیر آن، مجسم شود (در همین جا و در داخل پرانتز یادآوری می‌کنیم که بهتر است در دانشکده‌های فیزیک ـ ریاضی و دانش‌های طبیعی و در انستیوهای روان‌شناسی از شکل‌ها و ترسیم‌های اختصاصی، که به کار آن‌ها بستگی بیشتری دارد، استفاده کرد).

همراه با شکل، باید محتوای فضایی آن را توضیح داد تا وسیله‌ای برای درک دقیق‌تر و درست‌تر تصور فضایی باشد. در ضمن باید مفهوم دقیق هندسی موضوع مورد بحث را هم روشن کرد و راه را برای تصور عینی و تنظیم منطقی آن باز کرد. در عین حال، لازم است که ـ اگر قبل از آن انجام نگرفته است که مثال‌هایی از دنیای واقع، از زندگی و صنعت و غیر آن، آورده شود.

تصور شکل‌یافته، به‌طور منطقی، شکل لازم تعریف‌ها، قضیه‌ها و مسأله‌ها را به وجود می‌آورد. و از همین جاست که استدلال منطقی وارد عمل می‌شود.

روش هندسی هم همین است که خود استدلال منطقی یا حل مسأله، به سمت تصور عینی جهت‌گیری کند؛ و بهتر از همه، زمانی است که ضمن استدلال یا حل بتوان گفت که از روی شکل دیده می‌شود. (در تألیف‌های قدیمی هند، اثبات را منجر به رسم یک شکل می‌کردند که روی آن تنها یک کلمه نوشته شده بود: «نگاه کن.») در شرایط برابر، باید نتیجه‌گیری به کمک محاسبه را ترجیح داد و به خاطر عینی بودن آن، از دقت منطقی و استدلال‌های منطقی صرف‌نظر کرد. برای نمونه، برای مفهوم پیوستگی، بهتر است از ملاحظه‌های عینی، از حرکت‌های قابل تصور نقطه‌ها و شکل‌ها و از صورت‌های دیگری که حتا از مکانیک و فیزیک اقتباس شده است، استفاده کنیم (ارشمیدس هم در نتیجه‌گیری‌های هندسی خود، از ملاحظه‌های مکانیکی استفاده می‌کرد و البته، سرآخر، به دقت ریاضی رو می‌آورد).

به همین مناسبت باید دانش‌آموزان را عادت داد که، چه وقتی که پای تخته جواب می‌دهند، چه زمانی که در منزل و پیش خود کار می‌کنند و چه وقتی که به حل مسأله مشغول‌اند، از یک شکل، یک طرح مقدماتی و یک توصیف عینی آغاز کنند، و سپس، همراه با شکل، به تصور فضایی، درک دقیق و سایر جنبه‌های آن برسند.

رو آوردن به تعریف‌های پیچیده و مغلق و کنار گذاشتن ترکیبی از تصور روشن عینی با درک منطقی، کاری خطرناک و بی‌فایده است. این یک ضرورت است که بتوانیم تصور عینی را با دقت منطقی همراه و ترکیب کنیم.

به این ترتیب، طرح هر قسمت از درس، با شکل و با تصور عینی آغاز می‌شود، به طرف منطق فرمول‌بندی و نتیجه‌گیری میل می‌کند، و سپس،

آگاهی‌هایی که از این راه به‌دست آمده است، برای بررسی مثال‌ها و حل مسأله‌ها، استفاده می‌شود.

به‌طور خلاصه، می‌توان این دستورالعمل را در بیان کوتاه ولادیمیر ایلیچ دید که می‌گوید: «از مشاهده‌ی زنده به طرف تفکر مجرد و انتزاعی، و از آن به طرف عمل پراتیک ...» در این جا مسیر شناخت، به‌طورکلی، مشخص شده است: «از مشاهده‌ی زنده به سمت تفکر انتزاعی و از آن به سمت پراتیک» ــ چنین است مسیر دیالکتیکی شناخت حقایق، شناخت واقعیت عینی.»

و درست همین مسیر است که باید برای شناخت هندسه، درباره‌ی دانش‌آموزان، در نظر گرفته شود.

۳. منطق و جهان‌بینی

تا این جا، بیشتر به نقطه‌ی عزیمت ــ «مشاهده‌ی زنده» ــ پرداختیم؛ حالا اندکی هم درباره‌ی مرحله‌ی دوم شناخت ــ درباره‌ی «تفکر انتزاعی» ــ صحبت می‌کنیم، درباره‌ی عنصری از «مثلث» که مشخص‌کننده‌ی ماهیت هندسه است و نام آن را منطق نامیده‌اند.

از دوره‌های باستانی، همه قبول داشتند که درس هندسه را باید به عنوان تفکر منطقی به حساب آورد، و بنابراین به نظر می‌رسد که بحث تفصیلی درباره‌ی آن، کاری زاید است؛ با وجود این لازم است به چند نکته توجه کنیم.

به ظاهر، این خطر جدی وجود دارد که بسیاری از دانش‌آموزان، به آن اندازه که به حفظ کردن می‌پردازند، به درک کامل منطق استدلال‌ها عادت نمی‌کنند. به محض این که دانش‌آموز را از ردیف استدلال‌هایی که حفظ

کرده است و از فرمول‌بندی خاصی که در ذهن خود جا داده است، خارج کنیم، دچار دستپاچگی می‌شود، زیرا، بدون این که به ماهیت این فرمول‌بندی و به مفهوم استدلال‌ها توجه کرده باشد، تنها به‌طور سطحی و در همان پوسته‌ی شفاهی، چیزهایی را به خاطر سپرده است.

یکی از نخستین راه‌های برطرف کردن این خطر، آن است که تعداد فرمول‌بندی‌ها، و به‌ویژه استدلال‌هایی را که دانش‌آموز باید بداند ـ یعنی یاد بگیرد و به خاطر بسپارد ـ کم کنیم. خیلی بهتر است که دانش‌آموز اثبات تعداد کمتری قضیه را بداند، ولی خوب و با درک کامل، تا این که تلاشی سخت‌گیرانه در جهت اثبات انبوهی از ده‌ها قضیه، حتا در برنامه‌ی یک کلاس، انجام گیرد.

آن چه لازم است این است که دانش‌آموز تفکر منطقی را یاد بگیرد، نه این که استدلال‌های حاضر و آماده را حفظ کند و به خاطر بسپارد. به همین مناسبت، باید خیلی زود، اثبات‌ها و فرمول‌بندی‌ها را به مجرای تمرین و تفکر منطقی انداخت، تا خود دانش‌آموز، به جای این که به حفظ آن‌ها بپردازد، در کشف آن‌ها شرکت کند. به زبان دیگر، به آن، به نظر تمرین نگاه کند، نه به عنوان چیزی که باید بداند و به خاطر بسپارد.

از این جا، این نتیجه به‌دست می‌آید: باید تا جایی که ممکن است، تمرین بیشتری در زمینه‌ی تفکر منطقی به دانش‌آموزان داده شود، زیرا، برای این که بتوان شکلی از فعالیت را یاد گرفت، راه دیگری جز تمرین وجود ندارد. برای تسلط بر هرگونه فعالیتی، اعم از این که کار با سوهان باشد یا راه رفتن روی یخ و یا استدلال منطقی، باید تمرین بسیار کرد. بنابراین بهتر است دانش‌آموزان را عادت دهیم تا استدلال‌ها را بفهمند و تجزیه و تحلیل کنند، نه این که آن‌ها را یاد بگیرند و حفظ کنند. به جز این باید، تا

حد امکان، مساله‌های استدلالی زیادتری حل کرد، و خیلی بهتر و مفیدتر است که خود دانش‌آموزان به نتیجه برسند: یک نتیجه‌گیری کوچک از طرف خود دانش‌آموز، بسیار باارزش‌تر از حفظ کردن استدلال کامل دیگران است (البته، این به معنای آن نیست که بعضی استدلال‌های مشهور را، که آموزنده، جالب و زیبا هستند، طرح نکنیم).

منطق هندسه، نه تنها در شکل‌بندی‌ها و استدلال‌های جداگانه، بلکه در ضمن در تمامی سیستم این استدلال‌ها و شکل‌بندی‌ها به‌طورکلی، وجود دارد. مفهوم هر تعریف، هر قضیه و هر استدلال، سرآخر، تنها به‌وسیله‌ی این سیستم روشن می‌شود و تنها به کمک چنین درکی است که هندسه به صورت یک نظریه‌ی کامل، و نه انباری از تعریف‌ها و حکم‌های جداگانه، درمی‌آید.

این نتیجه‌گیری در هندسه، یعنی درک آن به عنوان یک دانش دقیق با سیستم گسترده‌ی نتیجه‌های ناشی از آن، به اندازه‌ی دقیق بودن هر کدام از نتیجه‌ها، اهمیت دارد.

و هندسه را باید به همین ترتیب و تا حد امکان، با دقت بیشتری در تمامی سیستم آن، درس داد. در ضمن، باید توجه داشت که دقت مطلق نه معنا دارد و نه وجود دارد و بنابراین، مسأله‌ی آموزش مربوط به این می‌شود که سطحی از دقت و دستگاه معینی از شرایط را بپذیریم، و بیان بعدی خود را، بر مبنای آن قرار دهیم. در ضمن تمامی دوره‌ی درس را، باید در همان سطح مورد قبول دقت ثابت کرد و اجازه نداد که ارتباط منطقی، دست‌کم در مسیر اصلی درس قطع شود.

در «مقدمات» اقلیدس هم، ارتباط کلی منطقی، به همین ترتیب، حفظ شده است. در کتاب‌های درسی قدیمی ما هم، کم و بیش، وضع به همین

صورت است. در این کتاب‌ها، با موفقیت، کتاب اقلیدس را عامه فهم کرده‌اند، ولی همه جا سایه‌ی اقلیدس دیده می‌شود، درست مثل کتاب‌هایی به نام «گالیور» و «روبنسون کروزوئه»، که برای بچه‌ها تنظیم شده است و در سراسر آن، رد پای نویسندگان بزرگ آن‌ها به چشم می‌خورد.

این که می‌گوییم باید مسیرهای اصلی درس را، بدون قطع ارتباط منطقی و با استدلال طی کنیم، به‌هیچ‌وجه به معنای آن نیست که دانش‌آموزان وظیفه دارند تا همه‌ی این اثبات‌ها را یاد بگیرند، چنین باری، سنگین و فوق طاقت دانش‌آموزان است. اثبات‌ها را می‌توان به سه بخش تقسیم کرد: آن‌هایی که باید حفظ کرد و به خاطر داشت، آن‌هایی که باید فهمید، و سرانجام، اثبات‌هایی که می‌توان از آن‌ها صرف‌نظر کرد. در باره‌ی اثبات‌های اخیر، تنها باید یادآوری کرد که این‌ها را هم می‌توان، بنا به میل تمامی کلاس و یا برای دانش‌آموزان جداگانه‌ای که علاقه‌مند هستند، ثابت کرد (در کتاب‌های درسی، این اثبات‌ها را باید به‌عنوان ضمیمه ذکر کرد.)

برای طرح و ساختمان هندسه، می‌توان از مبانی متفاوت و از دستگاه‌های مختلف اصل موضوعی آغاز کرد. تنها باید در این دستگاه‌ها، تناقض و یا جاافتادگی وجود نداشته باشد. به زبان دیگر، دستگاه اصل موضوعی مورد قبول، باید بدون تناقض و کامل باشد و در انتخاب شرط‌های دیگر آن هم، ملاحظه‌های روان‌شناسی رعایت شود و به‌ویژه به این نکته توجه شود که بتوان به کمک این دستگاه اصل موضوعی مطلب‌های اصلی را دنبال کرد و محتوای اساسی درس را بیرون کشید و گسترش داد. خود هندسه‌ی فضایی، به عنوان دستگاهی از حکم‌ها، که گذرگاه‌های منطقی

را به هم مربوط می‌کند، اهمیتی بی‌چون و چرا دارد؛ و دستگاه اصل موضوعی، نقش نقطه‌ی آغاز را به عهده دارد که حرکت این دستگاه از آن جا آغاز می‌شود.

در این اواخر احساس می‌شد که باید هندسه‌ی دبیرستانی را دقیق‌تر و عمیق‌تر از آن چه اقلیدس داده است، عرضه کرد. این سخت‌گیری و دقت بیشتر، قبل از هر جا، در بیان روشن و در شکل دادن به مفهوم‌های اصلی و به اصل موضوع‌هایی احساس می‌شد که در طرح قبلی واضح و بدیهی شمرده می‌شد.

ولی، ضمن طرح دقیق‌تر مبانی آغازین و شکل دادن به اصل موضوع‌های مورد قبول، باید میزان سخت‌گیری را در همان سطحی از دقت که پذیرفته شده است، نگه داشت و در عین‌حال که هیچ زمینه‌ی مهمی، بدون اثبات باقی نمی‌ماند، از سطح مورد قبول استدلال و دقت هم، تجاوز نکرد. در غیر این صورت، درس، شکل دستگاهی و منطقی خود را از دست می‌دهد و نه به صورت یک دانش کامل و به‌هم پیوسته، بلکه به صورت تکه‌های پراکنده‌ای به‌نظر می‌رسد که در یک جای آن از نوعی استدلال و در جای دیگر آن از سطح دیگری از استدلال استفاده شده است و در بعضی جاها هم، هیچ منطقی وجود ندارد.

اگر قرار است از نظریه‌ی مجموعه‌ها و مفهوم‌های آن استفاده شود، باید این معیار را در همه جا به کار برد. برای نمونه، پس از تنظیم «هر خط راست، مجموعه‌ای است غیرتهی از نقطه‌ها»، نمی‌توان بدون اثبات پذیرفت که بر هر خط راست دست‌کم دو نقطه وجود دارد (آن طور که در بعضی از کتاب‌های درسی، دیده می‌شود). در غیر این صورت، سخت‌گیری در مبانی اولیه، بی‌فایده می‌ماند، و به دلیل به‌کار نرفتن آن‌ها

در حکم‌های بعدی، و هم به دلیل تغییر سطح دقت و سخت‌گیری، چیزهایی زاید به نظر می‌آیند. در واقع، ابتدا «حرف‌های عالمانه» زده‌ایم و صغرا و کبرای منطقی چیده‌ایم و بعد، به جمله‌ی «واضح است»، متوسل شده‌ایم. چنین روشی در آموزش، به دانش‌آموزان تلقین می‌کند که می‌توان به نحوی ادعا و بعد، به نحو دیگری عمل کرد.

همچنین نباید از اثبات قضیه‌های اساسی صرف‌نظر کرد و به این جمله اکتفا کرد که «بدون اثبات می‌پذیریم که ...» در این صورت، در تمامی درس هندسه، همه جا به‌نظر می‌رسد که می‌توان بدون استدلال پیش رفت. باید توجه داشت که منظور از درس هندسه، و به‌خصوص هندسه‌ی فضایی، دادن آگاهی‌های پراکنده‌ای به دانش‌آموزان نیست، بلکه منظور آن است که دستگاهی به هم پیوسته، ساختمانی کامل و دقیق را در برابر آن‌ها قرار دهیم.

نکته‌ی عمیق و پراهمیتی که در درس هندسه نهفته است، به تربیت جهان‌بینی علمی مربوط می‌شود. در درس هندسه است که می‌توان دانش‌آموز را واداشت تا به حقیقت، حرمت بگذارد و در ضمن بپذیرد که «حقایق مشهود» نیاز به اثبات دارند و اعتبار پیشین آن‌ها، تا زمانی که ثابت نشده‌اند، می‌توانند مورد تردید قرار گیرد. گرایش به حقیقت و جست‌وجوی اثبات (یا رد) یک موضوع، اصلی است که اساسی‌ترین بنیان جهان‌بینی علمی را تشکیل می‌دهد. نیروی حقیقت و قدرت حقایق علمی را می‌توان از این سخن لنین دریافت که می‌گفت: «آموزش مارکس نیرومند است، برای این که حقیقت است.»

هندسه، که دستگاهی از مفهوم‌ها و نتیجه‌گیری‌های دقیق است، می‌آموزد که حقیقت و نتیجه‌های حاصل از آن، بیرون از خواست ما وجود دارد، که

آن را نمی‌توان تغییر داد، جعل کرد و یا ندیده گرفت. هندسه، به همان اندازه که حرمت گذاشتن به حقیقت را یاد می‌دهد، این را هم می‌آموزد که قبول حقیقت، نیاز به اثبات دارد؛ و البته، این نتیجه وقتی حاصل می‌شود که در هندسه، به واقع از استدلال استفاده کرده باشیم، نه از شبه استدلال و یا توسل به جمله‌ی «بدون اثبات قبول می‌کنیم که ...». در چنین صورتی تلقین می‌شود که خیلی چیزها را می‌توان بدون اثبات پذیرفت، و این پذیرش، می‌تواند نه بر اساس استدلالی قانع‌کننده، بلکه بر اساس اعتبار کتاب درسی و یا حیثیت معلم باشد.

در احترام به حقیقت و درخواست اثبات، نکته‌های اخلاقی بسیار مهمی وجود دارد. ساده‌ترین، ولی نه کم‌اهمیت‌ترین آن‌ها، این است که بدون استدلال، داوری نکنیم و در جایی که نیاز به ارائه حقایق و مدارک است، به احساس‌ها و تأثرها و تهمت‌ها، تسلیم نشویم. هر قدر که بیشتر بتوانیم اعتقادهای خود را در هر موضوع و هر حالتی، بر اساس مشاهده‌ها و نتیجه‌گیری‌های عینی بنا کنیم، و هر قدر که بیشتر بتوانیم خود را از وسوسه‌ی تأثیرهای بیرونی برکنار نگه داریم و تسلیم پیش‌داوری‌ها و هیجان‌های آنی نشویم، بیشتر به صداقت علمی، و در نتیجه به حقیقت نزدیک شده‌ایم. ولی، با همه‌ی اهمیتی که این موضوع ـ محتوای اخلاقی جهان‌بینی علمی ـ دارد، ما نمی‌خواهیم در این جا، به بحث تفصیلی درباره‌ی آن بپردازیم. همین قدر یادآوری می‌کنیم که درس هندسه، اگر به درستی طرح و توجیه شده باشد، ضمن تربیت دانش‌آموزان در جهت کشف حقیقت، می‌تواند اثر جدی خود را بر پرورش جهان‌بینی علمی، و در نتیجه، بر تربیت اخلاقی آن‌ها بگذارد.

البته، اگر آموزش منحصر به هندسه باشد، تکامل تفکر منطقی و عناصری

از جهان‌بینی علمی که به دانش‌آموز داده می‌شود، از چارچوب تخصصی آن، خارج نمی‌شود. به همین جهت، معلم باید دانش‌آموزان را به‌طور دایم در برابر موضوع‌های عمومی‌تر و گسترده‌تری قرار دهد، اهمیت کلی استدلال منطقی را به آن‌ها بشناساند، و نشان دهد که دقت در اثبات و استدلال، نه تنها در درس هندسه، بلکه به‌طور کلی و در هر جایی که به دنبال کشف حقیقت هستیم، لازم است. ولی، برای این که به این هدف برسیم، نباید درس را، بیش از حد با ریاضیات اختصاصی، بار کرد. در چنین صورتی است که دانش‌آموزان می‌توانند بر آن چه که در واقع برای آن‌ها لازم است تسلط پیدا کنند و به اندازه‌ی توانایی خود، به نتیجه‌گیری‌های کلی آن چه که آموخته‌اند، بیندیشند.

جهان‌بینی را نمی‌شود یادگرفت. جهان‌بینی، نتیجه‌ای است از مجموعه‌ی تجربه‌های زندگی، فرهنگ و آموزش.

٤. دانایی و توانایی

حالا، بعد از آن که به بررسی مسأله‌های اصلی تدریس هندسه پرداختیم، به بحث درباره‌ی چنان دانش و مهارتی می‌پردازیم، که باید از طریق هندسه به دانش‌آموزان داده شود. از مهارت و توانایی آغاز می‌کنیم.

می‌توان بلافاصله متذکر شد که ایجاد مهارت در حل مسأله‌های هندسی و انجام استدلال‌ها، از راه ترکیب تصور هندسی با تفکر منطقی به‌دست می‌آید. این مهارت عبارت است از توانایی تصور عینی مسأله پیش خود، و قدرت تشخیص راه‌حل منطقی آن. در حالتی که مسأله به چیزهای حقیقی دنیای واقع مربوط می‌شود، در مرحله‌ی اول باید بتوانیم آن را به صورت یک مسأله‌ی ریاضی، به صورت یک مسأله‌ی هندسی، تصور

کنیم (البته، به شرطی که در طرح مسأله، این موضوع داده نشده باشد) و بعد، از تصور عینی و منطق، برای حل آن استفاده کنیم.

روش هندسی هم، چیزی نیست جز تصور زنده‌ای که بتوان نشانه‌هایی برای حل منطقی مسأله، در آن پیدا کرد.

همراه با روش خالص هندسی، جبر مقدماتی و برداری، تابع‌های مثلثاتی و آنالیز هم به کار برده می‌شود. در هندسه‌ی دبیرستانی، کاربرد جبر، اگر از بعضی مسأله‌های جداگانه بگذریم، به روش مختصاتی مربوط می‌شود. ولی، روش مختصاتی در فضا زا، به عنوان یک موضوع جداگانه، باید از برنامه‌ی دبیرستانی حذف کرد: وارد کردن آن به برنامه، بدون هیچ ضرورتی، بار آن را سنگین و درس هندسه را از مسیر و محتوی اصلی خود، دور می‌کند. روش مختصاتی به هندسه‌ی تحلیلی در فضا اختصاص دارد و باید برای دوره‌ی دانشکده باقی بماند؛ جای آن در برنامه‌ی دبیرستانی نیست. بهتر است که تنها مفهوم روشن و عینی مختصات فضایی مطرح شود؛ تأکید می‌کنیم، مفهوم عینی و نه شکلی فرمولی آن که بر اساس جبربرداری قرار گرفته است. بعضی از کاربردهای مختلف را هم می‌توان در مسأله‌ها داخل کرد. همین و بس.

بهتر است که به جنبه‌های عینی اهمیت بیشتری بدهیم تا از این راه به تکامل تصورهای عینی و تفکر منطقی و تحکیم و تعمیق آن‌ها، کمک کرده باشیم و نه به برآوردهای صوری.

درست به همین ترتیب، در هیچ حالتی، نباید بار دانش‌آموزان را به‌طور مصنوعی و با طرح مسأله‌های دشوار، سنگین کرد. و البته، این، مخصوص هندسه نیست. گاهی، مساله‌هایی که از جمله در امتحان آخر سال داده می‌شود، چنان ساختگی دور از ذهن و به هم پیچیده است که هرگز در

عمل و در خود آن دانش، به آن‌ها برخورد نمی‌کنیم.
حقیقت، همچون زیبایی طبیعی، ساده و بی‌پیرایه است و با هر چیز غیرطبیعی، ناسازگار. طرح موضوع‌های پیچیده و غیرطبیعی هم وقتی پیش می‌آید که بتوان اصل مطلب و ریشه‌های طبیعی آن را درک کرد. و در واقع، طرح مسأله‌های بغرنج و بی‌معنی، خیلی ساده‌تر از آن است که بتوانیم درک روشن و دقیق تصور عینی دانش‌آموز و قدرت فهم او را بالا ببریم (در مسأله‌هایی هم که در آخر سال به دانش‌آموزان داده می‌شود، باید به همین نکته‌ها توجه کرد و نه به دشواری آن‌ها). قدرت و اندازه‌ی تیزفهمی را تنها می‌توان در حل مسأله‌های عمیق و دشواری کشف کرد که به‌طور طبیعی و به صورت اصلی خود، طرح شده باشند.
جبربرداری، که در آن حاصل ضرب اسکالر مطرح می‌شود، مورد نیاز فیزیک است و نباید آن را جزو درس هندسه به حساب آورد. در آن جا هم، مبنای عینی ساده‌ای وجود دارد (همچون محاسبه‌ی «پاره‌خط‌های جهت‌دار») که به فراوانی در خود هندسه هم به کار می‌رود. تنها باید مراقب بود که به صورت واقعی و تا حد امکان بر مبنای عینی ساده‌ای ساخته شود و در ضمن، بستگی دقیق آن با فیزیک حفظ شود. و این وضع منطقی، زمانی پیش خواهد آمد که فیزیک، به خاطر نیازی که به بردارها دارد، به آن بپردازد؛ ریاضیات در درون خودش، نیازی به طرح آن ندارد.
تابع‌های مثلثاتی هم، که دستگاه آزموده و مطمئنی برای هندسه است، باید به صورت مسأله‌های ساده‌ی عینی، و همان‌طور که در عمل به وجود آمده است (از حل مثلث‌ها)، مطرح شود.
کاربرد آنالیز در محاسبه‌ی حجم‌ها را هم باید در خود آنالیز، و به عنوان نمونه‌ای از کاربرد آن، مطرح کرد. همان‌طور که برای محاسبه‌ی مساحت

ذوزنقه‌های منحنی‌الخط و غیر آن عمل می‌کنیم. در خود هندسه، تنها باید مفهوم مساحت، حجم، مساحت سطح‌های منحنی و همراه با آن‌ها، روش‌های هندسی پیدا کردن این مقدارها در ساده‌ترین شکل‌ها، طرح شود.

از شرح کوتاهی که دادیم، معلوم می‌شود که آن توانایی و مهارتی که باید دانش‌آموزان در درس هندسه به‌دست آورند، در قسمت عمده و قریب به اتفاق خود عبارت است از مهارت ترکیب تصور عینی با منطق.

توجه به همین ترکیب، تصور عینی با منطق است که باید به‌طور عمده مطالب لازم در درس هندسه را معین کند. ولی صاف و پوست‌کنده باید پذیرفت که از همه‌ی مطالبی که به نام هندسه به دانش‌آموز یاد می‌دهیم، تنها آن‌هایی در خاطر او باقی می‌ماند که یا در عمل مورد استفاده داشته باشد و یا ضمن ادامه‌ی تحصیل مورد نیاز درس‌های تخصصی دانشکده باشد؛ وگرنه، همه‌ی آگاهی‌های سطحی، در واقع به فراموشی سپرده می‌شوند. البته چه بسا که از جمله، فرمول محاسبه‌ی حجم کره هم، مثل بسیاری از فرمول‌های دیگر، فراموش شود، ولی چنین فرمول‌هایی را همیشه می‌توان در هر کتاب راهنما، پیدا کرد. مهم این است که نیروی تصور عینی تقویت شود و مفهوم‌ها و روش‌های کلی در خاطر بماند، والا بار کردن مطالبی را به حافظه، که می‌توان آن‌ها را در کتاب‌های درسی و راهنماها پیدا کرد، هیچ دردی را دوا نمی‌کند.

بهتر است که چندوجهی‌ها و کنج‌های سه‌وجهی را، به عنوان فصلی خاص، از برنامه حذف کرد و از موضوع آن‌ها، تنها در مسأله‌ها استفاده کرد. اگر به خود برنامه‌ی هندسه هم مراجعه کنیم، این قسمت از بقیه‌ی زمینه‌ها جدا افتاده و در واقع، نیازی به آن نیست. همچنین، همان‌طور که

گفتیم، روش مختصات فضایی را هم نباید به درس هندسه‌ی فضایی، و به عنوان فصلی از آن، اضافه کرد.

و سپس، برای تکامل تصور و گسترش چشم‌انداز دانش‌آموزان، بهتر است از بعضی چیزهای عینی و ملموس درباره‌ی جسم‌های محدب، چندوجهی‌ها، انتقال، تقارن و غیر آن، استفاده کرد. مطالعه‌ی تقارن‌های چندوجهی‌های منتظم، تمرین زیبایی برای پیشرفت تصورهای عینی است؛ در ضمن، مفهوم تقارن از نظر دانش امروز، اهمیت زیادی دارد، زیرا در نظریه‌های جدید فیزیک، نقشی اساسی به عهده دارد.

مفهوم‌هایی که از هندسه‌ی عینی ناشی می‌شوند، اهمیت بسیار زیادی در دانش امروز دارد و نباید گمان کرد که مفهوم‌های عینی، تنها مربوط به ریاضیات مقدماتی است و در ریاضیات عالی راهی ندارد. هندسه، مسیر خود را از ساده‌ترین و عینی‌ترین مفهوم‌ها، به سمت هندسه‌ی عالی می‌گشاید.

همان‌طور که درباره‌ی اثبات قضیه‌ها گفته شد، مواد درسی هندسه را باید به سه بخش تقسیم کرد: حداقلی که بایدیادگرفت، بعد بخش‌هایی که باید دانش‌آموز با آن‌ها آشنا شود و سرانجام، اضافه‌هایی که دانش‌آموز، در صورت داشتن علاقه، می‌تواند به آن‌ها بپردازد. برنامه و درس هندسه، باید طوری تنظیم شود که امکان انتخاب در آن وجود داشته باشد، و بسته به سطح کلاس و یا تمایل دانش‌آموزان بتوان نوع انتخاب را تغییر داد.

هدایت هندسه‌ی دبیرستانی، به سمت و ترتیبی که در این مقاله طرح شده است، کار ساده‌ای نیست، به‌خصوص به این مناسبت که وضع امروزی آن، با این سمت فاصله‌ی زیادی دارد. ولی باید توجه داشت که هیچ آموزشی را، جز در حالت‌های فرعی و غیرریشه‌ای، نمی‌توان به نحوی

کـودتایی، دگـرگون کـرد. تـجربه نشـان داده است کـه اثـر مـنفی چـنین دگرگونی‌های ناگهانی، می‌توانـد تـا سـال‌ها بـاقی بـماند. هـیچ کـودتایی ضرورت ندارد، باید بـه‌تدریج، نـقطه‌های مـثبت را تـقویت و نـقطه‌های ضعف را از بین برد. همین که بتوانیم مسأله‌ها را به طرفی بکشانیم که در عین حداکثر سادگی و روشنی، نیروی تصور و منطق را تقویت کنند، بـه اندازه‌ی کافی دشوار است.

دکارت و هندسه‌ی او

بیش از ۳۵۰ سال از چاپ کتاب مشهور «هندسه‌ی» دکارت می‌گذرد. انتشار این کتاب را می‌توان آغاز مرحله‌ی تازه‌ای از تکامل ریاضیات دانست. رنه دکارت، برای نخستین بار، طرح دقیق «مقدمات» هندسه‌ی تحلیلی را در این کتاب ریخت؛ و این، شاخه‌ای از ریاضیات است که، بدون آن، نمی‌توان تصوری در تکامل بعدی دانش داشت. دکارت، پایه‌های روش مختصاتی و اندیشه‌ی کلی کمیت متغیر را طرح کرد. کتاب دکارت را باید نخستین گام، در به وجود آمدن ریاضیات کمیت‌های متغیر دانست. انگلس درباره‌ی این حادثه می‌نویسد: «کمیت متغیر دکارت، نقطه عطفی در ریاضیات است. این اندیشه، حرکت و دیالکتیک را وارد ریاضیات کرد و، از همین جا، ضرورت حساب دیفرانسیلی و انتگرالی نمایان شد ...»

رنه دکارت (۱۵۹۶ ـ ۱۶۵۰)، یکی از مشهورترین دانشمندان فرانسوی است: او ریاضی‌دان، فیزیک‌دان و فیلسوف بود و به اخترشناسی، شیمی، پزشکی و حقوق هم علاقه داشت. کتاب بزرگ او، اول بار، در سال ۱۶۳۷ و به زبان فرانسوی منتشر شد. عنوان این کتاب چنین بود: «بحث در باره‌ی روش‌های درست راه بردن عقل و جست‌وجوی حقیقت در دانش، همراه

با ... هندسه به عنوان شیوه‌ای از این روش.» بخش اخیر این کتاب، شامل مبانی هندسه‌ی تحلیلی است. در سال ۱۶۴۹، کتاب «هندسه» به‌طور مستقل و به زبان لاتینی تجدید چاپ شد. خیلی زود، سه چاپ دیگر این کتاب هم منتشر شد، به نحوی که در نیمه‌ی دوم سده‌ی هفدهم، به صورت کتاب بالینی همه‌ی ریاضی‌دانان درآمد.

رنه دکارت، در یک خانواده‌ی اشرافی، و نه چندان غنی، متولد شد و طبق سنت خانواده‌های اشرافی، در مدرسه‌ای که زیر نظر راهبان یسوعی (ژزوئیت) اداره می‌شد، تعلیم دید. بعدها، درباره‌ی سال‌های تحصیل خود، در این مدرسه نوشت: «در آن جا، چیزهایی یاد گرفتم که به دیگران درس داده می‌شد. ولی به دانش‌هایی که برای ما تدریس می‌کردند، قناعت نکردم، بلکه از بین کتاب‌ها و رساله‌های علمی که در دسترسم بود، آن‌هایی را که جالب‌تر و نادرتر تشخیص می‌دادم، مطالعه کردم ...»

ولی، این تلاش پیگیر، در بسیاری موردها، دکارت را دلسرد می‌کرد و به‌تدریج، در باره‌ی درست و مستند بودن همه‌ی آن چه از معلمان خود یاد گرفته بود، دچار شک شد. تا آغاز سده‌ی هفدهم، شیوه‌ی آموزشی اسکولاستیک بر تمامی اروپای غربی، حاکمیتی بلامنازع داشت و به دانشجویان تلقین می‌کرد که به‌هیچ‌وجه، به شناخت طبیعت و قانون‌های حاکم بر آن، باور نداشته باشند. در فلسفه‌ی اسکولاستیک (که شامل همه‌ی دانش‌های آن زمان می‌شد)، تمامی تلاش در این جهت بود که راه‌هایی برای تحکیم باورهای سنتی پیدا شود و هر گونه تلاشی را، برای تغییر این باورها، محکوم می‌کرد. جمود فکری بر همه‌ی زمینه‌های آموزشی حاکم بود و تنها «آبای کلیسا» حق داشتند در باره‌ی چند و چون موضوع‌ها داوری کنند. و آن‌ها هم، همه‌ی قانون‌های طبیعت را، بر پایه‌ی

باورهای دیرین خود، تفسیر می‌کردند. آن‌ها معتقد بودند که فلسفه (یعنی مجموعه‌ی دانش‌ها) نمی‌تواند در رازهای طبیعت نفوذ کند و آن‌ها را بشناسد، تنها کاری که بشر می‌تواند انجام دهد، تحکیم باورهای قدیمی خود و استفاده از فلسفه، برای اثبات این باورهاست.

همین بی‌اعتقادی به عقل انسانی و به اخلاق والای انسانی بود که موجب پیدایش انواع جادوگری‌ها و، در سطح بالای خود، انواع «عرفان»ـ های نوع غربی خود شده بود. و به همین دلیل بود که بسیاری از دانشمندان، به راه‌های غیرعلمی «عرفان عددی»، «پیش‌گویی از روی ستارگان»، «کیمیاگری و کشف راز تبدیل مس به طلا» و غیر آن افتاده بودند.

دکارت، که ذهنی هوشمند و اندیشه‌ای پویا داشت، نمی‌توانست آموزش اسکولاستیکی و عارضه‌های ناشی از آن را بپذیرد، همه‌ی آن‌ها را برخلاف عقل می‌دانست و، به همین مناسبت، از آن‌ها سرباز زد.

دکارت، با به خاطر آوردن زمان پایان تحصیل خود، می‌نویسد: «همین که اجازه دادند تا از اطاعت مربیان خود خارج شوم، به‌طور قطع تصمیم گرفتم، آموزش دانش زمان را کنار بگذارم و در جست‌وجوی دانشی بروم که بتوانم، به کمک آن، خودم یا کتاب عظیم طبیعت را بشناسم.»

دکارت، بعد از پایان مدرسه، به مسافرت پرداخت، چند سالی را در خدمت‌های نظامی گذراند و در سال ۱۶۲۸ به هلند رفت و ۲۰ سال در همان جا ماند. رفتن دکارت به هلند، در همان سالی بود که «لاروشل»، آخرین پشتیبان پروتستان‌ها، در فرانسه سقوط کرد. کاردینال «ریشلیو» ـ که در آن سال‌ها فرمانروای مطلق فرانسه بود ـ همه‌ی جریان‌های مخالف خود را به سختی و با بی‌رحمی سرکوب کرد. ولی، به مدعیان فئودال خود، به آشوب‌های دهقانی و به معترضان مذهبی اکتفا نکرد و به جان

فیلسوفان آزاداندیش هم افتاد. هر جا هم که با نیروی نظامی کاری از دستش برنمی‌آمد، دست به دامان دسیسه و توطئه می‌شد ... در همین زمان، هلند یکی از آزادترین کشورهای اروپایی بود و همه‌ی پروتستان‌ها، کاتولیک‌های آزاداندیش و همه‌ی کسانی که در کشور خود تحت فشار و تعقیب قرار گرفته بودند، به آن جا مهاجرت می‌کردند.

دکارت، تنها و ناآشنا به هلند رفت و در آن جا، منزوی و دور از مردم زندگی می‌کرد، به نحوی که کسی او را نمی‌شناخت. هدف او این بود که در خلوت، به تفکر بنشیند. آزمایش‌های زیادی انجام داد، ابزارهای علمی ساخت و به کمک دوست ریاضی‌دانش، م. مرسن، با همه‌ی جریان‌های علمی اروپا در تماس بود. مرسن، که همیشه با دکارت رفت‌وآمد داشت، جای او را از دیگران پنهان می‌کرد تا آسیبی به دکارت نرسد، و خود رابطی بین دکارت و سایر دانشمندان زمان بود. به این ترتیب، با آگاهی‌هایی که مرسن می‌داد، دکارت در جریان بحث‌های دانشمندان وارد شد.

هر چه بیشتر دکارت را می‌شناختند و نوشته‌های او در مدارس و دانشگاه‌های هلند بیشتر منتشر می‌شد، موقعیت دانشمند سخت‌تر می‌شد. دیدگاه‌های دکارت، به ناچار او را رو در روی هواداران اسکولاستیک قرار داد. در سال ۱۶۴۹، در جست‌وجوی پناهگاه آرامی که برای کارهای علمی خود لازم داشت، به استکهلم رفت. در سوئد، سرما خورد و از ذات‌الریه درگذشت.

بعد از مرگ دکارت، نوشته‌های او از طرف کلیسای کاتولیک، ممنوع اعلام شد. با وجود این، اندیشه‌های او ـ در فلسفه، ریاضی و فیزیک، به سرعت و در سراسر اروپا پخش شد.

دکارت، طبیعت را همچون ساز و کار عظیمی می‌دید که همه‌ی بخش‌های آن کار می‌کنند و تابع قانون‌های مکانیک هستند؛ او، پدیده‌های طبیعت را، ناشی از حرکت‌های هندسی ذره‌های ماده می‌دانست. در سده‌ی هفدهم، اغلب؛ جهان هستی را با ساعت مقایسه می‌کردند. جهان‌بینی دکارت هم، نوعی خصلت مکانیکی داشت. او با تکیه بر قانون‌های مکانیک، روند گردش خون را شرح می‌داد و رفتار جانوران را، ضمن مقایسه‌ی آن‌ها با ماشین‌ها، روشن می‌کرد. او به‌خصوص، نخستین تصورها را درباره‌ی «بازتاب» به وجود آورد. بر اساس قانون‌های مکانیک، نه تنها می‌کوشید ساختمان کنونی جهان را بفهمد، بلکه می‌خواست پیدایش خورشید و سیاره‌ها را هم به کمک حرکت گردبادی ذره‌ها توضیح دهد.

اگر جهان، یک مکانیسم است. بنابراین، مهم‌ترین دانش‌ها مکانیک است که، البته، بدون ریاضیات نمی‌توان به آن پرداخت. دانش واقعی درباره‌ی طبیعت، باید بر پایه‌ی ریاضیات باشد، زیرا تنها در این صورت است که می‌توان به آن اعتماد کرد. این اندیشه که متعلق به گالیله در ابتدای سده‌ی هفدهم بود، دکارت را پیش برد. او در ۱۱ اکتبر سال ۱۶۳۸ به مرسن نوشت: «گالیله می‌کوشید تا موضوع‌های فیزیکی را به کمک استدلال‌های ریاضی بررسی کند ... من با او موافقم و تصور می‌کنم که هیچ وسیله‌ی دیگری، برای کشف حقیقت وجود ندارد.»

دکارت در جهت ساختن دانش واحدی کار می‌کرد که جبر و هندسه را به هم پیوند دهد. طرح «ریاضیات واحد»، متناظر با تصور او درباره‌ی جهان، به عنوان مکانیسم واحدی بود که با قانون‌های ریاضی اداره می‌شود.

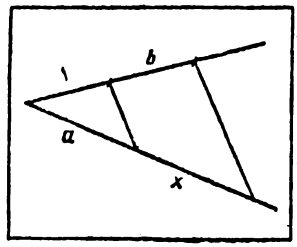
او، این طرح را، در کتاب «هندسه‌ی» خود، عملی کرد. کتاب شامل سه

بخش است. در بخش اول، با عنوان «درباره‌ی مسأله‌هایی که می‌توان آن‌ها را، تنها به کمک دایره‌ها و خط‌های راست حل کرد»، ساده‌ترین مفهوم‌های هندسه‌ی تحلیلی، مطرح شده است.

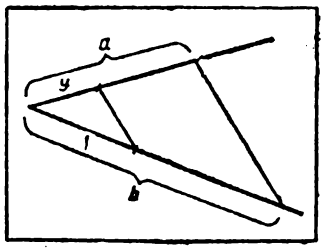
دکارت، قبل از هر چیز، به محاسبه‌ی پاره‌خط‌ها می‌پردازد. قبل از او، بنا بر سنتی که از یونان باستان به ارث رسیده بود، ریاضی‌دانان اصل «همگونی» را رعایت می‌کردند. طبق این اصل، سه نوع کمیت وجود داشت: پاره‌خط‌ها، مساحت‌ها و حجم‌ها. مجموع دو پاره‌خط به طول‌های α و b، پاره‌خطی به طول $\alpha+b$ به حساب می‌آمد، ولی حاصل ضرب این دو پاره‌خط، به عنوان مستطیلی تعبیر می‌شد که ضلع‌های آن برابر α و b باشند. طبیعی است که، به این ترتیب، مجموع یک پاره‌خط یا یک مربع یا یک مکعب بی‌معنا بود و، بنابراین، انجام عمل‌هایی روی پاره‌خط، از نوعی که ما امروز به صورت $\alpha+\alpha^2+\alpha^3$ می‌نویسیم، مجاز نبود. به این ترتیب، اصل همگونی، راه را برای بررسی چند جمله‌ای‌هایی که شامل جمله‌هایی با توان‌های مختلف بودند، می‌بست. به همین مناسبت، پیش از دکارت، این گونه چندجمله‌ای‌ها، مورد تحقیق قرار نگرفته بود.

دکارت، اصل همگونی را، به‌طور کامل کنار گذاشت و تفسیر تازه‌ای برای عمل‌های جمع و ضرب پاره‌خط‌ها آورد. او پاره‌خط دلخواهی را به عنوان واحد در نظر گرفت و به کمک آن، هر پاره‌خطی را اندازه گرفت، «این شیوه، رابطه‌ی تنگ‌تر و راحت‌تری با عددها دارد.» حاصل‌ضرب پاره‌خط‌های به طول‌های α، b را، پاره‌خط به طول x نامید، به نحوی که بتوان آن را، با برقراری برابری $\frac{\alpha}{1}=\frac{x}{b}$ ساخت (شکل ۱). و سپس، به سادگی، پاره‌خط y را، برابر α : b به‌دست آورد (شکل ۲). دکارت، به این ترتیب، حوزه‌ی پاره‌خط‌ها را، همسان حوزه‌ی عددهای حقیقی قرار داد.

و به این ترتیب، رابطه‌ای عمیق بین حساب و هندسه برقرار کرد.
دکارت، گام اساسی دیگری هم برداشت: نشانه‌های ساده‌ی جبری را وارد در هندسه کرد. او تأکید کرد که برای عمل با پاره‌خط‌ها «لزومی ندارد این خط‌ها را روی کاغذ رسم کنیم، بلکه کافی است آن‌ها را با حرف‌ها نشان دهیم.»



شکل ۱



شکل ۲

او کمیت‌های معلوم را با حرف‌های a، b، c، ... و کمیت‌های مجهول را با حروف‌های x، y، z نشان داد. و به این ترتیب، هندسه، با جبر هم، بستگی پیدا کرد.
دکارت، نوآوری‌های دیگری هم دارد. او (همراه با پیر فرما) محور عددی را، برای مشخص کردن هر پاره‌خطی با هر طول دلخواه، در نظر گرفت (طول‌های منفی را، بعدها، والیس در روی محور عددی وارد کرد. محور دوم مختصات هم به برکت کارهای نیوتن وارد ریاضی شد).
دکارت، با در نظر گرفتن معادله‌ی دومجهولی $f(x, y) = 0$، ثابت کرد که، با تغییر مقدار x، می‌توان مقدارهای متناظر y را پیدا کرد و نقطه‌هایی از صفحه را به‌دست آورد. مجموعه‌ی این نقطه‌ها، یک منحنی به‌وجود

می‌آورند. به جز این، ثابت کرد که هر معادله‌ی جبری $f(x, y) = 0$، متناظر با منحنی مشخصی در صفحه است که، مختصات نقطه‌های واقع بر آن، در این معادله صدق می‌کنند. به این ترتیب، دکارت توانست روش تازه‌ای برای شکل‌های هندسی به کمک معادله‌های جبری پیدا کند.

دکارت، برای روشن کردن روش خود، در بخش اول کتاب «هندسه»، مسأله‌هایی از هندسه را بررسی کرد که می‌توان آن‌ها را به کمک پرگار و خط‌کش حل کرد و یادآوری می‌کند که همه‌ی این مسأله‌ها، منجر به بررسی معادله‌های درجه‌ی دوم می‌شوند.

دکارت، در بخش دوم «هندسه»، با عنوان «در باره‌ی طبیعت خط‌های منحنی»، به این پرسش پاسخ می‌دهد که، هندسه، چه منحنی‌هایی را باید بررسی کند. او معتقد است که باید منحنی‌هایی را بررسی کرد که «با حرکتی پیوسته و یا چند حرکت از این نوع قابل توضیح باشند، به شرطی که اگر با چند حرکت سروکار داریم، هر حرکت به حرکت قبلی متصل باشد.» به اعتقاد دکارت، هر منحنی از این گونه، متناظر با یک معادله‌ی جبری است، و همه‌ی این منحنی‌ها را می‌توان با یک مکانیسم لولایی شرح داد. بنابراین، هر منحنی جبری از هر درجه‌ای را در هندسه مجاز می‌داند و منحنی‌های غیرجبری را از آن‌ها کنار می‌گذارد. به جز این، او یکی از قضیه‌های مهم سینماتیک را مطرح ساخت که تنها در سال ۱۸۷۶، به‌وسیله‌ی آ. کمپه، ثابت شد. این قضیه چنین است: به کمک مکانیسم‌های مسطح لولایی، که در آن‌ها، حرکت حلقه‌های اول صفحه، حرکت بقیه را معین می‌کند، می‌توان مسیر هر منحنی جبری را رسم کرد، در حالی که هیچ یک از منحنی‌های غیرجبری را نمی‌توان به کمک آن، رسم کرد.

دکارت با کنار گذاشتن منحنی‌های غیرجبری، قبول کرد که، در زمان او، راهی کلی برای مطالعه‌ی آن‌ها وجود ندارد، ولی در انتهای سده‌ی هفدهم، ریاضیات گام بزرگی به جلو برداشته بود. آنالیز ریاضی پدیدار شده بود که هر تابع دلخواهی را، جبری یا غیرجبری، بررسی می‌کرد. وسیله‌ی بررسی این تابع‌ها، رشته‌های نامتناهی توانی بود.

نقش دکارت، در پیشرفت آنالیز ریاضی هم زیاد است، زیرا روش جبری را برای جست‌وجوی مماس‌ها و قائم‌های بر منحنی در اختیار ریاضی‌دانان گذاشته بود. او این مسأله را در اپتیک، ضمن بررسی شکل عدسی و انعکاس و شکست نور، حل کرد.

بخش سوم «هندسه»، به نظریه‌ی کلی معادله‌های جبری اختصاص دارد. آن چه در این بخش طرح شده است، نتیجه‌ای است از موفقیت‌هایی که در سده‌ی قبل به وسیله‌ی ر. بومبه‌لی (با وارد کردن عددهای مختلط) و ف. ویت (با بررسی معادله‌ها به کمک حرف) به‌دست آمده بود.

دکارت پیشنهاد کرد، معادله را به صورت $f(x) = 0$ بنویسند، یعنی سمت راست معادله برابر صفر باشد. تنظیم این قضیه از اوست: هر معادله‌ی درجه‌ی n با ضریب‌های حقیقی، همیشه دارای n ریشه است؛ مثبت (راست)، منفی (دروغ) یا مختلط (خیالی). این قضیه، که قضیه‌ی اصلی جبر نام دارد، برای نخستین بار به وسیله‌ی آلبرت ژیرار (پروتستان فرانسوی که از ترس تعقیب از فرانسه به هلند فرار کرده بود) در سال ۱۶۲۹ مطرح شد. ولی معلوم نیست که دکارت از کارهای او اطلاع داشته است یا نه! دکارت استدلال می‌کند، که اگر α یکی از ریشه‌های معادله‌ی درجه‌ی n، $f(x)=0$، باشد، با تقسیم $f(x)$ بر دو جمله‌ای $x - a$ می‌توان درجه‌ی معادله را یک واحد پایین آورد؛ و اگر چنین تقسیمی ممکن

نباشد، به معنای آن است که α، ریشه‌ی معادله نیست.
موفقیت‌های دیگری را هم می‌توان، در زمینه‌ی جبر، در کتاب «هندسه‌ی» دکارت پیدا کرد. ولی اهمیت این کتاب، در این است که، با ایجاد بستگی بین هندسه و جبر، راه تازه‌ای را برای تکامل ریاضیات گشود. روش مختصاتی، که در این کتاب مطرح شده است، امکان می‌دهد تا مسأله‌های هندسی را به کمک رابطه‌ها و معادله‌های جبری حل کنیم.
پیر فرما، ریاضی‌دان مشهور فرانسوی هم، در پایه‌گذاری هندسه‌ی تحلیلی نقش داشته است. فرما هم، با روش مختصاتی، خط‌های راست و منحنی‌های درجه‌ی دوم را بررسی کرد. ولی کار فرما، با همه‌ی دقت و نظمی که داشت، نتوانست به اندازه‌ی کتاب دکارت، تأثیر انقلابی داشته باشد. فرما اندیشه‌ی تازه‌ای را مطرح کرد، ولی نتوانست خود را از قید سنت‌های هندسه‌ی یونانی آزاد کند و در کار خود، همچنان، به اصل همگونی پای‌بند ماند.
دکارت و فرما، به این نکته هم توجه کرده بودند که معادله‌ی سه مجهولی، نماینده‌ی یک سطح در فضاست، ولی بررسی هندسه‌ی تحلیلی در فضا، به‌طور جدی، در سده‌ی هجدهم و به‌وسیله‌ی آ. کلرو انجام گرفت. دنباله‌ی کار را در باره‌ی هندسه‌ی تحلیلی در صفحه و در فضای سه بعدی، لئونارد اولر در سال ۱۷۴۸ و در کتاب خود «مقدمه‌ای بر آنالیز بی‌نهایت‌ها» گرفت.
در سده‌ی نوزدهم، با طرح فضاهای چند بعدی، هندسه توانست گام تازه‌ای به جلو بردارد. اندیشه‌ی طرح فضاهای چندبعدی، کم و بیش شبیه اندیشه‌ی دکارت در «هندسه» به وجود آمد. نقطه‌ای که در صفحه واقع باشد، با زوج عدد (x ،y) مشخص می‌شود. در فضای سه بعدی، نقطه را با

سه عدد (x, y, z) نشان می‌دهند. در نظریه‌ی تازه، نقطه‌ی فضای چهاربعدی به صورت عدد چهارگانه‌ی (x, y, z, t) است. دکارت، معادله‌ی $x^2+y^2=r^2$ را معادله‌ی محیط دایره در صفحه و معادله‌ی $x^2+y^2+z^2=r^2$، را معادله‌ی سطح کره در فضا می‌دانست؛ در نظریه‌ی جدید، معادله‌ی $x^2+y^2+z^2+t^2=r^2$ عبارت است از معادله‌ی سطح کره، در فضای چهاربعدی. به همین ترتیب، در یک فضای n بعدی، معادله‌ی صفحه و سطح، فاصله‌ی بین دو نقطه و زاویه‌ی بین خط‌های راست و غیره مورد مطالعه قرار می‌گیرد.

فضاهای n بعدی، در پایان سده‌ی نوزدهم، به‌طور کامل وارد ریاضیات شده بود، و در ابتدای سده‌ی بیستم، با پیدایش نظریه‌ی نسبیت (که زمان را به عنوان بعد چهارم به سه بعد فضا، اضافه کرده بود) کاربرد عملی پیدا کرد. به این ترتیب، اندیشه‌ی دکارت در «هندسه»، که به همت دانشمندان نسل‌های بعد از دکارت تکامل یافت، پایه و تکیه‌گاهی برای دانش‌های جدید است.

ترجمه از منابع روسی

می‌بینیم یا به نظرمان می‌رسد

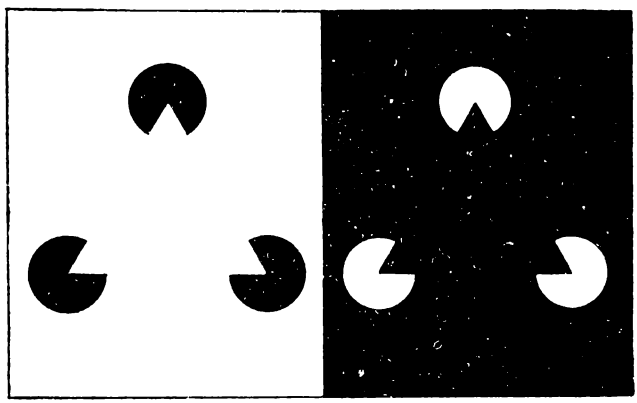
هر چیز موجود در جهان، به خط‌های راست و یا منحنی‌ها محدود شده است. این وضع به قدری برای ما عادی است که هر وقت می‌خواهیم چیزی را مجسم کنیم ــ هر چه که باشد ــ بی‌اختیار از دوره‌ی آن آغاز می‌کنیم و بعد به فکر رسم بخش‌های درونی آن می‌افتیم. بدون شک، همین رسم دوره‌ی یک چیز به کمک چند خط، یکی از موفقیت‌های بزرگ نقاشان ابتدایی بوده است. آن‌ها تصویرهای عجیبی بر صخره‌ها از خود به یادگار گذاشته‌اند که در آن‌ها با خط‌های نازک روشن، ولی کم و کوتاه، هم ویژگی‌های جانوران و انسان‌ها، و هم حرکت‌های پیچیده‌ی صحنه‌های شکار و زندگی را مجسم کرده‌اند.

اگر بخواهیم از زبان فیزیولوژی بینایی صحبت کنیم، می‌توان گفت که دوره را در حالتی می‌بینیم که در آن جهشی به روشنایی یا رنگ وجود داشته باشد. این غیرقابل انکار و حتا پیش پاافتاده به‌نظر می‌رسد. با وجود این، اگر بخواهیم خط را به عنوان مجموعه‌ای از نقطه‌ها در نظر بگیریم، این پرسش وجود دارد که خط، چگونه از زمینه‌ای که آن را احاطه کرده است، تمیز داده می‌شود؟ دوره، در واقع یک قرارداد است. ولی به شکل ۱ نگاه کنید. در سمت چپ به روشنی مثلثی دیده می‌شود که سفیدتر از

زمینه به‌نظر می‌رسد، در سمت راست هم همان مثلث دیده می‌شود، ولی در این جا مثلث سیاهی است که از زمینه‌ی خود برجسته‌تر به‌نظر می‌رسد.

با وجود این، باید با دقت نگاه کنیم تا روشن شود که در واقع، هیچ قراردادی درباره‌ی روشن‌تر بودن دوره، وجود ندارد، ما به صورتی آشکار، هر دو مثلث را می‌بینیم در حالی که خط‌های راستی، به عنوان ضلع‌های این مثلث‌ها، وجود ندارد.

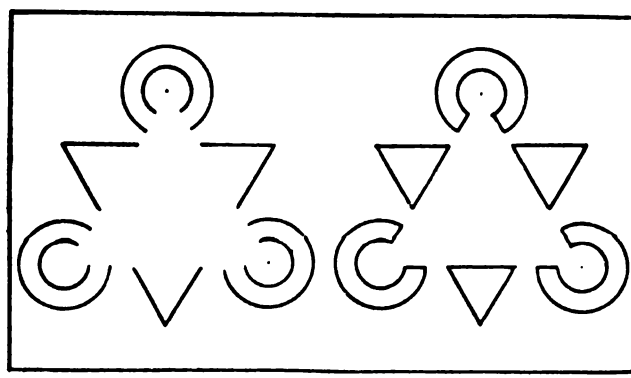
کسانی که در زمینه‌ی فیزیولوژی بینایی کار می‌کنند، و توجه زیادی به این گونه «خط‌های بی‌وجود» دارند، نام «دوره‌های ذهنی» را به آن‌ها داده‌اند. در واقع، وجود یا عدم وجود ضلع‌های مثلث در شکل ۱، بستگی به همین



شکل ۱

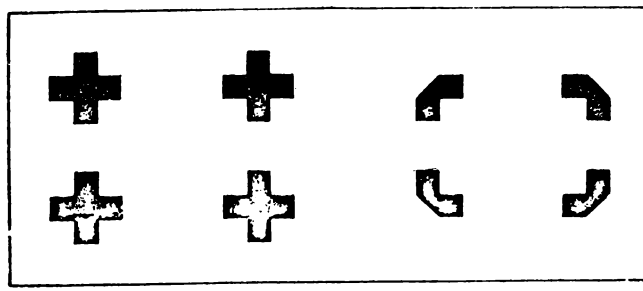
درک ذهنی ما دارد. نگاه خود را روی یکی از این خط‌ها ثابت کنید، برای چند لحظه این خط از میان می‌رود و ناپدید می‌شود؛ ولی توجه خود را روی تمامی مثلث به‌طور کامل متمرکز کنید، دوباره مثلث شما واقعیت پیدا می‌کند و ظاهر می‌شود.

توانسته‌اند بعضی از ویژگی‌های این پدیده‌ی غیرعادی را مشخص کنند و فرضیه‌هایی به منظور روشن کردن آن بسازند. یکی از این فرضیه‌ها حاکی است که دستگاه بینایی ما، خودش به‌طور دایم فرضیه طرح می‌ریزد. یک نمونه‌ی ساده. سه نقطه‌ی واقع بر یک صفحه‌ی کاغذ، که به یک فاصله از یکدیگر باشند (و البته روی یک خط راست نباشند)، به وسیله‌ی مغز، یک مثلث را درست می‌کنند، یعنی خط‌های راستی که این نقطه‌ها را به هم وصل می‌کنند، در ذهن ما ظاهر می‌شود. این خط‌های راست خیلی جان سخت‌اند ــ حتا اگر این سه نقطه روی محیط یک دایره و در واقع، به‌وسیله‌ی خط‌های منحنی به هم وصل شده باشند، باز هم چشم، با پیروی از فرضیه‌سازی درونی خودش در ساختن طرح‌های واقعی، سرسختانه همان مثلث و ضلع‌های مستقیم آن را می‌بیند. «خط‌های بی‌وجود»، تنها حالت بغرنج‌تری از این عمل فرضیه‌سازی بینایی است. برای استدلال می‌توان به شکل ۲ مراجعه کرد. شکلی که «با دوره‌های باز» باشد، یعنی به‌نظر برسد که رسم آن ناتمام مانده است، تمایل به‌پایان رساندن رسم شکل را در ما به‌وجود می‌آورد، و بنابراین، در شکل سمت



شکل ۲

چپ، مثلث سفید را، که با سه خط «بی‌وجود» تشکیل شده است، می‌بینیم. در شکل سمت راست، همه‌ی دوره‌ها به‌طور کامل رسم شده است و دلیلی ندارد که مغز به دنبال کامل کردن آن برود.

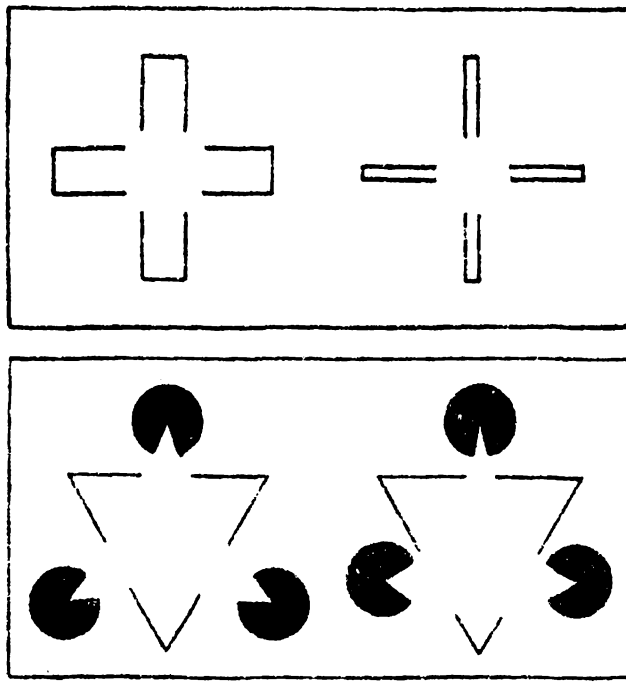


شکل ۳

«فرضیه‌ی کمال‌خواهی»، در شکل ۳ هم تأیید می‌شود. صلیب‌های سیاه سمت چپ شکل‌هایی تمام شده‌اند و بنابراین «مستطیل بی‌وجود» را نمی‌بینیم. شکل سمت راست، تنها تفاوتی که با شکل سمت چپ دارد در این است که در این جا صلیب‌ها کامل نشده‌اند و بنابراین نوعی نیاز «کامل کردن» پیدا می‌شود و چشم، بی‌اختیار این مستطیل را رسم می‌کند.

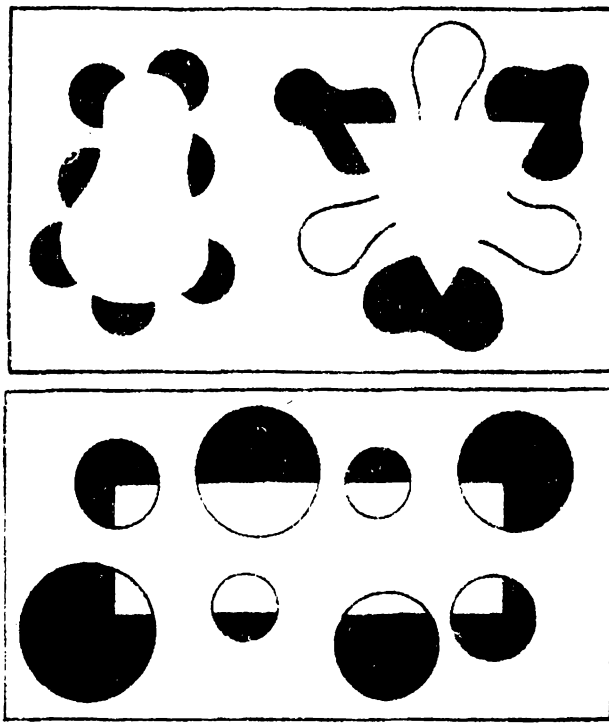
دوره‌های ذهنی ممکن است تنها از خط‌های راست تشکیل نشده‌باشند، پائولو سامبین، فیزیولوژیست ایتالیایی در آزمایشگاه دانشگاه پادوا، نگاه کردن به‌شکل ۴ را به آزمایش‌دهندگان پیشنهاد می‌کند. صلیب ناتمام سمت چپ «مربعی بی‌وجود» را زنده می‌کند، در حالی‌که بسیاری از افراد مورد آزمایش، در شکل سمت راست، یک‌دایره می‌بینند. به‌طورکلی، هیچ اجباری نیست که در خط‌های دوره‌ی ذهنی، مستقیم باشند، همان‌طورکه برای «پدید آمدن» خط‌های مستقیم هم، وجود شکل‌های منتظم هندسی، ضرورت ندارد، درستی این‌حکم را می‌توانید در شکل‌های ۵ و ۶ ببینید.

چه چیزهای دیگری درباره‌ی «خط‌های بی‌وجود» معلوم شده است؟



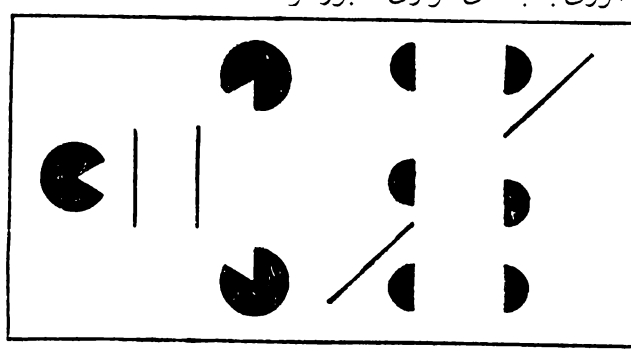
شکل ۴ و ۵

های تانوکانیزسا ـ پژوهشگر امریکایی، بعضی از این ویژگی‌ها را نام می‌برد. منطقه‌ای که دوره‌ی ذهنی را نشان می‌دهد، روشن‌تر از زمینه به‌نظر می‌رسد، در ضمن این تأثیر به وجود می‌آید که شکل مبهمی روی تصویر گذاشته شده است (شکل ۷). این شکل‌هایی که در واقع وجود ندارد، بیش از آن چه حقیقت داشته باشند، حاکی از یک واقعیت هستند: در این جا هم، همان توهمی به وجود می‌آید که برای نمونه، بین سطح‌ها و خط‌های مختلف پیدا می‌شود. در شکل ۸ خط راست قائم سمت چپ بزرگتر از خط سمت راست به‌نظر می‌رسد، زیرا مثلث تصوری که این خط‌ها در زمینه‌ی آن دیده می‌شوند، چنین خیالی را به ما تلقین می‌کنند.



شکل ۶ و ۷

روی شکل سمت راست شکل ۸، گمان دیگری به وجود می‌آید: دو پاره‌خط جدا از هم، به صورت یک پاره‌خطی دیده می‌شود که از زیر نوار تصوری با لبه‌های موازی، عبور کرده است.



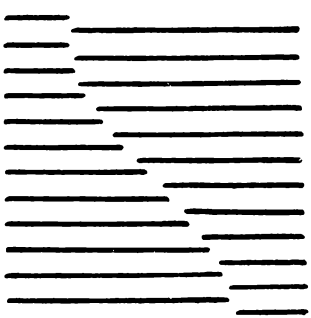
شکل ۸

به‌جز «نظریه‌ی کمال‌خواهی»، نظریه‌ی دیگری هم وجود دارد که بنابرآن، «خط‌های بی‌وجود» به این مناسبت پیدا می‌شوند که دستگاه بینایی، که دارای سلول‌هایی است که می‌توانند دوره را «بخوانند»، به‌وسیله‌ی پاره‌خط‌های راست کوتاه به اشتباه می‌افتد و علامت‌هایی به مغز می‌فرستد و در آن جا طوری تفسیر می‌شود که گویا این خط‌های کوتاه ادامه یافته‌اند و به هم وصل شده‌اند. ولی این فرضیه نمی‌تواند توضیح دهد که چرا دوره‌ی ذهنی در شکل ۹ به وجود می‌آید، زیرا در این جا، «خط تصوری بی‌وجود» را نمی‌توان ادامه‌ی پاره‌خط‌های راست موجود دانست. سنتلی کورن از ایالات متحده‌ی امریکا، معتقد است که ساز و کار تشکیل دوره‌های ذهنی را باید شبیه ساز و کار مغز در زمانی دانست که سه‌بعدی بودن شکل‌های فضایی را از روی تصویر مسطحه‌ی آن‌ها درک می‌کند. اگر بخش‌های چنین شکلی را به‌طور جداگانه مورد توجه قرار دهیم، هیچ تجسمی به وجود نمی‌آید، ولی اگر مجموعه‌ی آن را به‌طور یک پارچه در نظر بگیریم، شکل فضایی ظاهر می‌شود. قسمت چپ شکل ۸، ویژگی دیگری از دوره‌های ذهنی را هم نشان می‌دهد: پایداری این دوره‌ی ذهنی، به‌وسیله‌ی شکل موجود، خراب نمی‌شود. دو پاره‌خط راست، که به‌طور مستقیم روی مثلث سفید «بی‌وجود» گذاشته شده است، به‌هیچوجه به «دیدن» این مثلث لطمه نمی‌زند.

به‌ظاهر پدیده‌ی دوره‌های ذهنی از خیلی قدیم، برای نقاشان روشن بوده است. برای نمونه، گلدانی که در سده‌ی هیجدهم در کره‌ای از چینی سفید ساخته شده است، در این باره مشهور است. روی این گلدان منظره‌ای از یک شب ماهتابی نشان داده شده است. ماه به کمک دوره‌ی خاصی که آن را رسم کرده است، روشن‌تر از قطعه آسمان زیر آن به‌نظر

می‌رسد. در ضمن، وقتی که روشنایی واقعی را به کمک نورسنج اندازه بگیریم، معلوم می‌شود که ماه، در واقع، $\frac{1}{3}$ بار تاریک‌تر از آسمان است. کارهای فیزیولوژیست شوروی ــ و. د. گله‌زر ــ نشان می‌دهد که آگاهی‌های مربوط به‌بینایی، با استفاده از بعضی اصول هولوگرافی،[1] به‌مغز منتقل می‌شود. می‌دانیم حتا قطعه‌ای از هولوگرام، اجازه می‌دهد که تمامی طرحی را که در آن تثبیت شده است، درک کنیم. آیا علت ظهور دوره‌های ذهنی را نباید در همین جا جست‌وجو کرد و آیا به همین دلیل نیست که این دوره‌ها به سادگی و با اشاره‌ی کوچکی، به‌وسیله‌ی مغز تا آخر ساخته می‌شوند؟ پژوهشگران توانسته‌اند استدلال‌های آزمایشی قانع‌کننده‌ای به نفع این نظریه پیدا کنند.

ولتر می‌گفت: «تخیل، نخستین دل خوشی و سرگرمی است.» در حالتی‌که مورد بحث ماست، تخیل ــ و یا بهتر بگوییم، توهم ــ موضوعی است برای مطالعه‌ی ساز و کار بینایی و کار چشم، مطالعه‌ای که ما را به دوردست‌ترین نقطه‌های مغز ــ یکی از پیچیده‌ترین و اسرارآمیزترین و در عین حال کامل‌ترین اندام‌ها ــ می‌کشاند.



شکل ۹

۱ـ از حرف یونانی holos، یعنی همه، کامل و ... گراف. هولوگرافی را می‌توان «همه‌نگاری» یا «تمام‌نگاری» ترجمه کرد.

انقلاب علمی-صنعتی
و
مساله‌های مربوط به پیشرفت موازین اخلاقی

ف. و. کنستانتیوف

بستگی بین انقلاب علمی ـ فنی و تکامل اخلاقی انسان، خصلت متناقض این بستگی، و نیز راه و روش حل این تناقض، یکی از مهم‌ترین مسأله‌های فلسفی و اجتماعی دوران ما را تشکیل می‌دهد.

در این باره، سه دیدگاه مختلف در برابر یکدیگر قرار گرفته‌اند: اول، دیدگاه بدبینانه‌ای که نسبت به انقلاب علمی و فنی، و اثری که بر موازین اخلاقی، سرنوشت آدمی و به‌طورکلی، بر انسانیت می‌گذارد، با نگرانی و تشویش و از جهت منفی نگاه می‌کند. دوم، دیدگاهی که درست در نقطه‌ی مقابل دیدگاه اول قرار دارد و در طرح جامعه‌ی «صنعتی» و «فوق صنعتی» منعکس شده است و مبتکران آن راه‌حل تمامی دشواری‌های اجتماعی، معنوی و اخلاقی دوران کنونی را در انقلاب علمی و فنی می‌بینند. و سرانجام، دیدگاهی که نه تنها تضاد موجود بین پیشرفت علمی ـ فنی را با اوضاع و احوال اخلاقی در کشورهای سرمایه‌داری تأیید می‌کند، بلکه راه و وسیله‌ی برطرف کردن این تضاد را هم، نشان می‌دهد. برای نخستین‌بار، ژان ژاک روسو، روشنگر مشهور فرانسوی، در رساله‌ی مشهور خود به‌نام «گفت‌وگویی درباره‌ی دانش و هنر»، از موضع رمانتیسم، بر تأثیر منفی دانش و هنر بر موازین اخلاقی جامعه، تأکید

می‌کند.

این دیدگاه، با توجه به هواداران بسیار پیشرفت اجتماعی در آن زمان، عجیب و غریب به‌نظر می‌آمد. ولی این دیدگاه، همان‌طور که حاکی از یک جانبه بودن و نادرستی عقیده‌ی روسو، است، در عین حال باریک‌بینی و زیرکی فلسفی این اندیشمند بزرگ فرانسوی را هم نشان می‌دهد، زیرا او عواقب منفی پیشرفت علم و صنعت را هم می‌دید: مال‌پرستی، میل زیاد به سود، حاکمیت سرمایه و رشد روزافزون نابرابری‌ها. نخستین کسی که دلیل‌های اصلی تضاد بین تکامل علم و صنعت را با پیشرفت موازین اخلاقی، در جامعه‌ی سرمایه‌داری، با تحلیل علمی روشن کرد، کارل مارکس بود. او حتا پیش از آن که اثر اصلی خود ــ «سرمایه» ــ را چاپ کند، در سال ۱۸۵۶، در سخن‌رانی خود به مناسبت سالگرد روزنامه‌ی انگلیسی «The People´s Paper»، گفت‌وگو از شرایطی می‌کند که در دنیای سرمایه‌داری به وجود می‌آید. او یادآوری می کند: «از یک طرف، چنان نیروهایی از علم و صنعت جان می‌گیرد که در هیچ کدام از دوره‌های پیشین تاریخ انسانی، حتا تصوری هم در باره‌ی آن نمی‌شد داشت. از طرف دیگر، نشانه‌های سقوطی به چشم می‌خورد که خیلی پرهراس‌تر از آن چیزی است که در تاریخ دوران‌های اخیر امپراتوری روم دیده می‌شود. به ظاهر در دوران ما، همه چیز آبستن تضاد درونی خود است. می‌بینیم که ماشین‌هایی که با نیروی بی‌اندازه‌ی خود، زحمت آدمی را کم‌تر و ثمربخش‌تر کرده‌اند، گرسنگی و درماندگی هم برای او به ارمغان آورده‌اند ... مثل این است که پیروزی‌های صنعتی، باید همراه با سقوط ارزش‌های اخلاقی باشد. گویا به همان اندازه که انسان، طبیعت را منقاد خود می‌سازد، خود به صورت برده‌ای از دیگر آدم‌ها و یا برده‌ی فرومایگی

خودش درمی‌آید. به‌نظر می‌رسد که حتا از نور پاک و معصوم دانش هم، کار دیگری، جز برطرف کردن زمینه‌ی ظلمانی بیسوادی، ساخته نیست. تمامی کشف‌های ما و همه‌ی پیشرفتی که داریم به ظاهر به این جا منجر می‌شود که نیروهای مادی در خدمت زندگی معنوی قرار گیرد، ولی زندگی آدمی، با محروم شدن از جنبه‌های معنوی خود، تا مرحله‌ی توانایی ساده‌ی مادی، سقوط می‌کند. این تناقض بین صنعت و دانش معاصر از یک طرف، و فقر و انحطاط امروزی از طرف دیگر، این تناقضی که میان نیروهای تولیدی و روابط اجتماعی دوران ما وجود دارد، حقیقتی است محسوس، ناگزیر و انکارناپذیر.»[۱]

این سخنان، با همه‌ی معنای عمیق فلسفی خود، بیش از صد و پنجاه سال پیش گفته شده است. و پیشرفت بعدی جامعه‌ی سرمایه‌داری، دلیل‌های بی‌شماری بر درستی و حقانیت نتیجه‌گیری‌های مارکس ارائه داده است و باز هم ارائه می‌دهد. آن چه که مارکس در سده‌ی نوزدهم می‌دید، به‌نظر بسیاری، چه در آن زمان و چه بعد از آن، جز یک بازی دیالکتیکی عقل، و اندیشه و دیدگاه‌هایی که از حقیقت واقع دور است، چیز دیگری به‌نظر نمی‌آمد.

ولی امروز، یعنی در سده‌ی عظیم‌ترین انقلاب علمی و صنعتی، همه‌ی آن‌هایی هم که از سوسیالیسم و سیاست به دورند، درباره‌ی ناسازگاری بین موفقیت‌های بزرگ تولید مادی، و موفقیت‌هایی که در زمینه‌ی عقل انسانی به‌دست آمده است از یک طرف، و فقر و انحطاط و نابرابری از

۱ـ کارل مارکس و فردریک انگلس، مجموعه‌ی آثار به زبان روسی، جلد ۱۲، ص ۳ و ۴.

طرف دیگر، چیز می‌نویسند و وجود آن را با صدای بلند به جهانیان اعلام می‌دارند. این نگرانی روزافزون را، نه تنها در فیلسوفان، بلکه در دانشمندان دانش‌های تجربی و همه‌ی کسانی که صمیمانه به سرنوشت ملت‌ها و به سرنوشت انسانیت می‌اندیشند، می‌توان دید. آندره فرانسوا پونسه، عضو فرهنگستان فرانسه، با نگرانی از تغییر اخلاق آدمی، می‌نویسد که تمدن به زوال نزدیک می‌شود و بربریت پیش می‌رود ... وجود بهترین ماشین و یا فرود آدمی در کره‌ی ماه چه ارزشی می‌تواند داشته باشد، وقتی که معجزه‌ی تکنیک با سقوط اخلاقی انسان همراه باشد؟

وقتی درباره‌ی تأثیر انقلاب علمی و صنعتی در تمامی جنبه‌های زندگی جامعه صحبت می‌کنیم، نباید شکل اجتماعی این انقلاب را فراموش کنیم. به‌ویژه، شکل متناقض اجتماعی، در انقلاب علمی و صنعتی معاصر، اثرهای منفی باقی می‌گذارد. روال‌های متفاوت اجتماعی، عمل انقلاب علمی و صنعتی را در جهت‌های متناقضی هدایت می‌کنند. سرانجام، در برابر تاریخ دوراهه‌ای وجود دارد که هر چه آهنگ انقلاب علمی و صنعتی شتاب بیشتری بگیرد، ضرورت تصمیم گرفتن درباره‌ی آن روشن‌تر می‌شود. به این ترتیب، پیشرفت علمی ـ فنی، همان مسأله‌های کهنه‌ی اجتماعی را ـ که هرگز تازگی خود را از دست نداده‌اند ـ به صورت بنیانی مطرح می‌کند. و از این دیدگاه به‌خصوص، ضرورت بررسی موضوع مربوط به رابطه‌ی متقابل آگاهی اخلاقی با انقلاب علمی و صنعتی، احساس می‌شود.

در روزگار ما، همه‌ی اندیشمندان از خود می‌پرسند: این انقلاب علمی و صنعتی، انسان را به کجا می‌برد؟ آیا به بهبود و تکامل موازین اخلاقی

کمک می‌کند، یا آدمی را به فساد و تباهی می‌کشاند؟ آیا می‌توان جلو اثرهای منفی آن را گرفت و یا دست‌کم این اثر را محدود کرد و در مرز قابل قبولی نگه داشت؟

در دوران ما، انسان توانسته است به موفقیت‌های عظیمی در زمینه‌ی دانش و فن دست یابد و نیروهای پرتوان طبیعت را در خدمت خود بگیرد. ولی در بسیاری از نقطه‌های جهان، این کامیابی‌های نبوغ انسانی، به صورت سلاحی درآمده است که علیه خود انسان به‌کار می‌رود. نسل ما، در جریان زندگی خود، به دو جنگ جهانی کشانده شده است، وحشت هیتلریسم و بمباران اتمی هیروشیما را تحمل کرده است، شرارت‌های هولناک فاشیسم را، که ابتدایی‌ترین معیارهای اخلاقی را لگدمال کرد، به چشم خود دیده است، و همه‌ی این‌ها اخطاری پرهراس و جدی به بشریت است.

بعد از جنگ جهانی دوم، بسیاری از جنگ‌های به اصطلاح محلی درگرفت که به‌خصوص جنگ تجاوزکارانه و امپریالیستی ویتنام، توانست احساس اخلاقی و وجدان ملت‌ها، و از آن جمله بخش مهمی از ملت امریکا، را برانگیزاند.

چگونه می‌توان این تناقض‌های زشت را توجیه کرد که از یک طرف، نیروی بی‌مانند عقل انسانی و پیروزی درخشان تفکر علمی و صنعتی قرار دارد و، از طرف دیگر، شرارت‌های وحشیانه و هراس‌آور علیه آدمی؛ از یک طرف پیشرفت‌های شگفت‌انگیز در زمینه‌ی فیزیک، شیمی و زیست‌شناسی و، از طرف دیگر، گسترش نژادپرستی و سیاست نژادپرستانه؟

جنگ‌طلبی، که موجب بدبختی‌های بی‌شماری برای ملت‌هاست، همیشه

ترسناک بوده است. ولی جنگ‌طلبی معاصر، که همه‌ی دستاوردهای تفکر علمی را، برای کشتار آدمیان و نابودی ارزش‌های انسانی، بسیج کرده است، نه به عنوان یک نشانه‌ای از عقل تاریخی دوران معاصر، بلکه به منزله‌ی یک جنون تاریخی به حساب می‌آید.

تشدید ناسازگاری‌های اجتماعی و دشمنی‌های نژادی، رشد ناهنجاری‌های اجتماعی: بزهکاری، استعمال مواد مخدر، خودکشی، انحراف جنسی، بیماری روانی و ویرانی بنیان خانواده. این‌ها چیزهایی است که فیلسوفان مترقی، جامعه‌شناسان، دانشمندان و فعالان اجتماعی امریکا، فرانسه، آلمان و سایر کشورهای سرمایه‌داری، با اضطراب و نگرانی درباره‌ی آن‌ها می‌نویسند و بحث می‌کنند. بحران معنوی و اخلاقی، نابودی همه‌ی ارزش‌ها و معیارهای اخلاقی که در جریان سده‌های متوالی به‌وسیله‌ی انسان به وجود آمده است، غیرانسانی شدن زندگی فردی و اجتماعی، این‌ها موضوع‌های داغی است که مورد بحث محافل فلسفی، اجتماعی و سیاسی امروز در دنیای غرب است.

موضوع تنها بر سر این نیست که وجود تناقض عمیق بین انقلاب علمی و پیشرفت صنعتی امروز را با رشد فساد، سقوط موازین اخلاقی و یا عقب‌ماندگی شدید آگاهی اخلاقی قبول کنیم. مهم‌تر این است که ریشه‌های این شکاف را بشناسیم و راه‌ها و امکان‌های برطرف کردن آن را نشان دهیم. انسانی که توانسته است نیروهای قهار طبیعت را تابع خود کند، امروز باید به‌خطرهایی که هستی او را تهدید می‌کنند، و به نیروها و انگیزه‌های اجتماعی که به دشمنی با او برخاسته‌اند، توجه کند. مسأله‌ای که در برابر حرکت تکاملی انسان امروز از نظر اجتماعی و معنوی قرار دارد این است که: آیا نیروهای ترقی‌خواه می‌توانند از عهده‌ی حل این

دشواری برآیند؟

پروفسور ف. لاروِیو، در سخن‌رانی جالب و پرمحتوای خود در کنگره‌ی جهانی فلسفه در مکزیکو (سال ۱۹۶۳)، ضمن تحلیل موقعیت کنونی جهان، معتقد بود که سرچشمه‌ی اصلی بحران‌ها و تناقض‌ها را باید در عدم آمادگی اخلاقی ملت‌ها، نسبت به انقلاب علمی و صنعتی معاصر دانست. تکامل اخلاقی ملت‌ها، از پیشرفت دانش و فن، عقب مانده است. بدون تردید، این نتیجه‌گیری، بخشی از حقیقت را دربر دارد. ولی، آیا ددمنشی فاشیسم و یا جنگ‌های تجاوزکارانه را می‌توان با عقب‌ماندگی آگاهی اخلاقی توجیه کرد؟ و مگر می‌توان وحشی‌گری و تبه‌کاری سلسله جنبانان نظامی را، با نیروهای آگاه اجتماعی و سیاسی ملت‌ها، با زحمتکشان و نیروهای ترقی‌خواه و صلح‌خواه در همه‌ی کشورها، یکی دانست؟ نه، هرگز![1]

در واقع، یکی از ویژگی‌های پیشرفت آگاهی اجتماعی به‌طورکلی، و آگاهی اخلاقی به‌طور خاص، در این است که از پیشرفت علمی و صنعتی عقب مانده است. ما این عقب‌ماندگی را در زمان خود، به روشنی می‌بینیم. ولی، این موضوع را نباید به صورت جداگانه و با تحلیلی انتزاعی، بدون در نظر گرفتن روال‌های متفاوت اجتماعی و گروه‌ها، قشرها و طبقه‌های مختلف اجتماعی که در دنیای امروزی وجود دارند،

۱ـ در نامه‌ی ریچارد پراید که در صفحه‌های «نیویورک پست» چاپ شده، آمده است: «جنگ ویتنام هم، قهرمانان خودش را داشته است ـ دانیل السبرگ، بنیامین سپوک، جین فوندا و دیگران، که فریاد خود را علیه جنگ اشغالگرانه، بلند کردند.

مورد بررسی قرار داد. عقب‌ماندگی آگاهی اخلاقی از پیشرفت علمی و صنعتی، و اغلب حتا فساد اخلاقی، بیش از همه در رفتار و در ایده‌ئولوژی طبقه‌های حاکم استثمارگر دیده می‌شود، در آن نیروهای اجتماعی که از جنگ و مسابقه‌ی تسلیحاتی بهره می‌برند و حداکثر سود را به‌دست می‌آورند، در آن طبقه‌هایی که در جنگ‌ها و در شرایط مسابقه‌ی تسلیحاتی، پولدارتر می‌شوند.

بی‌اخلاقی، سقوط اخلاق و نابودی ارزش‌های اخلاقی را نمی‌توان به حساب نیروهای پیشرو و ترقی‌خواه اجتماع گذاشت، که نه‌تنها به علم و صنعت، بلکه به پیشرفت موازین اخلاقی هم، علاقه‌مندند. فریاد همین نیروهاست که، در میان تبلیغات گمراه‌کننده‌ی رسمی، هر روز رساتر و پیگیرتر می‌شود. سرچشمه‌ی امید انسانیت هم، در همین جاست، و حتا کسانی را هم، که ناامیدانه خود را در «بن‌بست» دنیای سرمایه‌داری گرفتار می‌بینند، تبرئه می‌کند.

در اندیشه‌های دانشمند بزرگی، همچون ماکس بورن هم، که پیشرفت فیزیک معاصر بسیار به او مدیون است، ناامیدی و احساس اضطراب نسبت به آینده‌ی انسان، نفوذ کرده است. او درباره‌ی تأثیر اجتماعی و سیاسی علوم طبیعی می‌نویسد و نگرانی خود را از عواقب پیش‌بینی‌نشده‌ی آن‌چه تاکنون کشف شده و یا بعد از این کشف خواهد شد، ابراز می‌دارد. او در یکی از نوشته‌هایش اضطراب و نگرانی خود را نسبت به آینده‌ی انسانیت در شرایط انقلاب علمی و صنعتی، این‌طور بیان می‌کند: «... هر قدر به‌نظر آید که کار [علمی] شما دور از کاربرد صنعتی است، باز هم حلقه‌ای از زنجیر عمل‌ها و تصمیم‌هایی را تشکیل می‌دهد که سرنوشت همه‌ی انسانیت را معین می‌کنند. خود من، تنها پس از

حادثه‌ی هیروشیما بود که به این جنبه دانش پی بردم. به‌ویژه همین حادثه بود که مرا به اندیشه‌های غم‌انگیزی فرو برد: تنها در جریان همین زندگی من، اعمال انسانی تحت‌تأثیر دانش، دچار چه تغییرهایی شده است».[۱]

دگرگونی‌های عظیمی که، به برکت تکامل سریع و پرجوش و خروش دانش و فن، در زندگی آدمی پدید آمده است، با آن که موجب فعالیت معنوی عقل شده نتوانسته است «زیر نظارت عقل» قرار گیرد. و در همین دوری و جدایی انسان، از کشف‌ها و آفرینش‌های خود در زمینه‌ی دانش و فن است که ماکس بورن، به‌طور منصفانه، خطر بزرگی را برای انسانیت می‌بیند. به اعتقاد او، جدی‌ترین دلیل این خطر در آن‌جاست که «همه‌ی اصول اخلاقی که در جریان سده‌ها به‌وجود آمده است، رو به نابودی می‌رود.» او در باره‌ی تنزل ارزش‌های اخلاقی می‌نویسد: «دانش و فن: مبانی اخلاقی تمدن را فرو می‌ریزد، و چه بسا که این نابودی جبران‌ناپذیر باشد.»

نابودی ارزش‌های اخلاقی سنتی، یکی از مظاهر بحران تمدن سرمایه‌داری است. ولی دلیل عمده‌ی بحران اخلاقی و معنوی در آن‌جایی نیست که فیزیکدان بزرگ نشان می‌دهد. ریشه‌ی این بحران و سرچشمه‌ی خطر را باید در طبیعت متناقض آن روال اجتماعی جست‌وجو کرد که آن را به‌وجود آورده است.

نه علم و صنعت، نه انفجار فکری و نه آهنگ پیشرفت علمی ـ صنعتی، به خودی خود (آنطور که ماکس بورن و بعضی دیگر در غرب گمان

۱ـ ماکس بورن. اندیشه‌ها، «لیتراتور نایاگازتا = مجله ادبی»، ۱۱ مارس سال ۱۹۷۰.

می‌کنند)، نمی‌تواند موجبی برای بیماری قرن باشد، بلکه این طبیعت پرتناقض سرمایه‌داری است که نیروهای ضدمردمی و مخرب را، هر روز بیشتر از روز پیش وارد زندگی می‌کند. مارکس، ویژگی سرمایه را، به‌طور دقیق و مناسبی، از مجله‌ی «Quartely Reuiewer» نقل می‌کند: «سرمایه، از فقدان سود و یا سود خیلی کم می‌ترسد، همان‌طور که طبیعت از خلاء می‌ترسد. ولی وقتی که سود به اندازه‌ی کافی وجود داشته باشد، سرمایه دلیر می‌شود. ۱۰ درصد سود را تأمین کنید، سرمایه موافقت خود را اعلام می‌کند؛ با ۲۰ درصد سود، به هیجان می‌آید، وقتی که سود به ۵۰ درصد برسد، حاضر می‌شود سر خود را بشکند؛ برای ۱۰۰ درصد سود، هر قانون انسانی را پایمال می‌کند؛ و وقتی ۳۰۰ درصد سود مطرح باشد، هیچ جنایتی نیست که از آن روگردان نباشد، ولو این که خطر چوبه‌ی دار در انتظارش باشد.»[1] این سطرها که برای آن روز درست و منصفانه بود، امروز هم در دوران امپریالیسم می‌تواند به‌درستی خصلت سرمایه‌داری را نشان دهد. شرکت‌های سرمایه‌داری علاقه‌مند به سود و بیش از هر چیز به سود حداکثر هستند. همین حداکثر سود است که نیروی محرک اصلی تولید را تشکیل می‌دهد. تجربه‌ی گذشته و امروز نشان می‌دهد که بیشترین سود را صنایعی می‌برند که سفارش‌های نظامی را انجام می‌دهند، و همین موضوع سرچشمه‌ی خطر اصلی و یکی از علت‌های رشد وحشتناک نظامی‌گری و جنگ‌های تجاوزکارانه است.

در گذشته و تا پیش از دوران امپریالیسم، پیشرفت جامعه‌ی سرمایه‌داری و

۱ـ کارل مارکس و فردریک انگلس، مجموعه‌ی آثار به زبان روسی، جلد ۲۳، ص ۷۷۰.

کشش به سمت سود، یک عامل مترقی بود. تفسیر تاریخ، هیچ وجه مشترکی با سرزنش‌های انتزاعی انسان‌گرایانه از تمایل به سود، ندارد. کشش به سمت سود، که در زمان ما موجب به وجود آمدن و تقویت روحیه‌ی ویرانگری می‌شود، نیروی محرک پرتوانی برای رسیدن به دستاوردهای زیادی، نه تنها مادی، بلکه حتا معنوی بوده است. ولی، هر چیزی می‌تواند به ضد خود تبدیل شود. در جامعه‌ی بورژوازی، پول معیار همه چیز است و در همه چیز دخالت می‌کند، به گفته‌ی شکسپیر، درام‌نویس بزرگ انگلیسی، «وفاداری را به خیانت، عشق را به نفرت، نفرت را به عشق، زیبایی را به زشتی، زشتی را به زیبایی، برده را به ارباب، ارباب را به برده، حماقت را به دانایی و دانایی را به حماقت، تبدیل می‌کند؟» ولی، درس تلخ تاریخ چنین است: سقوط اخلاقی طبقه‌ی حاکم، مبشر انهدام سیاسی این طبقه است. نیروهای عظیم تولیدی معاصر همراه با دانش و صنعت امروز، می‌توانند به عامل‌های نیرومندی برای آموزش انسان‌دوستی و پیشرفت اخلاقی، تبدیل شوند. ولی این وضع تنها وقتی پیش می‌آید که هدف تولید اجتماعی، به جای سود، خیر و صلاح ملت‌ها و انسانیت باشد. قانون سود، بنا به طبیعتی که دارد، با احساس مسئولیت اجتماعی که مستلزم صرف‌نظر کردن از سمت‌گیری‌های انفرادی است، ناسازگار است. پروفسور ت. له‌ویت، نظریه‌پرداز امریکایی درست گفته است که عوام‌فریبی بر تمامی بحث‌های مربوط به مسئولیت‌های اجتماعی مردان اقتصاد، بر دنیای سرمایه‌داری امروز، سایه انداخته است. او می‌نویسد: «همه‌ی این‌ها سخن‌پردازی است، سخن‌پردازی ساده و بی‌معنی، و همین که کار به کیف بعضی آن‌ها مربوط شود، همه‌ی این سخن‌پردازی‌ها قطع می‌شود ...

رفاه، سعادت و جامعه، کار اتحادیه‌ها نیست. آن‌ها، تنها با پول و موسیقی نامطبوع، کار دارند.»

دانش و اخلاق، حقیقت و راستی، حقیقت و خصال نیکو، این‌ها خواهران تنی یکدیگرند. حقیقت، راه را به سوی جامعه‌ای به قاعده می‌گشاید، به سمت چنان سازمان اجتماعی که در آن، خوشبختی انسان، اساسی‌ترین قانون زندگی جامعه و جدی‌ترین شرط آن است. علم، و فرزند آن صنعت امروز، به خودی خود نسبت به نیکی و بدی، بی‌طرف و بی‌تفاوت است. این روال اجتماعی و وجود طبقه‌های بهره‌کش و استثمارگر در جامعه‌ی متناقض سرمایه‌داری است که آن را با نیرویی که دشمن انسان است، تبدیل می‌کند.

گفته‌های اخیر پروفسور آرنولد توئن‌بی درباره‌ی موضوع پیشرفت اخلاقی و صنعتی، از لحاظ نظری ــ و نه تنها نظری ــ اهمیت زیادی دارد. او با افسردگی و ناامیدی، درباره‌ی «نسل امروزی کشورهای غربی» می‌گوید: «جامعه‌ی امروزی غرب، آرمان‌ها و هدف‌های خود را از دست داده و مبانی ابتدایی اخلاقی، همچون درستکاری و پاکدامنی را، کنار گذاشته است ... همه چیز گواه بر سقوط تمدن غربی است.» روحیه‌های ناسیونالیستی، دنیای سرمایه‌داری را فراگرفته است، که بیش از همه تمایل به مصرف بی‌بندوبار و افزایش نعمت‌های مادی به زیان جنبه‌ی معنوی زندگی دارد. و اگر «پیشرفت و زوال ملت‌ها، بستگی به وحدت اخلاقی خانواده‌ها و هدف‌های اخلاقی دولت‌ها دارد، در این صورت دیر یا زود، غرب محکوم به سقوط خواهد بود.»

آرنولد توئن‌بی در کتاب خود به نام «زندگی آینده» (۱۹۷۱)، در باره‌ی تضاد بین انگیزه‌های معنوی و نیروی فزاینده‌ی مادی، صحبت می‌کند:

کتابخانه مجازی ریاضیات

«از همان زمانی که نیروی مادی، تناسب خود را با آرمان اخلاقی از دست داد، «شکاف اخلاقی» عمیقی به‌وجود آمد. هر قدر که نیروهای مادی بیشتر می‌شود، نیاز به شجاعت اخلاقی و انگیزه‌های معنوی بیشتر می‌شود، تا بتوانیم نیروهای مادی را، نه در جهت بدی، بلکه در جهت نیکی و خوشبختی به‌کار بریم ...»[1]

آرنولد توئن‌بی، فریاد خود را علیه سیاست تسلیحاتی و علیه مسابقه‌ی بی‌بندوبار و احمقانه‌ای که در این باره وجود دارد، بلند می‌کند. «باید کوتاه‌بین بود، تا نتوان به نتیجه‌ی چنین مسابقه‌ای پی برد: نتیجه‌ی این مسابقه، نابودی همه کسانی است که در آن شرکت کرده‌اند. جنگ‌های آینده، جنگ اتمی و هسته‌ای است. در چنین جنگی، پیروزی وجود دارد. ولی پیروزمند و فاتح وجود ندارد.» موقعیت نیروها طوری است که تنها می‌تواند ما را به عواقب فاجعه‌آمیزی بکشاند ـ چنین است یکی از نتیجه‌گیری‌های پروفسور توئن‌بی ـ اندیشمند تیزبین و شرافتمند.

تشویش توئن‌بی، به خاطر رشد روزافزون احساس‌های ضد انسانی در جهان است. او معتقد است که پیشرفت علمی و صنعتی، درست در جهت عکس حرکت می‌کند، در جهت زوال و فساد اخلاق. اگر خود مفهوم جنگ از ذهن‌ها زدوده نشود، وقوع جنگ هسته‌ای احترازناپذیر می‌شود. او می‌نویسد: «به سقراط تازه‌ای نیازمندیم تا ما را به خودمان بشناساند» نمی‌توان از این مطلب گذشت که در اندیشه‌های این اندیشمند، در کنار راه‌حل‌های واقع‌گرایانه‌ای که برای جلوگیری از زهرهای نظامی‌گری ارائه می‌دهد، به اندیشه‌های خوش‌باورانه‌ای هم پناه می‌برد که به‌هیچ‌وجه

1- A. J. Toynbee. Surviving the future, L, 1971, p. 41,42, 112.

مترقی نیستند، از جمله: «باید انرژی و نیروی خود را، به جای دانش، متوجه اخلاق کنیم.» توئن‌بی پیشنهاد می‌کند که برای خاتمه دادن به جنگ، یک حکومت جهانی تأسیس شود. و به نظر ما، این پیشنهاد، غیرعملی و ارتجاعی است. با همه‌ی این‌ها جالب است که توئن‌بی، به عنوان هوادار سرمایه‌داری و فرهنگ آن، با مشاهده‌ی ناسازگاری‌های پرسروصدای این روال اجتماعی می‌گوید: «راه لنین می‌تواند همان چیزی باشد که ما آن را "موج آینده" می‌نامیم ... و ما خیلی خوشبخت خواهیم بود، اگر چنین جهانی را پیدا کنیم.»

چنین است اندیشه‌های فرهنگ‌شناس، تاریخ‌دان و اندیشمند اجتماعی، یعنی آرنولد توئن‌بی. و این، در ضمن نشانه و معرف عصر ماست. زندگی و ناسازگاری‌های آن، به خیلی‌ها، خیلی چیزها می‌آموزد.

دوران ما، تنها دوران بحران و نابودی ارزش‌های اخلاقی نیست، بلکه دوران جنبش‌های آزادی‌خواهانه‌ی توده‌های وسیع، مبارزه‌ی آن علیه امپریالیسم، مبارزه به خاطر صلح و به خاطر کاهش تشنج‌های بین‌المللی هم می‌باشد که همراه با آن، شعور اخلاقی هم تکامل می‌یابد و پیش می‌رود. شکل‌های تازه‌ای برای زیستن استوار می‌شود که در آن‌ها، انسان دوست دشمن باشد و نه دشمن او. ارزش‌های والای اخلاقی، همچون دوستی، برادری و برابری همه‌ی خلق‌ها، نژادها و ملت‌ها، شکل می‌گیرد. نابودی استثمار و برقراری برابری ملی.

تاریخ انسانی و تاریخ ملت‌ها نشان می‌دهد که باوجود همه‌ی تضادها، ناسازگاری‌ها و ناهمواری‌هایی که در تکامل زندگی اجتماعی علمی و اخلاقی خود داشته است، به‌طور عمده و در مجموع، طرحی از پیشرفت را، نه تنها در علم و تولید، بلکه حتا در درک موازین اخلاقی هم نشان

می‌دهد. کافی نیست که تنها به شرح تجربی رفتار انفرادی افراد بپردازیم. بیش از همه و به‌ویژه، باید دگرگونی‌های ریشه‌ای اجتماعی و اقتصادی را درک کنیم، که معنای اخلاقی بسیار مهمی دارد. دنیای امروز، عرصه‌ی مبارزه‌ی جانانه‌ی توده‌های وسیع ملت‌ها علیه شکل‌های متفاوت بردگی اجتماعی است. مگر نابودی روال بردگی و سپس روال ارباب و رعیتی، دگرگونی انقلابی عظیمی، چه در زندگی اجتماعی و چه در شعور اخلاقی، به وجود نیاورد؟ و در زمان ما دگرگونی انقلابی عظیم‌تری در حال وقوع است: نابودی هر گونه استثمار انسان به‌وسیله‌ی انسان. و در جریان همین دگرگونی عمیق انقلابی است که نمونه‌ی والایی از پیشرفت اخلاقی شکل می‌گیرد.

به درستی روشن است که پیشرفت در زمینه‌ی اخلاق، خصلت متضادی دارد. در هر ملتی و در هر جامعه‌ای، همیشه دو فرهنگ، دو اخلاق و دو معیار متفاوت و متضاد برای ارزش‌های اخلاقی وجود دارد. اخلاق طبقه‌های زحمتکش و ستم‌دیده وجود دارد. اخلاق نیروهای مترقی، که با آن چه که ملت‌ها، در طول سده‌های متوالی ساخته‌اند، ارزش متفاوتی دارد. آن‌ها به زندگی و به آفرینش‌های نویسندگان شاعران و اندیشمندان پیشرو، معنای تازه‌ای بخشیده‌اند. و این قانونی است، که همچون گذشته، امروز هم به قوت خود باقی است.

دیدگاه مارکسیستی درباره‌ی ارتباط علم و صنعت با پیشرفت اخلاقی، با اسلوب معین تاریخی ـ طبقاتی متمایز می‌شود. در ضمن، به پیچیدگی‌ها و ناسازگاری‌های دو صورت پیشرفت ـ پیشرفت علمی و صنعتی و پیشرفت موازین اخلاقی ـ توجه دارد. اولی را نمی‌توان به‌طور مستقیم از روی دومی معین کرد. بستگی بین آن‌ها، بغرنج و غیرمستقیم است، این

بغرنجی به‌خصوص در جامعه‌ی سرمایه‌داری دیده می‌شود، زیرا در آن جا طبقه‌ی حاکم، اخلاق خود، قانون‌های خود و اندیشه‌های اخلاقی خود را به تمامی جامعه تحمیل می‌کند. قانون جامعه‌ی سرمایه‌داری، قانون نابرابری نژادی و ملی، قانون جاودانی کردن نابرابری‌های اقتصادی و اجتماعی و قانون برخورد با انسان، به عنوان یک وسیله و ابزار کار است. و همین برخورد با انسان است که در زمان خود، صدای اعتراض روسو و کانت را بلند کرده بود. ولی این نوع برخورد، جدا از روابط اجتماعی سرمایه‌داری نیست.

مهم‌ترین موضوعی را که در برابر سرعت زیاد تکامل اجتماعی و ترقی علمی صنعتی امروز قرار دارد، موضوعی که همه جا در رساله‌های اختصاصی و در مطبوعات مورد بحث قرار می‌گیرد، می‌توان به این ترتیب تنظیم کرد: ترقی علمی و صنعتی به کجا می‌رسد، عواقب اجتماعی، و در نتیجه، عواقب اخلاقی آن چه خواهد بود؟ بعضی از اندیشمندان غربی، حرکت امروزی تکامل اجتماع را در شرایط انقلاب علمی و صنعتی، با قطار بدون هدایت و بدون راهنمایی تشبیه می‌کنند، که خروج از آن ممکن نیست.

رالف لیپ، فیزیک‌دان و نویسنده‌ی امریکایی، با تجزیه و تحلیل موقعیت کنونی دنیای سرمایه‌داری، می‌نویسد: «هیچ کس، حتا درخشان‌ترین عقل‌ها در میان دانشمندان زمان ما، نمی‌داند که دانش، ما را به کجا می‌برد. ما با سرعت در قطاری حرکت می‌کنیم که همیشه سرعت آن زیاد می‌شود و به جلو می‌پرد، و مسیرش روی خطی است که شاخه‌های زیادی دارد و معلوم نیست به کجا می‌رسد. حتا یک دانشمند هم در اتاق راننده‌ی لوکوموتیو نیست، ولی، پشت هر عقربه‌ی آن، خطر فاجعه‌ای

پنهان شده است. بخش اعظم جامعه هم در واگون آخر قرار گرفته است و به عقب نگاه می‌کند.»

الولان توفلر، جامعه‌شناس امریکایی، با طرح بیان لیپ، می‌پرسد: «آیا می‌توان در جامعه‌ای زندگی کرد که از کنترل خارج شده است؟ حقیقت دردناک این است که بسیاری از جریان‌های اجتماعی دیگر هم سر به نافرمانی گذاشته‌اند و در برابر تمام کوشش‌های ما برای تسلط بر آن‌ها، مقاومت می‌کنند. رشد ناموزون شهرها، مناقشه‌های اخلاقی، مهاجرت، رشد جمعیت، بزهکاری ــ این‌ها و هزاران زمینه‌ی دیگری که می‌توان فهرست کرد ــ مواردی است که تمامی نیروی ما را برای مهار کردن آن‌ها با ناکامی مواجه کرده است.»

نظریه‌پردازانی همچون د. کان، ز. بژه‌زینسکی و د. بل، گمان می‌کنند که انقلاب علمی و صنعتی، خود به خود قادر است در جریان دگرگونی‌های صنعتی، همه‌ی مسأله‌های اجتماعی، سیاسی و اخلاقی را حل کند. ولی، به‌نظرما، این نوعی توجیه شبه خوش‌بینانه است که مسأله‌ی اصلی و ریشه‌ای، یعنی شکل اجتماعی انقلاب علمی و صنعتی را، ندیده می‌گیرد. گروه دیگری از اندیشمندان، در موضع بدبینی اجتماعی قرار دارند و انقلاب علمی و صنعتی را به عنوان حرکتی تند و دیوانه‌وار به طرف یک فاجعه می‌دانند. واقعیت‌های مورد استفاده این اندیشمندان، روشن است، ولی تکیه‌گاه اصلی درک آن‌ها مبتنی بر این است که امکان نیروهای پیشرو اجتماعی را در جلوگیری از پایان غم‌انگیز تاریخ انسان، نمی‌بینند.

ما با هیچ‌کدام از این دو گروه نمی‌توانیم موافق باشیم. به نظر ما، تنها با تجزیه و تحلیل همه‌جانبه‌ی علمی از علت‌های بنیادی ناسازگاری‌ها و تضادهای موجود بین انقلاب علمی و صنعتی از یک طرف با تکامل

فضایل اخلاقی از طرف دیگر، می‌توان راه و وسیله‌ی برطرف کردن این ناسازگاری‌ها را نشان داد. این راه، راه انقلاب اجتماعی است. بسته به این که جامعه، ساخت اقتصادی و اجتماعی آن و روابط اجتماعی حاکم بر آن چگونه باشد، می‌توان نوع اخلاق و موازین اخلاقی حاکم بر آن را شناخت. دگرگونی‌های بنیادی در روابط اجتماعی، ناگزیر منجر به تغییر اخلاق و موازین اخلاقی آن می‌شود. البته در جریان این دگرگونی بنیادی اجتماعی، بسیاری از اصول مقدماتی اخلاق حفظ می‌شود و باید هم حفظ شود، چرا که این اصول (همچون شرافت و پرهیزکاری شخصی، درستکاری، احترام به انسان، مواظبت از پیران و بچه‌ها و غیره و غیره). روابط انسان‌ها را در زندگی روزانه‌ی آن‌ها، تعیین و تنظیم می‌کند.

شعور اجتماعی انسان، ساخت پیچیده‌ای دارد. و در نتیجه‌ی انقلاب‌های اجتماعی و دگرگونی‌های بنیادی روابط اجتماعی، یکباره تغییر نمی‌کند. در جریان انقلاب، شعور سیاسی است که سریع‌تر از دیگران تغییر می‌کند. شعور اخلاقی، استورای بیشتری دارد، زیرا به عمیق‌ترین خصلت‌های روانی انسان مربوط می‌شوود، و به همین مناسبت، استقرار کامل و همه‌جانبه‌ی موازین تازه‌ی اخلاقی، روندی طولانی‌تر و بغرنج‌تر دارد.

در جامعه‌ی سوسیالیستی، در کنار اصول اخلاقی تازه (انسان‌دوستی، اجتماعی بودن، برادری، دوستی خلق‌ها، احساس مسئولیت نسبت به ملت‌های دیگر)، که در جریان ساختمان جامعه‌ی نو به‌وجود می‌آید، معیارهای مقدماتی اخلاقی هم، که در جریان هزاران سال شکل گرفته ــ یعنی آن چه که به قانون‌های ساده‌ی اخلاقی مشهور شده است ــ قوام می‌گیرد. ما پنهان نمی‌کنیم که در جامعه‌ی سوسیالیستی هم، هنوز

بازمانده‌ای از بعضی معیارهای کهنه‌ی اخلاقی، همچون خودخواهی، گوشه‌گیری، بی‌تفاوتی نسبت به خیر و صلاح عمومی، و حتا بعضی روحیه‌های ناسیونالیستی ــ که با موازین ریشه‌ای اخلاق مغایر است، در بعضی افراد جداگانه وجود دارد.

گرایش به شهرنشینی و پیدایش شهرهای بزرگ، به معنای روند تاریخی پیشرفت است. این گرایش، همراه است با شکل پیشرو شعور سوسیالیستی و اخلاق مترقی. ولی در کنار آن، بین ساکنان شهرهای بزرگ، رشد نوعی پدیده‌های غیراخلاقی هم دیده می‌شود. انقلاب عظیم فنی در تولید، به جابه‌جایی انسان‌ها و مهاجرت ساکنان، بستگی دارد. و از همین جا، در ابتدا، برخوردهای اخلاقی، ناسازگاری‌های مربوط به منافع شخصی و وظایف عمومی اخلاقی، پیش می‌آید.

ولی در شرایط سوسیالیسم، هیچ‌گونه تضادی بین انقلاب علمی و صنعتی و پیشرفت فضایل اخلاقی، وجود ندارد. انقلاب علمی و صنعتی، متحد سوسیالیسم است. مارکسیست‌ها، یکی از نیرومندترین انگیزه‌های پیشرفت عمومی و تکامل ملت‌ها، و ترقی تمامی جامعه‌ی انسانی را، در همین انقلاب علمی و صنعتی می‌بینند.

پیشرفت علم و صنعت، که هر روز بیشتر از روز پیش نیروها و قوانین طبیعت را به تبعیت انسان و زیر حاکمیت او در می‌آورد، موهبت بزرگی است. پیشرفت علمی و صنعتی، دشواری‌ها را می‌کاهد، آدمی را به فرمانروای آگاه نیروهای قهار طبیعت تبدیل می‌کند، افق دید او را می‌گستراند و به فهم و دوراندیشی او می‌افزاید. و این، به جامعه‌ی سوسیالیستی و به انقلاب علمی و صنعتی در شرایط سوسیالیسم هم مربوط می‌شود. البته، این روند، در جامعه‌ی سوسیالیستی هم، بدون

دشواری و بدون تضاد نیست، ولی تضادی که سرشتی غیرقابل حل ندارد، زیرا در شرایط سوسیالیسم، چنان نیروهای اجتماعی وجود ندارد که از دانش و صنعت، علیه بشریت استفاده کنند.

امروز، همه‌ی محافل اجتماعی ترقی‌خواه، همه‌ی متفکران و فیلسوفان پیشرو، در راه تحقق این هدف بزرگ انسانی می‌کوشند که جنگ به عنوان وسیله‌ی حل اختلاف‌های بین کشورها، از زندگی بشریت رخت بربندد.

صحبت بر سر سرنوشت ملت‌ها، سرنوشت بشریت و آرمان‌های والای اوست. صحبت بر سر این است که انسان بتواند به صلحی پایدار، به زندگی بدون وحشت در برابر جنگ‌های تهدیدآمیز، به خوشبختی و آرامش همه‌ی خلق‌ها و همه‌ی انسان‌ها در روی زمین، دست یابد.

نبوغ انسان و دستاوردهای او باید به هدف صلح، و تنها صلح، و به شکفتگی و خیر و صلاح انسان، خدمت کند.

تأثیر معرفت علمی بر رفتار شخصی

ن. د. تابونوف

مسأله بستگی معرفت و اخلاق شخصی، تاریخی چند صد ساله دارد. نابرابری زمینه‌های تاریخی در جامعه‌هایی که این مسأله را بررسی کرده‌اند، چندجانبه بودن آن، هدف‌های گوناگون نویسندگان از لحاظ اجتماعی و طبقاتی، مشخص نبودن معنای مفهوم‌هایی که در برخورد با این مسأله به کار رفته است، و بسیاری عامل‌های دیگر، به‌طور طبیعی موجب شده است تا نه تنها این مسأله به صورت‌های گوناگون طرح شده باشد، بلکه حتا در حالت‌هایی هم که نویسندگان مختلف از یک دیدگاه منطقی آن را تنظیم کرده‌اند، باز هم نتیجه‌گیری‌های متضادی به‌دست آورند.

این مسأله، در بسیاری حالت‌ها به صورت تأثیر آگاهی‌های به‌دست آمده در موازین اخلاقی، و به صورت بستگی حقایق با نیکی‌ها، بررسی شده است. در واقع، بعضی از فیلسوفان، درک حقایق را با تکامل شخصیت اخلاقی یکی دانسته‌اند، و یا آن‌قدر آن‌ها را به هم نزدیک دانسته‌اند که «به‌طور منطقی» یگانگی ناگسستنی آن‌ها را نتیجه گرفته‌اند. از جمله، افلاتون در رساله‌ی «فایدون» این اعتقاد خود را ابراز می‌دارد که اخلاق

تنها در شخصیت فیلسوف می‌تواند تکامل یابد، زیرا تنها عقل اوست که می‌تواند دریچه‌ای به روی اندیشه‌های ابدی و بدون تغییر بگشاید.
با وجود این، دیدگاه افلاتون درباره‌ی بستگی حقایق و نیکی‌ها، یا بستگی بین آگاهی و اخلاق، مورد اعتراض معاصران او قرار گرفت. آن‌ها می‌گفتند که چه بسا آدمی از لحاظ آگاهی تکامل پیدا کند. ولی از نظر اخلاقی به فساد کشیده شود. معرفت و تسلط بر آگاهی‌های علمی از یک طرف، و اخلاق و رفتار شخصی از طرف دیگر، این‌ها مربوط به زمینه‌های خاصی است که آدمی ماهیت خود را بروز می‌دهد. ارسطو در «سیاست» تأکید می‌کند که اگر آدمی دارای مبانی اخلاقی نباشد، ولو این که از نیروی فکری فوق‌العاده‌ای هم بهره‌مند باشد، در واقع چیزی جز یک «بی‌وجدان و وحشی» نخواهد بود.
به این ترتیب، موضوع مورد بحث، منجر به نتیجه‌گیری‌های متناقضی شد: ۱) کسب آگاهی‌های علمی، اساسی‌ترین (و حتا تنها) وسیله‌ی تکامل اخلاقی شخص است؛ ۲) رشد معرفت علمی، هیچ ارتباطی با کیفیت اخلاقی شخص ندارد. در چارچوب این نتیجه‌گیری‌های متناقض و افراطی، بحث مربوط به ارتباط آگاهی با اخلاق به صورت پایان‌ناپذیری ادامه داشت که گاهی خاموش و گاهی دوباره و با نیروی تازه‌ای شعله‌ور می‌شد. و هنوز در زمان ما هم گاه‌گاهی در این باره اظهارنظرهایی از دانشمندان و نویسندگان چاپ می‌شود که حاکی از اختلاف نظری است که درباره‌ی ارتباط آگاهی با اخلاق وجود دارد. البته در بین این بحث‌ها، دیگر هواداران ژان ژاک روسو دیده نمی‌شود که معتقد بود، به‌دست آوردن آگاهی‌های علمی، منجر به سقوط اخلاقی می‌شود. اختلاف نظر درباره‌ی حدود تأیید یا نفی تأثیر مساعد علم (یا اشتغال‌های علمی) در

موازین اخلاقی است.

در جریان بحث و مذاکره‌ای که به دعوت مجله «مسأله‌های فلسفی» در میزگرد «علم، اخلاق و بشردوستی» انجام شد، همین اختلاف وجود داشت و تا وقتی که طرح مسأله به این صورت باشد، نمی‌توانیم از محدوده‌ی مقابله‌ی انتزاعی علم و اخلاق، خارج شویم، مقابله‌ای که به‌خصوص به مناسبت انتزاعی بودنش، منجر به پاسخ‌های انتزاعی و مترادف مثبت یا منفی می‌شود. در ضمن با جوش و خروش بحث‌هایی که در این میزگرد وجود داشت، تقسیم زمینه‌های مختلف، برش‌های مختلف و سطح‌های مختلف ارتباط متقابل علم و اخلاق ظاهر شد. تأیید این وضع، به خودی خود گواه بر آن است که این مسأله، موضوعی مستقل نیست و نمی‌تواند جدا از مجموعه‌ی ویژگی‌ها و خصلت‌های جامعه‌ای که علم و درک اخلاقی مظهری از آن به‌شمار می‌رود، بررسی شود. تصادفی نیست که بیشتر شرکت‌کنندگان در بحث، ابتدا به‌طور وسیعی بر مسأله‌های فرهنگی و اجتماعی تکیه می‌کردند و سپس دیدگاه خود را درباره‌ی ارتباط متقابل علم و اخلاق، تجزیه و تحلیل می‌کردند. اگر به مثال‌های مشخصی تکیه کنیم، می‌توان آن‌ها را برای تأکیدی کافی بر درستی نتیجه‌گیری‌های هواداران دیدگاه‌های افراطی دانست. به این ترتیب، به ظاهر می‌توان درباره‌ی کشف تمایل پایداری که در بستگی بین آگاهی‌های علمی تعداد زیادی از افراد با خلق و خوی آن‌ها وجود دارد، صحبت کرد.

قبل از آن که به بودن یا نبودن چنین تمایلی پاسخ دهیم، باید درباره‌ی محتوای مفهوم‌های نخستینی که موضوع مورد بحث به کمک آن‌ها تنظیم می‌شود، توافق کنیم. معرفت علمی، صورت‌های مختلفی دارد: در یک

طـرف عـلوم طـبیعت و آگـاهی‌های فـنی قـرار دارد و در طـرف دیگـر آگاهی‌های اجتماعی. اولی‌ها، تصورهایی درباره‌ی پـدیده‌های طـبیعی، ساختمان‌های فنی و کاربرد آن‌ها، به ما می‌دهند. ایـن‌ها هـیچ‌گونه تأثـیر مستقیمی در مـنافع طـبقاتی افـراد نـدارنـد. در عـلوم اجـتماعی، روابـط اجتماعی و ارزش‌هایی که به مفهوم زندگی مـربوط مـی‌شوند، مـنعکس می‌شود. این بخش از دانش به‌طور جدی آلوده به تمایل‌های آدمی است، و در آن‌ها منافع طبقاتی به روشنی بروز مـی‌کند. مـعلوم است کـه تأثـیر دانش‌ها در رفتار انسان، نمی‌تواند یکسان باشد. علاوه بـر ایـن، مـمکن است در رشته‌ی خاصی از علم به تخصص رسید، در حالی که در دیگر زمینه‌های علمی، آگاهی‌هایی سطحی داشت. بـنابرایـن، وقـتی مسأله را طرح می‌کنیم، باید به‌طور دقیق مشخص کنیم که از چه نوع آگاهی علمی سخن می‌گوییم.

لازم است، موضوع مربوط به موازین اخلاقی را هم دقیق‌تر کنیم. واقع این است که حتا در ادبیات اختصاصی فلسفی ــ اخلاقی هم نتوانسته‌اند بـه دیدگاه‌های واحدی در باره‌ی محتوا و مفهوم اصطلاح «موازین اخلاقی» برسند. بـعضی از اصـطلاح‌های مـترادف «اخـلاق» و «روحـیه» اسـتفاده می‌کنند که بـه اعـتقاد آن‌هـا، پـدیده‌ای مـربوط بـه درک و آگـاهی است («آگاهی اخلاقی»)؛ گروهی دیگر، اخلاق و روحیه را هم به عنوان درک اخلاقی و هم به عنوان عمل و رفتار فردی در نظر می‌گیرند؛ گروه سوم، اصطلاح «اخلاق» را تنها به عنوان آگاهی اخلاقی، و اصطلاح «روحیه» را، به عنوان رفتار واقعی شخص، تعبیر می‌کنند. روشـن است کـه بـا چـنین تلقی‌هایی از اخلاق، انتظار پاسخ مشخصی به این پرسش که آگاهی‌های عـلمی چـه تأثـیری بـر کـیفیت اخـلاقی افـراد دارد، انـتظاری بـیهوده و

شگفتی‌آور است.

آن‌چه که سر آخر برای جامعه اهمیت دارد، این است که افراد در مجموع و در ارتباط گروهی، چگونه خود را توجیه می‌کنند، روابط متقابل خود را بر چه مبنایی قرار می‌دهند، و نقش خاص خود را (به عنوان یک شهروند، یک زحمتکش، یک عضو خانواده و غیر آن) چگونه بازی می‌کند. نه تنها در زبان عادی و روزمره، بلکه حتا در نوشته‌های علمی هم، اغلب برای این پدیده‌ها، از اصطلاح «اخلاق» و «روحیه» استفاده می‌کنند. البته، بهتر بود که مفهوم‌های اخلاق و روحیه را یکی می‌دانستیم و آن‌ها را به یک معنا به کار می‌بردیم. ولی تا زمانی که این موضوع حل نشده است، «روحیه» را تنها به عنوان رفتارهای مشخص، اعمال واقعی و خصلت‌های او به‌کار می‌بریم.

رفتار با فعالیت رابطه ناگسستنی دارد، ولی خود فعالیت نیست. فعالیت عبارت است از صرف جدی انرژی فکری و جسمانی شخص. صرف انرژی می‌تواند اجباری یا اختیاری، آگاهانه یا ناآگاهانه، به خاطر یک هدف یا بی‌هدف و از روی غریزه باشد. ولی رفتار، به ظاهر، جنبه‌ای از فعالیت آدمی است که نیروی محرکه‌ی آن ذهنی و شخصی است، یعنی نیروهایی که ناشی از خود فرد است و به‌وسیله‌ی خود او معین می‌شوند، در رفتار، مناسبت‌ها و احساس‌های شخص نسبت به فعالیت، نسبت به مردمی که او را احاطه کرده‌اند و نسبت به جامعه به‌طورکلی، بیان می‌شود. آگاهی اخلاقی، مهم‌ترین وسیله‌ی تنظیم‌کننده‌ی همه جانبه رفتار است، ولی به‌هیچ وجه منحصر به فرد نیست. به‌نظر ما، کسانی که گمان می‌کنند تنها آگاهی اخلاقی است که رفتار آدمی را مشخص می‌کند، دچار اندیشه‌ای یک‌جانبه و تنگ‌نظرانه هستند. در واقع هدف‌های سیاسی،

حقوقی و دیگر هدف‌های شخصی هم در رفتار او تأثیر دارند. ولی آگاهی اخلاقی، در تمامی فعالیت‌های آدمی نمایان می‌شود، و به سرعت توجه دیگران را به خود جلب می‌کند. به همین مناسبت است که بنا بر سنت قدیمی، «مسئولیت رفتار» شخص را، تنها به آگاهی اخلاقی، یا دقیق‌تر، به اخلاق شخصی مربوط می‌کنند.

در همین جاست که مسأله‌ی ما طرح می‌شود: تا چه اندازه، آموزش و معرفت علمی (اعم از معرفت اجتماعی، طبیعی و صنعتی) می‌تواند در شکل دادن رفتاری که برای جامعه مفید است، مؤثر باشد؟ و در عصر ما، حل این مسأله، بیش از هر زمان دیگری اهمیت نظری و عملی زیادی دارد.

مقام آگاهی‌های علمی در شکل‌گیری رفتار شخصی

رفتار شخص نتیجه‌ای است از تأثیرهای پیچیده و متقابل عامل‌های عینی و ذهنی. عامل‌های ذهنی رفتار، خود نتیجه‌ای از مجموعه‌ی اثرهایی است که از طبیعت و به‌طور عمده از محیط اجتماعی، و حتا محیط مصنوعی زندگی و سکونت، ناشی می‌شود. «در تحلیل آخر، طبیعت و تاریخ، دو عنصر تشکیل‌دهنده‌ی محیطی هستند که در آن زندگی می‌کنیم، حرکت می‌کنیم و خود را نشان می‌دهیم» [انگلس].

در نتیجه تأثیری که محیط بر آدمی دارد، نیازهایی پیدا می‌شود که سرچشمه‌ی طبیعی (مثل نیاز به غذا، نظام معین حرارتی و غیره) و اجتماعی دارند (مثل معاشرت با دیگران، تطبیق با محیط‌های مختلف فعالیت، تسلط بر ارزش‌های مختلف اجتماعی و غیره). نیاز، «نخستین نیروی محرکه» ای است که آدمی را به تحرک وامی‌دارد. انگلس

می‌نویسد: «آدمیان عادت کرده‌اند که اعمال خود را، به جای توجه به نیازهایی که دارند، از روی اندیشه‌های خود، تفسیر کنند...» اگرچه، آگاهی (و حتا عامل ژنتیکی) در شکل‌بندی نیازها، به نحوی دارای نقش است، ولی آن چه که در این باره (و هم درباره‌ی تعریف محتوای آگاهی)، اهمیت تعیین‌کننده دارد، عامل‌های اجتماعی و بیش از همه، فعالیت‌های تولیدی است. اندیشمندان ذهن‌گراتصور می‌کنند که نیازهای آدمی، سرچشمه‌ای روانی و ذهنی دارد و به‌هیچ وجه نمی‌توان، آن را به ملاحظه‌های مادی آلوده کرد. مارکس می‌نویسد: «دستگاه نیازها بر چه چیزی متکی است ـ بر اندیشه یا بر سازمان‌های تولیدی؟ نیاز، بیش از همه، به‌طور مستقیم از تولید و یا از موقعیت‌هایی که متکی بر تولیدند، سرچشمه می‌گیرد.»

محیط اجتماعی نه تنها نیازهای شخصی را برنامه‌ریزی می‌کند، بلکه در ضمن، ارضای آن‌ها را از طریق کنترل اجتماعی تنظیم می‌کند و به کمک «اهرم‌های» اقتصادی، سیاسی، حقوقی، اخلاقی و غیر آن، موجب فعالیت انسان می‌شود، به آن جهت می‌دهد، آن را محدود می‌کند و یا از انجام آن جلو می‌گیرد. همین که آدمی پا به زندگی می‌گذارد با انبوهی از ارزش‌ها، آرمان‌ها، قاعده‌ها، خواست‌ها، تحریم‌ها، و سنت‌های بغرنج روبه‌رو می‌شود و نمی‌تواند به حساب نیاورد که نادیده گرفتن و خراب کردن آن‌ها، بدون مجازات نمی‌ماند. جبر عینی ـ این مهم‌ترین اصلی است که فعالیت آدمی را معین می‌کند.

در جامعه‌ی طبقاتی، که پر از انبوهی تضادهاست، محیط اجتماعی، بی‌اندازه ناهمگون است. بنابراین، در چنین جامعه‌ای نمی‌توان صحبت از تأثیر مشخص و یکسانی بر شخصیت آدمی کرد. در چنین جامعه‌ای،

منافع طبقات ستم‌دیده و زحمتکش، به‌طور جدی با منافع دولت در تضاد است و طبیعی است که این تضاد منافع، در جریان کلی تأثیرهایی که اجتماع بر رفتار دارد، منعکس می‌شود.

در جامعه سوسیالیستی، محیط اجتماعی با یگانگی اقتصادی، سیاسی و معنوی مشخص می‌شود، ولی در این‌جا هم نباید منتظر یگانگی مطلق بود. تأثیرهایی که جامعه بر نسل رو به رشد خانواده‌ها، کانون‌های کار و زحمت، مؤسسه‌های آموزشی و غیره می‌گذارد، نمی‌تواند به‌طور کامل یکسان باشد.

از این گذشته، در تأثیرهایی که ناشی از یک محیط اجتماعی است، نباید منتظر ضرورت حتمی و ثابتی در فلان عمل شخصی بود و گمان کرد که رفتارهای مشابهی به‌وجود می‌آورد. این وضع، نقص اصلی طرح «انگیزه ـ عکس‌العمل» را روشن می‌کند. حتا دانشمندانی از ایالت‌های متحد امریکا هم، که به دیدگاه‌های نظری این اندیشه استناد می‌کنند، ناچار شده‌اند برای درک مفهوم رفتار، از عامل‌های اضافی که خصلت ذهنی دارند، استفاده کنند. و این، چیزی نامنتظر نیست. تنها از روی تأثیرهای محیط بیرونی، نمی‌توان رفتار یک موجود عاقل را به‌طور کامل توجیه کرد. حتا داستایوسکی، استاد بزرگ روان‌شناسی آدمی، ضمن گفت‌وگو درباره‌ی محیط، با نازک‌بینی یادآوری می‌کند: «خوب، فرض می‌کنیم این درست باشد که او خیلی ما را رنج می‌دهد؛ ولی این همه چیز نیست، بلکه اغلب عمل حیله‌گرانه و دانسته‌ای انجام می‌دهد که نمی‌تواند تنها به ضعف او مربوط باشد، بلکه خیلی ساده یک رذالت است. به‌خصوص که میدانی برای حرف زدن یا نوشتن داشته باشد.»

وقتی به عنوان یک مارکسیست علیه نظریه جبری و ناگزیری «انگیزه ـ

عکس‌العمل»، برمی‌خیزیم، نمی‌توانیم با عقیده اگزیستانسیالیستی هم، به مفهومی که ژان پل سارتر بیان می‌کند، موافق باشیم. «جبری در کار نیست، انسان آزاد است. انسان یعنی آزادی، انسان برای آزادی ساخته شده است.» همان‌طور که بنیان‌گذاران مارکسیسم روشن کرده‌اند، آزادی و ضرورت وابسته به هم و لازم و ملزوم یکدیگرند، و بنابراین، مفهوم آزادی تنها در چارچوب ضرورت معنا پیدا می‌کند. البته، انسان در جامعه، خودمختاری نسبی دارد. او تنها یک شیء نیست که موضوع تأثیرهای بیرونی باشد، بلکه سرچشمه‌ی فعالیت، و بنابراین، رفتار خودش هم هست. جایی که شخص می‌تواند رفتار خودش را معین کند، با جبر ذهنی سروکار داریم، که مرزهای آن، برخلاف تصور سارتر، نسبی است. علاوه بر این، اگر بخواهیم سرچشمه‌های نهانی جبر ذهنی را جست‌وجو کنیم. سرآخر به ناچار به شرط‌های عینی می‌رسیم. مرز بین ذهنی و عینی، مطلق نیست. روحیه و اخلاق یک فرد را می‌توان، تنها در روحیه و اخلاق اجتماعی (که برای فرد یک عامل عینی است) درک کرد.

اگر عامل ذهنی رفتار نبود، نمی‌شد فهمید که چرا افرادی که در یک موقعیت هستند، رفتار یکسانی ندارند، به چه مناسبت در برابر انگیزه‌های یکسان اجتماعی، عکس‌العمل‌های متفاوتی نشان می‌دهند. حقیقت این است که هر کسی در نهانگاه روح خود چیزی دارد که او را وا می‌دارد که یا خود را در اختیار موج بگذارد و یا برخلاف جریان حرکت کند.

عنصرهای این عامل ذهنی رفتار چه هستند؟ پاسخ‌های گوناگونی که به این پرسش داده شده است، نشان می‌دهد که بیش از کمبودی که در تبحر و تخصص دانشمندان مختلف وجود دارد، کیفیت عمومی دانشی که به

مطالعه زمینه‌ی روانی شخصیت آدمی مربوط می‌شود، نقش دارد. نتیجه کنگره هجدهم جهانی روان‌شناسان (مسکو ـ اوت ۱۹۶۶)، و کارهایی که دانشمندان، بعد از این کنگره انجام داده‌اند، نشان می‌دهد که هنوز باید منتظر سال‌های طولانی بحث‌های پرجوش و خروش درباره‌ی ساخت زمینه‌های روانی بود. هنوز باید بخش‌های مختلف جریان‌های روانی را تشخیص داد و اصطلاح‌هایی که مورد قبول همه باشد، برای آن‌ها پیدا کرد. ولی درباره‌ی نام‌گذاری آن‌ها، حتا بین نمایندگان یک علم هم، توافقی وجود ندارد. و وقتی که به پوشش اصطلاحی این بخش‌ها در بین متخصصان مختلف مراجعه کنیم، این اختلاف، تباین بیشتری پیدا می‌کند. با توجه به این موضوع، نمی‌توان با عقیده د. ای. دوبروسکی موافقت نکرد که می‌گوید: «باید پذیرفت که روش به‌کار گرفتن این مفهوم‌ها که، روان‌شناسان (و ما اضافه می‌کنیم، نه تنها روان‌شناسان) در بحث‌های نظری خود به آن متکی هستند، روش حرکت بر ریگ روان را به‌خاطر می‌آورد، که گ. تسوپ به دلیل دیگری، با ظنز از آن یاد می‌کند ... از این روش، بومیان جزیره‌ی مون ـ سن میشل استفاده می‌کردند و برای این که تمامی وزن آن‌ها مدت درازی بر یک نقطه فشار نیاورد، **آرام و سریع** گام برمی‌داشتند. تا وقتی که این مفهوم‌ها را به‌طور سطحی، در زمینه‌های عادی و برای هدف‌های معمولی به‌کار می‌بریم، بدون این که نیازی به دقت درباره‌ی هر کدام از آن‌ها به‌طور خاص داشته باشیم، می‌توانند نقش خود را به خوبی انجام دهند. ولی همین که بخواهیم روی یکی از آن‌ها توقف کنیم و کوشش کنیم تا آن را تعریف و به‌طور اساسی تجزیه و تحلیل کنیم، دیگر در میان دریایی از ریگ روان و مجموعه‌ای از بستگی‌ها و رابطه‌های پراکنده، گیر می‌کنیم.»

با توجه به این‌که تعریف کامل و درستی از عنصرهای عامل‌های ذهنی در برابر ما نیست، کوشش می‌کنیم چنان خصلت‌های ذهنی را، که در زمینه‌ی رفتار شخصی تعیین کننده‌اند، مشخص کنیم.

بر اساس آگاهی‌هایی که ضمن فعالیت‌های زندگی و به خاطر نیازها، به‌دست می‌آید، آدمی صاحب دانستنی‌هایی، و از آن جمله، دانستنی‌های علمی می‌شود، که یک صورت ذهنی است، و به‌طور عمده به شکل‌های منطقی درمی‌آید و محتوای آن، عبارت است از بازسازی پدیده‌ها، جریان‌ها و ویژگی موضوع‌های واقعیت عینی. کتاب‌ها، تنها شامل آگاهی‌ها هستند و نه دانش‌ها، تنها آن زمان که آگاهی، صاحب نهادی شود و با درک شخصی به محک موضوع‌های شخصی بخورد، به دانش تبدیل می‌شود. به کمک دانش (به مفهوم عام آن) است که آدمی طرح رفتار خود را می‌ریزد و در آن هدف، وسیله و زمان انجام آن را پیش‌بینی می‌کند. شخص کوشش می‌کند که نتیجه‌های نزدیک و حتا دوری که از رفتارش به‌دست می‌آید، در نظر بگیرد. در ضمن در بستگی بین هدف، وسیله‌ها و نتیجه‌گیری‌ها، می تواند حالت‌های متفاوتی پیش آید: فریبندگی هدف ممکن است به عواقب نامطلوبی منجر شود؛ ممکن است با وسیله‌های مختلفی به یک هدف رسید. به جز این، شخص به اعتقاد خودش، بازتاب رفتار خود را بر دوستانش، و همچنین قانون‌های حقوقی و اخلاقی جامعه را هم به حساب می‌آورد.

اغلب، برای هر شخص امکان رفتارهای گوناگونی وجود دارد. برای این که یکی از آن‌ها را انتخاب کند، باید نتیجه ترکیب آن عنصرهایی که به‌طور مشخص باید به فعل درآید، یعنی رفتار خود را، ارزیابی کند. این انتخاب، با مبارزه و برخورد انگیزه‌ها، همراه است. سرآخر، فرد قانع می‌شود (به

راستی یا به دروغ) که حالت معینی از رفتار، مساعدترین و بهترین حالت در شرایط مفروض است. ولی این، همه‌ی مطلب نیست. برای این‌که، اندیشه صورت عمل به خود بگیرد، اراده لازم است. اراده، منجر به اجرای طرحی از رفتار می‌شود که شکل معینی به‌خود گرفته باشد.

با وجود این، موضوع عامل‌های ذهنی که رفتار را معین می‌کنند، پیچیده‌تر از این‌هاست، زیرا طرح عمل علاوه بر عناصر تشکیل‌دهنده‌ی اوضاع و احوال مفروض، به تجربه قبلی شخص (توجه به این موضوع که رفتار مشابه، به چه نتیجه‌ای منجر شده است) به روحیه و احساسی که در آن لحظه دارد و به انگیزه‌هایی که ناشی از محیط غیرارادی است، بستگی دارد.

در جبر ذهنی رفتار، به ویژه جهان‌بینی شخص نقش بزرگ و استثنایی دارد، زیرا او را وامی‌دارد تا هر گونه رفتار خود را در برخورد با زمینه‌ی وسیع اجتماعی، مورد بررسی قرار دهد. ولی در این باره باید توجه داشت که اگر جهان‌بینی شخص فقط «نوک زبانی» باشد، و برای او به صورت قانع‌کننده‌ای درنیامده باشد، می‌تواند با رفتار او تباین پیدا کند. ولی اگر شخص به جهان‌بینی خود اعتقاد کامل داشته باشد، می‌توان تا حد زیادی پیش‌بینی کرد که رفتار او در این و یا آن موقعیت، چگونه است. تصادفی نیست که در کنگره بیست و چهارم حزب کمونیست اتحاد شوروی، مسأله‌ی پرورش جهان‌بینی، به عنوان هسته‌ی مرکزی همه‌ی اندیشه‌های تربیتی حزب، ارزیابی شد.

حتا با بررسی سطحی عنصرهای جبر ذهنی، می‌توان نتیجه گرفت که دانستنی‌های اجتماعی (و به ویژه جهان‌بینی)، نه به صورت عاملی منحصر، بلکه به عنوان عامل اساسی تعیین رفتار شخصی، جلوه می‌کند.

در ضمن، این دانستنی‌ها، از یک طرف با عنصرهای جبر ذهنی (اراده، عادت، روحیه شخص و غیر آن) و از طرف دیگر با عنصرهای جبر عینی (شرایط عینی که موجب رفتار خاصی می‌شود) در تأثیر متقابل‌اند.

ولی، با همه‌ی این‌ها و با وجودی که عامل‌های تعیین‌کننده رفتار، خیلی زیاد است، مهم‌ترین شرط رفتار اخلاقی، مربوط به آگاهی‌هاست: آگاهی بر مبانی اخلاقی و معیارهای آن،[1] آگاهی بر عنصرهای موقعیت شخصی که رابطه‌ی بین شخص و جامعه در آن دچار تزلزل می‌شود و ارزیابی این موقعیت (و این هم خود نوعی آگاهی است)؛ انتخاب بهترین وسیله‌ها، براساس آگاهی‌هایی که از کاربرد مناسب آن‌ها داریم؛ استعداد پیش‌بینی نتیجه‌هایی که از رفتار خود حاصل می‌شود (باز هم آگاهی) و غیره، یک احساس انسانی (مثل خشم و نفرت نسبت به بدی) نمی‌تواند فرد را به راه مبارزه‌ی موفقیت‌آمیز با زشتی‌های جامعه و مروجین آن‌ها بکشاند. تنفر از زشتی کافی نیست، باید بتوان بر آن غلبه کرد، در غیر این صورت باید جوانمردانه در موضع دشمنی با زشتی باقی ماند و از رویه‌های دُن کیشوتی در دنیای واقعی دست برداشت. شایان توجه است که کارل مارکس، آگاهی توده‌ها را یکی از شرط‌های اصلی مبارزه‌ی موفقیت‌آمیز با ظلم و ستم اجتماعی می‌داند. او می‌نویسد: «... تعداد، تنها وقتی می‌تواند مشکلی را حل کند که توده در سازمانی گرد آمده باشد و آگاهی،

۱ـ «نیکی به خاطر نیکی، حرف پوچی است که به‌طورکلی جایی در فعالیت‌های زندگی ندارد. اگر کسی بخواهد عمل کند، نه تنها باید نیکی را بخواهد، بلکه در ضمن، باید بداند که آیا این عمل نیکی هست یا نه» [هگل ـ فلسفه‌ی تاریخ].

راهنمای آن‌ها باشد.» لنین، در یکی از نوشته‌های خود، نقل قولی درباره‌ی وحشت سردمداران دولتی از آگاهی و معرفت توده‌ها می‌آورد: «یکی از پادشاهان پروس در سده‌ی هجدهم، جمله‌ی عاقلانه‌ای گفته است: «اگر سربازان ما بدانند که ما برای چه می‌جنگیم، هرگز نخواهیم توانست حتا یک جنگ را انجام دهیم.»

نیروی جهان‌بینی در همین است که به درستی نیازهای توده‌های زحمتکش را منعکس می‌کند و در عین حال، با تحلیل علمی عمیق، قانون‌های تکامل اجتماعی را نشان می‌دهد و اصول درست مبارزه‌ی انقلابی زحمتکشان را تنظیم می‌کند. بدون این‌که شخصی این جهان‌بینی را فرا گرفته باشد، به سختی می‌توان گمان کرد که بتواند در مجموعه‌ی پیچیده‌ی اجتماعی، صاحب رفتاری با اخلاق عالی بشود. حال معلوم می‌شود که چرا، برای تربیت اخلاقی و برای درک واقعی اخلاق، این همه به جهان‌بینی علمی اهمیت داده می‌شود.

بدون هیچ تردیدی، این اعتقاد درست است که آگاهی به جهان‌بینی مترقی، تکیه‌گاه اصلی اخلاق واقعی است. ولی، هر آگاهی علمی چنین نقشی را ندارد. آگاهی‌های علمی و فنی، وقتی که جدا از هدف‌های جهان‌بینی اخذ شده باشد، می‌تواند به عنوان وسیله هم مورد استفاده‌ی نیروهای مترقی و هم در دست نیروهای ارتجاعی باشد. استفاده‌ای که از دانش و کشف‌های دانشمندان در جنگ‌های غیرعادلانه می‌شود، گواه بر این حقیقت است.

آگاهی به مفهوم عام خود، نمی‌تواند تنها وسیله‌ی تنظیم رفتار باشد. بر رفتار یک فرد مشخص، و به‌خصوص در روابط معیشتی بین افراد، خواست‌ها، احساس‌ها (علاقه، دشمنی، حسد، بی‌علاقگی و غیره)،

اراده، عادت و حتا روحیه، در کنار آگاهی، تأثیر زیاد و گاهی تعیین‌کننده دارند [و ما در این مقاله به عامل‌های ارثی و بدنی اشاره‌ای نکرده‌ایم]. به این ترتیب، نمی‌توان بین آگاهی‌های علمی و موازین اخلاقی یک آدم مشخص، بستگی ثابت و پایداری پیدا کرد. مبنای عینی بحث‌ها و نتیجه‌گیری‌های متناقضی که در باره‌ی تأثیر متقابل آگاهی و اخلاق وجود دارد، مربوط به همین جاست ـ با وجود این، اگر به جای یک فرد، تعداد زیادی از افراد را در نظر بگیریم، می‌توان بین آگاهی‌ها و موازین اخلاقی، بستگی متقابلی پیدا کرد که بنا بر قانون‌مندی آماری، تمایل پایداری را نشان می‌دهد.

خط‌های اصلی بستگی آگاهی‌های علمی و رفتار

از آن چه گفتیم، به‌هیچ وجه نمی‌توان این نتیجه را گرفت که برخلاف آگاهی‌های دانش‌های اجتماعی، آگاهی‌های مربوط به دانش‌های طبیعی نسبت به رفتار از یک نوع بی‌طرفی مطلق پیروی می‌کنند. در این جا هم می‌توان بستگی معینی کشف کرد، اگرچه این بستگی به‌طور غیرمستقیم و به‌طور عمده از راه منشور جهان‌بینی شخص به‌دست می‌آید. خط‌های اصلی بستگی آگاهی‌های علمی و فنی از یک طرف، و رفتار از طرف دیگر، به اعتقاد ما، چنین است.

قبل از همه باید گفت که فراگیری آگاهی‌های علمی، افق خوشبختی انسان را در موقعیت‌های مشخص، در پرتو با صلاحیت‌ترین و ماهرترین عمل‌ها، گسترش می‌دهد. در واقع، در جایی که متخصص نباشد، یک پزشک عمومی می‌تواند جان بیماری را نجات دهد، در حالی‌که بدون وجود او، هر گونه نیکی و دعای خیر از طرف اطرافیان درباره‌ی او بی‌اثر

است. مهندس خبره، می‌تواند راه‌حلی برای یک مسأله‌ی فنی پیدا کند که استفاده‌ی از آن منجر به صرفه‌جویی زیادی در وقت و مصالح خواهد شد. یک فرمانده‌ی خوب و حرفه‌ای می‌تواند جان بسیاری از افراد زیر فرماندهی خود را از مرگ نجات دهد. شجاعت قهرمانانه‌ی خلبان «م. پ. ده و یا تارف» که در کتاب او به نام «فرار از جهنم» شرح داده شده است، به این مناسبت ممکن شد که وقتی در اسارت بود، توانست از هواپیمای دشمن استفاده کند. اگر دانش نظامی و فنی «ده و یا تارف» نبود، نمی‌توانست نه خودش و نه رفیقش را از بازداشتگاه «سوی نه‌موند» نجات دهد. تنها نفرت از جنگ و تنها عشق آتشین به وطن، نمی‌توانست او را به آسمان بلند و فرار موفقیت‌آمیز او را تأمین کند.

رفتار همیشه در عملی عینی مجسم می‌شود. تأثیری که این رفتار بر دور و بر خود دارد، از منطقی پیروی می‌کند که با منطق انگیزه‌های درونی فرق دارد. اهمیت اجتماعی عمل‌ها و رفتارها، تنها از جنبه‌ی انگیزه‌ای آن‌ها معین نمی‌شود، بلکه قبل از هر چیز محتوای عینی آن‌ها مورد ارزیابی قرار می‌گیرد. توجه به صلاحیت حرفه‌ای ثابت می‌کند که ارزش اخلاقی عمل‌ها و رفتارها را نمی‌توان تنها از روی هدف‌های شخصی، ارزیابی کرد. برای جامعه، قبل از همه، نتیجه‌ی عینی رفتار مهم است. بی‌جهت نیست که می‌گویند، با نیت‌های خیر، جاده‌ی جهنم فرش می‌شود. روشن است که از آن چه گفتیم نباید این نتیجه را گرفت که اجتماع نسبت به هدف‌های ذهنی و انگیزه‌های رفتار، بی‌تفاوت است و یا نجابت‌های شخصی نمی‌تواند در نتیجه‌ی کارها ظاهر نشود.

از طرف دیگر، در حالتی که آگاهی‌های علمی و فنی در خدمت نیروهای ارتجاعی قرار گیرد و یا به وسیله‌ی افراد آگاه، جنایتکارانه به زیان اجتماع

به‌کار رود، می‌تواند به افزایش زشتی‌های جامعه کمک کند. بنابراین، آگاهی‌های علمی و فنی، خود به‌خود نسبت به موازین اخلاقی تا حدی جنبه‌ی بی‌طرفی دارند، ولی به محض این‌که به عنوان وسیله‌ای برای رسیدن به هدف معینی به کار رود، به مدار موازین اخلاقی کشیده می‌شود. اگر بخواهیم نتیجه‌هایی که از فعالیت شخصی حاصل می‌شود، به خیر و صلاح دیگر افراد باشد، باید در فکر وسیله‌هایی باشیم که این نتیجه‌گیری‌ها را تأمین می‌کند. و این همان چیزی است که به آن صلاحیت و اخلاق می‌گوییم.

وقتی که شخص از دانش علمی و حرفه‌ای بالایی برخوردار باشد، به اعمال و رفتارهای او اطمینان و قطعیت می‌دهد، او را در برابر ترس از قبول مسئولیت‌های مهم استحکام می‌بخشد و درک و احساس و ارزش شخصی او را بالا می‌برد. استعداد تصمیم‌گیری و قبول مسئولیت، تا حد زیادی به این جا مربوط می‌شود که شخص بتواند آگاهی‌های عمیق خود را تنظیم کند و به درستی آن‌ها اطمینان داشته باشد. اغلب تردید و تزلزل‌ها و عدم قطعیت‌ها، به‌کسانی مربوط می‌شود که چنین آگاهی‌هایی ندارند. کسی نمی‌تواند این حقیقت را نفی کند که شجاعت، جسارت، استقلال و عادت به قبول مسئولیت‌های مهم، از کیفیت‌های اخلاقی ـ ارادی است که لازمه‌ی انسان زمان ماست.

این هم مهم است که کسب آگاهی‌های علمی، تفکر منطقی را تکامل می‌دهد، راه استقلال درست را می‌آموزد و در حالت‌های مشکوک، نطفه‌های تردید را به آدمی تلقین می‌کند. تصادفی نیست که طبیعت‌شناسان، حتا اگر نقش علمی را هم نیاموخته باشند، خود به‌خود در موضع دفاع از آن قرار می‌گیرند. هیچ تعجبی ندارد، اگر می‌بینیم،

شخصی که دارای آگاهی‌های عمیق علمی است، در زمینه‌ی مسأله‌های اخلاقی هم کوشش می‌کند تا بر حقایق متکی باشد. کسی که به بی‌پایگی نظریه‌ی لاادریون در دانش‌های طبیعی قانع شده باشد، به‌طور طبیعی علیه رلاتیویسم اخلاقی هم برمی‌خیزد و اگر دترمی‌نیسم را به‌طورکلی پذیرفته باشد، دلیلی ندارد که درباره‌ی موازین اخلاقی آن را قبول نکند.[۱] سرانجام، خود جریان فراگیری آگاهی‌های علمی و هر گونه فعالیت علمی، در اوضاع و احوال امروزی، جز به صورت‌های دسته‌جمعی ممکن نیست، و این خصلت دسته‌جمعی بودن کارهای علمی، روز به‌روز نمایان‌تر و الزامی‌تر می‌شود. بدون درک و احساس همبستگی و بدون حفظ ارثیه‌ی سنت‌های مترقی، نمی‌توان هیچ رشته‌ای از دانش را پیش برد. محتوای اخلاقی این همبستگی در این است که همراه با هدف‌ها و علاقه‌های علمی (جست‌وجوی حقیقت، شوقی که نسبت به درک آن وجود دارد و خلاقیت دسته‌جمعی) به وجود می‌آید و با هرگونه هدف غیرعلمی (سطحی بودن، فرض داشتن و دسته‌بندی کردن) منافات دارد. آگاهی‌های علمی، به عنوان تنظیم کننده‌ی اخلاق شخصی، جدا از جهان‌بینی (سیاسی، قانونی، اقتصادی و غیره)، تأثیر نمی‌کند، بلکه با آن

۱ـ پروفسور آدولف هرون بااوم امریکایی، که به‌طور رسمی و آگاهانه هوادار فلسفه‌ی ماتریالیسم دیالکتیک نیست، می‌نویسد: «درک دترمی‌نیستی *رفتار آدمی* بر این اساس است که انسان جزیی از طبیعت و محصولی از آن است و در نتیجه، رفتار او، مثل هر پدیده‌ی میکروسکوپی دیگر، باید طوری منظم شود که بتوان آن را با روش‌های علمی ارزیابی کرد» (آدولف هرون بااوم ـ آزادی اراده و قانون‌های رفتار آدمی).

همراه و در بستگی متقابل با آن عمل می‌کند. به‌خصوص، آگاهی‌های سیاسی و اخلاقی، در فعالیت و رفتار آدمی، نقشی بزرگ به عهده دارند. وقتی که شعور اخلاقی در حد بالا و پیشرفته‌ای باشد، بر خصلت فراگیری آگاهی‌های علمی، و به‌خصوص بر نحوه‌ی کاربرد آن‌ها، و به‌طور کلی بر شخصیت دانشمند، به‌طور جدی اثر می‌گذارد. سخت‌گیری اخلاقی و احساس مسئولیت، شخص را وامی‌دارد که در جریان فعالیتی از خود که به آگاهی‌های علمی نیازمند است، آن‌ها را کامل کند، صلاحیت و خبرگی حرفه‌ای خود را بالا ببرد و به مفهوم معینی، در این موارد هم، همان ارزش‌های اخلاقی را قایل باشد. در واقع، برای این‌که کسی بتواند، اصول قانون‌های اخلاقی را در جامعه‌ای که به ساختمان دنیای نو مشغول است، رعایت کند، یعنی رفتار خود را بر مبنای خیر و صلاح جامعه تنظیم کند، نمی‌تواند از تخصص و تسلط بر آگاهی‌های حرفه‌ای شانه خالی کند.

دانش، قانون‌های اخلاقی خودش را دارد. لنین می‌آموزد که: «بی‌اخلاقی، حقیقت را لکه‌دار می‌کند...» اعتقاد به موازین اخلاقی پیش‌رفته، به دانشمند کمک می‌کند که نه تنها حقیقت را کشف کند، بلکه آن را در اختیار دیگران هم بگذارد و از آن در راه منافع زحمتکشان استفاده کند. به‌ویژه با توجه به همین تأثیر متقابل اخلاق و دانش است که مسئولیت اخلاقی دانشمند را در برابر جامعه معین می‌کند.

تاریخ دانش، حالت‌های بسیاری در این زمینه به یاد دارد که کوشش‌های دانشمندان در نشر حقیقت، مواجه با شرارت و هاری از طرف نمایندگان بانفوذ طبقات ارتجاعی شده است. و دانشمندان، در برخورد با چنین عکس‌العمل‌هایی، موضع‌های مختلفی از نظر اخلاقی انتخاب کرده‌اند. بعضی، حقیقت را انکار کردند، بعضی دیگر سکوت کردند، گروه سوم

کوشیدند تا حقیقت را، ولو با زبان رمز و کنایه به خوانندگان خود برسانند و سرانجام دانشمندانی هم بودند که حتا از سکوی اعدام و کومه‌ی آتش نهراسیدند، در برابر نیروهای ارتجاعی تسلیم نشدند و روی حقیقت تأکید کردند.

برای نمونه، کانت، که فرمانی اختصاصی از فردریک ویلهلم، پادشاه پروس، دریافت کرده بود و در آن، این عالی‌ترین مقام مملکتی، نارضایتی عمیق خود را از محتوای کفرآمیز کتاب این متفکر به نام «مذهب در محدوده‌ی عقل خالص»، بیان کرده بود، در یادداشت‌های روزانه‌ی خود نوشت: «چشم‌پوشی از اعتقاد خود زشت است؛ سکوت در چنین اوضاع و احوالی، بهترین رویه است، اگر تو بخواهی در موضع حقیقت‌گویی باقی بمانی، دست‌کم لازم نیست که همه‌ی حقیقت را با صدای بلند بیان کنی.» به زبان دیگر، به اعتقاد کانت، نباید دروغ گفت، ولی می‌توان حقیقت را مسکوت گذاشت. «د. ای. پیسارف» اعتقاد دارد حتا در شرایط بی‌رحمی ژزوئیت‌ها هم، دانشمند وظیفه دارد از نشر علنی حقایق استفاده کند. او معتقد است که هیچ مار زنگی وجود ندارد که نتوان او را در سبدی که پر از گل‌های باشکوه و رایحه‌انگیز است، به خواب کرد. و ژیوردانوبرنو، به خاطر دفاع از حقیقت، تا کومه‌ی آتش پیش رفت.

دانشمند همیشه در برابر این پرسش قرار دارد: آیا باید نقش خود را به یک جست‌وجوگر حقایق محدود کند، یا این‌که در نقش یک دانشمند شهروند قرار گیرد و نسبت به سرنوشت حقایقی را که کشف کرده است، دلواپس باشد؟ مارکس، انگلس و لنین، تنها دانشمندان نابغه‌ای نبودند، بلکه دانشمندانی انقلابی بودند که توانستند کشف حقایق را با فعالیت‌های انقلابی خود به هم پیوند دهند. سوسیالیسم، برای نخستین

بار در تاریخ، چنین شرایطی را برای دانشمندان به وجود می‌آورد، زیرا در چنین جامعه‌ای، دانشمند از انتخاب جبری یکی از دو راهی که در برابر دانشمندان جامعه‌ی طبقاتی قرار دارد، آزاد می شوند. جامعه‌ی سوسیالیستی، نه تنها به کشف حقایق علاقه‌مند است، بلکه در ضمن به این مسأله هم توجه دارد که این حقایق راهنما و ملاکی برای زندگی بهتر باشند.

به این ترتیب، روشن می‌شود که آموزش علمی نمی‌تواند به تنهایی معرف رفتار شخص در جهت لازم باشد. برای تکامل موزون شخصیت آدمی، باید به درک عمیق او از آگاهی‌های اجتماعی، و قبل از همه به جهان‌بینی او اهمیت داد. به همین جهت است که آگاهی‌های اخلاقی هم، که یکی از بخش‌هاش اصلی جهان‌بینی است، می‌تواند در این زمینه نقش اساسی و استثنایی داشته باشد.

وظیفه‌ی دانش در جامعه‌ی امروزی

ای. آ. ماتسیاویچوس

در شرایطی که آهنگ انقلاب علمی ـ فنی، مرتب شتاب بیشتری می‌گیرد، اهمیت دانش، به عنوان یکی از مهم‌ترین سرچشمه‌های پیشرفت و تکامل تولید و افزایش بازدهی کار، روشن‌تر به چشم می‌خورد. کشف‌ها و موفقیت‌های دانش، موجب تکامل نیروهای مولده می‌شود؛ شکل شرکت «عامل انسانی» در تولید و خصلت روندهای تولیدی را تغییر می‌دهد؛ در همه‌ی رشته‌های فعالیت انسانی و در محیطی که آدمی در آن زندگی می‌کند، اثر می‌گذارد؛ به‌طور مستقیم و یا غیرمستقیم، بر شکل زندگی و زیست آدمی، بر درک عمومی او، و بر تمامی دستگاه فکری و احساسی او تأثیر می‌کند.

دانش را باید در بستگی‌هایی که با تولید و عمل اجتماعی، و با محیط ایده‌ئولوژی زندگی آدمی دارد، ارزیابی کرد. این بستگی‌ها، اغلب بسیار پیچیده‌اند و در ارتباط با شرایط اجتماعی ـ اقتصادی، به‌طور جدی دچار تغییر می‌شوند.

* * *

دانش امروز، چه از نظر حجم و چه از نظر مضمون و عمل‌کرد خود،

آن‌قدر پیچیده و متنوع است، که نمی‌توان آن را به صورت مشخص و معینی تعریف کرد. کافی است یادآوری کنیم که دانش امروز شامل بیش از ۲۰۰۰ شاخه و رشته‌ی به‌کلی متفاوت است، که از لحاظ موضوع و خصلت بررسی با هم فرق دارند.

زمانی بود که دانش، در دوران‌های مختلف تکامل خود، تا حدی جدا از تولید مستقیم و کارهای تولیدی بود. ولی امروز به‌طور جدی با نیروهای مولده، بستگی مستقیم پیدا کرده است و در مقیاس‌های عظیمی، به شتاب حرکت اجتماعی، در مجموع خود، کمک می‌کند. با توجه به ساختمان‌های صنعتی برنامه‌ریزی شده و تدارک‌های فنی پشت سرهم؛ می‌توان گفت که کشف‌های علمی، سرچشمه‌ی همه‌ی پیشرفت‌های صنعتی امروز شده است.

روشن است که دانش، در دوران نخستین انقلاب صنعتی، یعنی در سپیده‌دم تکامل سرمایه‌داری، وظیفه‌ی خود را به عنوان نیروی مولده، آغاز کرد. ولی در جریان یک دوره‌ی طولانی، به صورت «دنباله‌رو» صنعت، پیش می‌رفت: «توانایی تولیدی» دانش، بیش از همه، خودش را در پاسخ‌گویی به خواست‌های تولید و صنعت، نشان می‌داد. انگلس می‌نویسد: «اگر ... صنعت تاحد زیادی به موقعیت دانش بستگی دارد، دانش به میزان خیلی بیشتری به **موقعیت و نیازهای** صنعت مربوط می‌شود. اگر نیازی فنی در جامعه احساس شود، می‌تواند دانش را خیلی بیشتر از ده‌ها دانشکده، به جلو ببرد.»

این قانون‌مندی تکامل دانش، که مورد تأکید مارکس و انگلس در سده‌ی گذشته بوده است، امروز هم نیروی خود را تاحد مشخصی، و به‌خصوص در زمینه‌ی دانش‌های فنی و عملی، حفظ کرده است. ولی در سده‌ی

بیستم، بستگی دوجانبه بین دانش و صنعت، در معرض تغییرهای جدی واقع شد، «بستگی وارون» دانش و صنعت قوت گرفت: اکنون دیگر مثل این است که دانش‌های اصلی طبیعی، صنعت را به دنبال خود می‌کشند، تاحد زیادی نقش تعیین‌کننده درباره‌ی آن دارند و موجب سمت‌گیری عمده‌ی تکامل آن می‌شوند. با همه‌ی این‌ها، هر رشته‌ی اساسی، جای خودش را در مجموعه‌ی دستگاه دانش دارد: ضمن تأمین استحکام و تمامیت نظری آگاهی‌های امروزی درباره‌ی طبیعت، تعیین خصلت و جهت کاربرد عملی دانش هم مورد تأکید قرار می‌گیرد، به‌خصوص، در اساسی‌ترین دانش‌ها، این سمت‌گیری تازه درباره‌ی بستگی بین دانش و صنعت به‌وجود آمده است. به‌نحوی که فعالیت‌های علمی و نتیجه‌گیری‌های ناشی از آن را، از صورت وسیله‌ی ساده پیشرفت فنی، به عاملی مبتکر و سازنده، که تا حد زیادی بر صنعت و تکنیک حکومت می‌کند، درآورده است. دست‌کم برای انسانی که به‌طور مستقیم در محیط صنعتی قرار گرفته و به آن پیوند خورده است، موقعیت خاصی از نظر پیش‌بینی آینده به وجود آمده است، زیرا بستگی پیشرفت‌های فنی آتی با خواست‌های امروزی تولید، تاحد زیادی، یک بستگی ساده و مستقیم نیست، بلکه به آن کشف‌های علمی هم مربوط می‌شود که مرتب تصور ما را در باره‌ی بهترین روش‌های ارضای نیازهای عمل، و هم خود دستگاه نیازها، دچار دگرگونی می‌کند. با همه‌ی این‌ها، دانش‌های اصلی هم، به نوبه‌ی خود، اغلب به «هرم» کاملی از بررسی‌های نظری نیازمندند (و حتا پژوهش‌هایی که گاهی احتمال موفقیت کمی دارند)، تا نتیجه‌های احتمالی که به‌دست می‌آید، بتواند اثر مستقیمی در تولید، صنعت و عمل داشته باشد، امکانی که در آغاز این بررسی‌ها، به‌هیچ وجه، حتا در شکل کلی

خودش هم، قابل پیش‌بینی نیست. به عنوان مثال، می‌توان از رابطه‌ی پیچیده‌ای که بین بررسی‌های نظری و کاربرد عملی آن‌ها، در تاریخ پیدایش مکانیک کوانتایی و تولید بمب اتمی و هیدروژنی وجود دارد، نام برد.

به این ترتیب، معلوم می‌شود که می‌توان دانش‌های اصلی را به عنوان نیروی مولده بالقوه مهمی، تعریف کرد؛ در عین حال، دانش‌های فنی و عملی، که به‌طور مستقیم بستگی به تولید دارند، هر روز بیشتر و بیشتر به نیروی مولده مستقیم جامعه، تبدیل می‌شوند.

روشن است که دانش، به دلیل این که به عنوان نیروی مولده شناخته می‌شود، هیچ گونه کار ایده‌ئولوژیک انجام نمی‌دهد. با وجود این، همه‌ی دانش‌ها را نمی‌توان به عنوان نیروی مولده مستقیم و یا بالقوه، تعریف کرد. بعضی از دانش‌ها (مثل تاریخ، فلسفه، حقوق، روان‌شناسی و دیگر دانش‌های اجتماعی)، که موضوع مورد بررسی آن‌ها در خارج از زمینه‌ی تولید قرار دارند، چنین وظیفه‌ای را به عهده ندارند و نمی‌توانند داشته باشند. از بین همه‌ی دانش‌های اجتماعی، دانش اقتصاد که پیشرفت روابط تولیدی و مسأله‌های مربوط به برنامه‌ریزی، پیش‌بینی و سمت‌گیری تولید را بررسی می‌کند، به زمینه‌های تولیدی نزدیک‌تر است. در شرایط سوسیالیسم، چنین بررسی‌هایی به پیشرفت بعدی امکان‌های تولیدی جامعه، کمک می‌کند. به موازات دانش اقتصاد، آن بخش از دانش‌های اجتماعی که به بررسی قانون‌های تکامل جامعه، برنامه‌ریزی اجتماعی و سمت‌گیری اجتماعی گروه‌ها و منطقه‌های تولیدی می‌پردازد، هر روز اهمیت بیشتری در زمینه‌ی تکامل نیروهای مولده و به‌طورکلی تولید، پیدا می‌کند. بسیاری از نتیجه‌هایی که در این زمینه‌ها به‌دست می‌آید، به‌طور

مشخص به «تکنولوژی اجتماعی» کمک می‌کند و نیروی مولده گروهی جامعه را، وسعت می‌بخشد. با همه‌ی این‌ها، دانش‌های اجتماعی، بیش از همه بر شکل‌گیری دنیای ذهنی انسان، بر رفتار و فعالیت او، چه در محیط مادی و چه در دیگر زمینه‌های زندگی اجتماعی، اثر می‌گذارد. اهمیت علمی دانش‌های اجتماعی، در بستگی با طبیعت، سازمان‌های اجتماعی ـ اقتصادی، منافع گروهی و طبقاتی این سازمان‌ها، سنت‌های فرهنگی و غیر آن ـ بروز می‌کند. البته، علوم اجتماعی هم با تأثیری که بر آگاهی و روحیه‌ی افراد، طبقه‌ها و گروه‌های اجتماعی می‌گذارد، می‌توانند موجب پیشرفت نیروهای مولده شوند و یا پیشرفت آن‌ها را کند کنند، ولی چنین تأثیری بر نیروهای مولده، مربوط به مقوله‌ای است که از لحاظ کیفی با بحث ما تفاوت دارد.

در شرایط سوسیالیسم، علوم اجتماعی نقش گرانبهایی در شکل‌گیری همه‌جانبه‌ی شخصیت به عهده دارد، درک علمی قانون‌های عینی تکامل جامعه را بالا می‌برد و موجب شرکت فعال و آگاهانه افراد در ساختمان جامعه می‌شود.

آزمایش علمی، که خود جنبه‌ای از جریان تکامل آگاهی‌های علمی است، درست به وظیفه‌ای که دانش به عنوان نیروی مولده به عهده دارد، مربوط می‌شود. آزمایش علمی، که خود یکی از شکل‌های عمل آدمی است، بستگی متقابل دیالکتیکی پیچیده‌ای با تولید دارد. از یک طرف، بزرسی تجربی، و خودِ امکان گسترده‌ی انجام آن‌ها، به‌طور مستقیم به بنیه‌ی تولیدی جامعه مربوط می‌شود، و از طرف دیگر، چنین پژوهش‌هایی، به‌نوبه‌ی خود، با «توصیه‌های» خود، پیشرفت مهم‌ترین رشته‌های تولید را موجب می‌شوند. در دنیای امروز، ده‌ها هزار آزمایشگاه، انستیتوهای

پـژوهشی، ایسـتگاه‌های تـجربی، کـارخـانه‌های اخـتصاصی و حـتا مجموعه‌هایی از کارخانه‌ها، برای انجام پـژوهش‌های عـلمی و عـملی ـ تولیدی، به وجود آمده است.

تردیدی نیست که وظیفه‌ی پژوهشی دانش هم، هیچ‌گونه خصلت عقیدتی ندارد و کسانی که به انجام آزمایش‌های عـلمی مشـغول‌انـد، مـی‌توانـند انگیزه‌های متفاوتی از لحاظ جهان‌بینی و یا اعتقادهای فلسفی و سیاسی خود داشته باشند. البته، وقتی که پای استفاده از نتیجه‌گیری‌های ناشی از این آزمایش‌های علمی، در نظام‌های اقتصادی و اجتماعی مـختلف، بـه میان آید، می‌تواند عوارض اجتماعی یکسان و یا متضاد داشته باشد.

دانش امروز، سازمان اجتماعی مخصوص به خودی است که در دستگاه پرپیچ و خم مؤسسه‌های خود، بیش از ۱۰ مـیلیون کـارمند عـلمی را در جهان، به هم مربوط کرده است. عمل‌کرد و نقش سازمان علمی، تـاحد زیادی به خصلت نظام سیاسی، اقتصادی و اجتماعی حاکم بر آن، مربوط می‌شود. نظام سیاسی، اقتصادی و اجتماعی است کـه در تـعبیر نـهایی، سمت‌گیری اصلی را در تکامل دانش‌ها معین و یا مشروط می‌کند. برای نمونه، نظام سوسیالیستی، بنا به خصلت و ماهیت خود، مسأله‌های خلاق و بشردوستانه را در برابر دانش می‌گذارد، در حالی که نظام سرمایه‌داری به مناسبت تضادهای درونی، ناپایداری، وجود مالکیت‌های شـخصی و تمایل به سود هر چه بیشتر، امکان حداکثر استفاده از ظـرفیت مـوجود علمی را محدود می‌کند و در جریان تکامل آن، حالت‌هایی یک بعدی و ناموزون به وجود می‌آورد (تأثیر نظامی کردن کشور، وجود رقابت، بحران و غیره). به این ترتیب، سیاست علمی، در نظام‌های اقتصادی ـ اجتماعی متضاد، دارای خصلت‌های به‌کلی متفاوت است.

دانش، به عنوان دستگاه معینی از سازمان‌های اختصاصی، که به‌طور مستقیم به دیگر مؤسسه‌های اجتماعی (همچون مؤسسه‌های دولتی، حقوقی، فلسفی و غیره) وابسته است، به صورت قسمتی از روبنا در می‌آید. ولی، این به معنای آن نیست که همه‌ی سازمان‌های اجتماعی با همه‌ی بخش‌های خود، دارای یک وظیفه ایده‌ئولوژیک هستند. این وضع تصادفی نیست که در جریان دگرگونی‌های ریشه‌ای اجتماع، تداوم کار در سازمان‌های علمی، خیلی بیشتر از هر سازمان اجتماعی دیگری، حفظ می‌شود. دست‌کم، دانشی که سازمان یافته است و فعالیت‌هایی که در جهت کسب آگاهی‌های تازه از جهان، انجام می‌گیرد (در مقایسه با مرحله‌های قبلی تکامل دانش)، امکان‌های جدیدی را به وجود آورده است که دانشمندان، نسبت به رویه‌ی اجتماعی و نسبت به نیاز جامعه خود، سرنوشت خود را معین کنند. ملاحظه‌های سیاسی، اخلاقی و ایده‌ئولوژیک، مرتب و هر روز بیش از پیش، خلاقیت پژوهشگران را مورد هجوم قرار می‌دهد و نه‌تنها جست‌وجوی انفرادی حقایق، بلکه تمامی بنیان سازمان اجتماعی دانش را تحت‌تأثیر قرار می‌دهد.

وقتی که دانش، به عنوان پدیده‌ی درک اجتماعی، تجزیه و تحلیل شود، بستگی آن با ایده‌ئولوژی، بیشتر و جدی‌تر می‌شود. دانش، به عنوان دستگاهی از آگاهی‌ها درباره‌ی قانون‌های عینی تکامل جهانی که ما را احاطه کرده است، بخش تجزیه‌ناپذیری از درک اجتماعی به‌شمار می‌رود. در واقع، بدون در نظر گرفتن دستگاه موجود دیدگاه‌های علمی، نمی‌توان ساخت درک اجتماعی و تمامی سازوکار زندگی معنوی جامعه امروزی را به درستی فهمید و یا بررسی کرد.

در شرایط سوسیالیسم، نقش دانش در تمامی دستگاه درک اجتماعی، هر

روز اهمیت بیشتری کسب می‌کند. به‌نظر من، کسانی که به‌طور یک جانبه با پدیده‌ی دانش روبه‌رو می‌شوند و به دنبال اثبات این حکم هستند که دانش، شکلی از درک اجتماعی نیست، اشتباه می‌کنند. البته، وقتی که دانش را به عنوان نیروی مولده در نظر می‌گیریم، آن را از جنبه‌ها و چشم‌اندازهایی که موجب تظاهر آن به شکل خاص درک اجتماعی است، جدا می‌کنیم. ولی، همین که موضوع بررسی خود را، بستگی و تأثیر متقابل علم با دیدگاه‌های فلسفی، عقیدتی و غیره در نظر بگیریم و بخواهیم درباره‌ی نقشی که در جهان‌بینی و ایده‌ئولوژی دارد، بحث کنیم، دیگر چنین انتزاعی مجاز شمرده نمی‌شود. حتا آگاهی‌های خالص فنی به تعبیر فلسفی معینی، می‌تواند نوعی «فشنگ» ایده‌ئولوژیک باشد. این موضوع نیازی به اثبات ندارد که در مبارزه‌ی ایده‌ئولوژیک امروزی، می‌توان به‌طور وسیعی از موفقیت‌های علم و صنعت، استفاده کرد.

بستگی بین دانش و ایده‌ئولوژی، بیشتر از راه تعبیر فلسفی موفقیت‌ها و نتیجه‌گیری‌های آن، ظاهر می‌شود. در ضمن طبیعی است که تطبیق این تفسیرهای فلسفی، با محتوای نظریه‌های علمی، یکسان نباشد و درجه‌های متفاوتی داشته باشد.

ماتریالیسم تاریخی و ماتریالیسم دیالکتیک، عبارت است از علم مربوط به‌کلی‌ترین قانون‌های تکامل طبیعت، جامعه و معرفت آدمی، که به‌طور کامل با هدف‌های دانش امروز، نیازهای آن، تفسیرهای فلسفی و سمت‌گیری آن، مطابقت دارد. این علم، بر اساس موفقیت‌های دانش معاصر به‌وجود آمده و تکامل یافته است. این علم، که جنبه‌ی فلسفی ایده‌ئولوژی را تشکیل می‌دهد، از پایه و بنیان با همه‌ی دستگاه‌های فلسفی بورژوازی معاصر ـ که تنها به‌طور سطحی و به‌ظاهر، علمی هستند

ـ اختلاف دارد. به همین مناسبت است که دستگاه‌هی اخیر فلسفی، نمی‌توانند به‌عنوان روشی اساسی برای شناخت فلسفی دانش به‌کار روند و خود دانش هم، هر روز بیشتر از این دستگاه‌ها دور می‌شود. به این نکته هم باید توجه کرد که گروهی از فیلسوفان (ب. راسل، ف. فرانک، پ. کارناپ، ا. ناگل)، مرکز توجه خود را روی‌مسأله‌های منطقی ـ ریاضی و سمانتیک روش‌شناسی دانش گذاشتند و در این زمینه هم به موفقیت‌های مثبت قابل توجهی رسیدند. باوجود این، آن‌ها نتوانستند به‌همه‌ی مسأله‌های اساسی روش‌شناسی دانش بپردازند، زیرا مسأله‌هایی وجود دارد که نمی‌توان آن‌ها را بااصول و قواعد سمانتیک و منطقی ـ ریاضی توضیح داد.

ملاک هر رشته‌ای از دانش، قبل از همه و تا حد معینی، عبارت است از نظریه‌ها و روش‌های خاص مربوط به آن. به جز این در مرحله‌ی معینی از بررسی (بسته به ویژگی‌های موضوع مورد بررسی)، برای رسیدن به درک علمی، استفاده از روش‌ها و قانون‌های منطقی ـ ریاضی و سمانتیک و غیر آن، مطرح می‌شود. اغلب، تا همین جا کافی است، برای نمونه، ضمن کشف ذرات بنیادی معمولی. ولی در بعضی حالت‌ها، کشف ذره بنیادی هم نیاز به بحث فلسفی اختصاصی و دقیقی دارد (از جمله، با کشف الکترون). دانش، در مجموع خود (و به‌ویژه در بخش‌های اصلی آن)، و قبل از همه دانش‌های اجتماعی، به‌طور دایم نیازمند درک فلسفی و تعمیم تازه‌ترین موفقیت‌هایی که به‌دست می‌آید، هستند و حتا گاهی لازم است که این موفقیت‌ها، از پیش ارزیابی شود. و این کار را، تنها به یاری دانش فلسفی می‌توان تحقق بخشید.

البته، حدود عنصرهای مورد بررسی روش‌شناسی دانش (مثل خود

دانش)، تاحد زیادی متغیر است. دانش، دستگاه کاملی است که همه‌ی خصلت‌ها و ویژگی‌های مخصوص به خودش را دارد. بعضی از نمایندگان جامعه‌شناسی و فلسفه بورژوازی، اغلب می‌پرسند: آیا به‌طور کلی ایدئولوژی علمی وجود دارد و بستگی علم با ایدئولوژی چگونه است؟ در ضمن، خود به عنوان یک اصل، به این پرسش، پاسخ منفی می‌دهند. در این تردیدی نیست که نمی‌توان هر ایده‌ئولوژی را علم دانست. در تاریخ جامعه‌ی بشری، شکل‌های زیادی از ایده‌ئولوژی‌های غیرعلمی وجود داشته است. تنها مارکس و انگلس بودند که توانستند یک ایده‌ئولوژی علمی ارایه دهند که بعدها به‌وسیله‌ی لنین تکامل یافت.

ایده‌ئولوژی، چه در گذشته و چه در آینده بیان‌کننده منافع طبقاتی است که به صورت تعمم نظری دیدگاه‌هایی که درباره‌ی وجود، خصلت و سمت‌گیری تکامل جامعه ابراز می‌شود، تظاهر می‌کند. ولی آیا منافع طبقاتی می‌تواند مبنایی علمی داشته باشد و به صورت دستگاه منطقی بی‌تناقضی از دیدگاه‌ها و قانون‌ها بیان شود؟ خدمت مارکس و انگلس و لنین در این است که توانستند چنین دستگاهی را به وجود آورند؛ آن‌ها دستگاه خود را به‌طور واقعی بر اساس درک علمی تکامل تاریخی جامعه قرار دادند و همین دستگاه است که اساس فلسفی ایده‌ئولوژی طبقه‌های زحمتکش را تشکیل می‌دهد. در ضمن در این جا، دیدگاه‌های طبقه‌های زحمتکش درباره‌ی مسأله‌های اساسی زندگی اجتماعی (ضرورت از بین بردن مالکیت خصوصی بر وسیله‌های تولید و استثمار انسان از انسان، ضرورت به وجود آوردن مالکیت عمومی و اقتصاد ملی برنامه‌ای، نابودی ستم ملی و تقویت دوستی و همکاری بین ملت‌ها و غیره)، با منافع همه‌ی زحمتکشان و همه‌ی نیروهای پیشرو جامعه، تطبیق می‌کند.

ویژگی‌های تأثیر متقابل انسان و طبیعت، در شرایط انقلاب علمی و صنعتی

یاسلو اگوشتون

گسترش انقلاب علمی و صنعتی در مقیاس تاریخی و جهانی، هنوز مرحله‌های نخست خود را می‌گذراند. باوجود این، خطوط این مرحله، که از لحاظ تکامل دستگاه‌های کار، کیفیتی بسیار بالا دارد، از هم اکنون آشکار شده است و بنابراین بررسی جنبه‌های فلسفی آن، بر اساس داده‌های موجود به‌صورت مسأله‌ای جدی درآمده است. همیشه، نظریه، حتا وقتی که هنوز پدیده‌ی مورد نظر، به صورت کامل خود ظاهر نشده است، نقشی اساسی داشته است. نیاز جدی به‌نظریه، به‌خصوص از این جهت وجود دارد که بتوان خط‌های اصلی مسیر تکامل آینده‌ی آن را پیش‌بینی کرد. در این مقاله، کوشش ما بر این است که، با در نظر گرفتن بعضی جنبه‌های روند تأثیر انسان و طبیعت بر یکدیگر، به‌همین مسأله بپردازیم.

۱ـ خودکاری بغرنج، به‌عنوان دستگاه تازه‌ی کار

گذار نه تنها از کارهای بدنی، بلکه حتا گذار از بغرنجی کارهای مربوط به مدیریت و سپردن آن‌ها از انسان به ابزارهای مصنوعی، از لحاظ تاریخی، مرحله‌ی بالاتری از تکامل دستگاه تولید مادی را تشکیل می‌دهد. روند تولید به‌چنان دستگاه عینی صنعتی تبدیل شده است که به‌طور نسبی

خودمختار است و برای دایر بودن آن، نیازی به شرکت مستقیم و گروهی مردم نیست.

در این مرحله‌ی تکامل مادی، همان‌طور که مارکس تأکید می‌کند، «مقدار کاری که در روند تولید وارد شده است، به اندازه‌ی مقدار کاری نیست که انسان، ضمن آن، به خود روند تولید، به عنوان مراقب و تنظیم‌کننده، داده است ... حالا دیگر کارگر، موضوع قابل تغییر طبیعت را، به عنوان حلقه‌ی بینابینی، بین خود و عین قرار نمی‌دهد: حالا دیگر، به جای حلقه‌ای که بین کارگر و طبیعت بی‌پایان ــ که کارگر بر آن دست یافته است ــ وجود داشت، روندی طبیعی قرار دارد ... که به‌وسیله‌ی او به روندی صنعتی تبدیل شده است، کارگر، به جای این که عامل اصلی روند تولید باشد، خود در ردیف آن قرار گرفته است.»

این مرحله را، که در مورد آن، برخلاف مرحله‌های پایین‌تر، خودکاری از ویژگی‌های صنایع عظیم ماشینی به‌شمار می‌رود ــ و ما آن را خودکاری بغرنج تولید می‌نامیم، باید یکی از عظیم‌ترین دست‌آوردهای انقلاب علمی و صنعتی دانست. ساختار کار زنده، زمینه‌های مادی و معنوی آن و تأثیر متقابل آن‌ها، به‌صورتی اساسی دگرگون می‌شود، که سرآخر منجر به تغییری کیفی در سیمای اجتماعی تولید می‌شود. مکانیزه شدن محیط اداره و رهبری، اهمیت خاصی دارد، چرا که سرچشمه‌ای است برای تغییرهای عمیق درون دستگاهی. اگر زمانی بود که در صنایع بزرگ ماشینی، خط اصلی تکامل صنعتی را (در ارتباط با وسیله‌های کار) از روی دستگاه ماشین‌ها معین می‌کردند، امروز، این تکامل را ابزارهای

هدایت‌کننده، یعنی ابزارهای خودکاری بغرنج، معین می‌کنند.[۱]
امروز، حتا در کشورهای پیشرفته‌ی صنعتی، خودکاری بغرنج، تنها بخشی از تولید صنعتی را دربر می‌گیرد. خود خودکاری بغرنج هم، از مرحله‌های مختلفی می‌گذرد که ویژگی آن‌ها به‌وسیله‌ی سمت‌گیری تکامل صنعت، معلوم می‌شود: ورود هرچه بیشتر بخش‌های گسترده‌تری از تولید به‌دور خودکاری و در عین‌حال، واگذاری کارهای هرچه پیچیده‌تر فکری، به دستگاه‌های اداره‌کننده‌ی مصنوعی. باوجودی که هنوز در زمان ما، رشته‌هایی از صنعت که در خط سیستم تازه‌ی کار افتاده‌اند، چندان زیاد نیستند (و همان‌ها هم هنوز با ابزارها و شکل تولید سنتی درآمیخته‌اند و به‌جز آن، به‌صورتی غیرعادی، گوناگونی و تفاوت‌های بسیار در نحوه‌ی این گذار دیده می‌شود)، دست‌کم، جهت‌گیری و تمایل کلی، این فرض مارکس را تأیید می‌کند که همراه با خودکاری بغرنج، به‌مرحله‌ای از تاریخ کار می‌رسیم، که به‌طور کیفی تازه است.

۱ـ تأکید بر کیفیت دستگاه خودکار بغرنج، از این‌جهت مهم است که خود مفهوم خودکاری به‌معناهای گوناگونی به‌کار می‌رود. مرزهای خودکاری را در انقلاب علمی و صنعتی، می‌توان با معیار «رابطه‌ی انسان ـ ماشین»، به‌طور دقیق‌تری معین کرد. برای این‌منظور، از مقیاس‌های گوناگونی برای رده‌بندی استفاده می‌کنند (مثل مقیاس ولکوف، برایت با گروسمان)، ولی در هرکدام از آن‌ها، یک‌نقطه‌ی میانی وجوددارد، که می‌توان آن‌را به‌عنوان آغاز گذار به خودکاری بغرنج در نظر گرفت. در بعضی از نوشته‌های مربوط به‌جامعه‌شناسی، سرچشمه‌ی بسیاری از سوءتفاهم‌ها از این‌جا ناشی می‌شود که بر اساس بررسی خودکاری‌های مرحله‌های پایین‌تر، وقتی‌که هنوز نمی‌توان از انقلاب علمی و صنعتی صحبت کرد آغاز به‌نتیجه‌گیری‌های مستقیم درباره‌ی این‌انقلاب می‌کنند.

۲ـ تغییر در ساختار نیروهایی از طبیعت که در روند کار دخالت دارند

ویژگی رابطه‌ی انسان با طبیعت این است، که برای ایجاد دگرگونی در موضوع کار تنها نیرو و استعداد طبیعی خود را به حرکت نمی‌آورد، بلکه موازی با آن، نیروهای طبیعت بیرونی را هم به‌کار می‌گیرد، همان جنبه‌ای که تجسم و مظهر آن، صنعت است: در ضمن سهم نیروهای اخیر مرتب زیادتر، و همراه با آن، سهم نیروهای جسمانی انسان کمتر می‌شود.

در شرایط خودکاری بغرنج، ترکیب نیروهایی از طبیعت که در جریان تولید مورد استفاده قرار می‌گیرند، به‌طور اساسی، تغییر آرایش می‌دهند: نه‌تنها نیروهای بدنی، بلکه نیروهای فکری انسان هم، از روند تولید مستقیم خارج می‌شوند، و وظیفه‌ی از میان برداشتن مقاومت ماده، به‌طور کامل، به عهده‌ی نیروهای طبیعت ـ که ابزارهای صنعتی مظهر و تجسم آن‌ها هستند ـ گذاشته می‌شود. همراه با کمتر شدن سهم نیروی جسمانی انسان در تولید، محدودیت‌هایی هم، که ناشی از سازمان‌دهی مشروط و مستقیم انسان است، و در هر مرحله از تکامل تاریخی، مرز تکامل دستگاه مفروض تولیدی را معین می‌کند، کمتر می‌شود. به زبان دیگر، در هر مرحله از تکامل به سمت یک دستگاه تولیدی تازه، تاحد معینی، محدودیت‌هایی در امکان تکنیکی کردن عامل‌های طبیعی وجود دارد، ولی با پیشرفت دانش، صنعت و تعاونی‌های کار، این محدودیت‌ها، به‌تدریج از بین می‌روند. تغییر ترکیب نیروهایی از طبیعت که در جریان کار دخالت دارند، اجازه می‌دهد که نتیجه‌گیری‌هایی درباره‌ی خصلت پیشرفت شکل زندگی آدمی و مقام تاریخی انقلاب علمی و صنعتی، به‌دست آوریم. ساختار این نیروهای طبیعی ـ که در جریان کار وارد می‌شوند ـ همیشه، مرحله‌ای از تکامل تولید عمومی و رابطه‌های

اجتماعی را می‌طلبد و در عین حال خود به عنوان پایه‌ای در خدمت این تکامل قرار می‌گیرد، و بنابراین، می‌تواند به عنوان نشانه‌ای از تکامل مبنای مادی و صنعتی یک مرحله‌ی تاریخی، شناخته شود.[۱]

تاریخ کار را، همراه با چنین نظریه‌ی وسیع، می‌توان به عنوان دوره‌ی گذار مخصوص به خود هم، تعبیر کرد. این دوره، از حالت ارتباط مستقیم انسان با طبیعت آغاز می‌شود و با حالت غیرمستقیم رابطه‌ی او با محیط طبیعی خاتمه می‌یابد. این دوره‌ی از بین بردن تدریجی محدودیت‌های روند تولیدی، و در عین حال، حفظ آن‌ها در بعضی از عمل‌کردهای اساسی تولید ــ دوران حاکمیت جزیی انسان بر طبیعت شخصی و بیرونی است. و این، به مفهوم وسیع‌تر خود، عبارت است از ادامه‌ی جدایی انسان از

۱ـ مارکس، بر مبنای ترکیب نیروهایی از طبیعت که نقشی در کار و صنعت دارند، سه مرحله‌ی بزرگ تاریخی در صنعت تشخیص می‌دهد که می‌توان از آن‌ها به‌کار دستی و ابتدایی، کار عظیم ماشینی و کار خودکار بغرنج، نام برد. پیشرفت و تکامل این سیستم‌های کار، به‌طور دقیق به‌پیشرفت رابطه‌های اجتماعی مربوط است. «مناسبت‌های وابستگی شخصی (که در ابتدا خیلی ابتدایی است) ـ شکل نخستین اجتماع است، که در آن، بهره‌دهی و تولید افراد به میزانی ناچار و در مواضعی پراکنده و جدا از هم، تکامل می‌یابد. استقلال شخصی، بر پایه‌ی وابستگی مادی ـ دومین شکل عمده‌ای است، که در آن، برای نخستین‌بار، دستگاه مبادله‌ی اجتماعی همگانی کالا، روابط همه‌جانبه، نیازمندی‌های عمومی و نیروهای در اساس همگانی، به‌وجود می‌آید. شخصیت آزاد، بر اساس تکامل همه‌جانبه‌ی افراد، و بر اساس تبدیل تولید و بهره‌دهی گروهی و اجتماعی آن‌ها، به‌صورت مالکیت اجتماعی ـ چنین است مشخصه‌ی مرحله‌ی سوم».

طبیعت و تشکل تاریخی خود انسان.
دستگاه خودگردان و مستقل تولید، رابطه‌ی انسان و طبیعت را بر مبنای به‌کلی دیگری قرار می‌دهد. تغییری که در ترکیب نیروهای طبیعت، در جریان کار و ضمن انقلاب علمی و صنعتی، به وجود می‌آید، مرز بین پایه‌های مادی و صنعتی دو دوره‌ی بزرگ تاریخی را معین می‌کند. دوره‌هایی که به‌وسیله‌ی مارکس و انگلس، به‌عنوان «حاکمیت نیاز» و «حاکمیت آزادی» یا به عنوان «جامعه‌ی بی‌نوایی» و «جامعه‌ی پر از نعمت» آینده، از هم جدا می‌شوند.

۳ـ از میان برداشتن محدودیت‌های طبیعی

همان‌طور که گفتیم، در روند تاریخی از بین بردن محدودیت‌ها ـ محدودیت‌هایی که دشواری‌های روانی و فیزیکی بر سر راه فعالیت تولیدی انسان گذاشته است ـ انقلاب علمی و صنعتی، یک جهش است: جهش به این مفهوم که انسان، با در اختیار گرفتن نیروهای طبیعت، نه‌تنها امکان‌های فیزیکی، بلکه امکان‌های فکری خود را هم گسترش می‌دهد. همچنین، در اداره‌ی عمل‌کردهای تولیدی هم، محدودیت روانی ـ فیزیکی خود را از بین می‌برد. در این باره، به‌طور معمول نمی‌توان اندام‌های مصنوعی تولید را، جانشین‌های ساده‌ای برای اندام‌های انسانی دانست: زیرا آن‌ها، چه از نظر کمی و چه از نظر کیفی، محیط فعل و انفعال‌ها را در طبیعت، گسترش می‌دهند. برای نمونه، قاعده‌ها و دستگاه‌های تجزیه‌ی الکترونی، هسته‌ای، لیزری، فراصوتی و غیر آن، چنان نشانه‌هایی از شدت‌های کوچک را در اختیار انسان می‌گذارند که بیرون از درک حواس طبیعی، و یا زیان‌بخش به حال اندام‌های این حواس هستند. دستگاه‌های گوناگون گیرنده و فرستنده و ماشین‌های الکترونیک محاسبه‌ای و منطقی (رایانه‌ها) به صورتی همه‌جانبه، قدرت درک آدمی را

در کیفیت آگاهی‌هایی که می‌گیرد و سرعت او را در عمل‌کرد با این آگاهی‌ها، به میزان زیادی بالا می‌برد. این دستگاه‌های صنعتی، محدودیت‌های بدنی، منطقی و روانی ضعف‌های آدمی را (که ناشی از صرف وقت زیاد، خستگی و غیر آن است) برطرف می‌کند، ضعف‌هایی که پیشتر مانع به‌کار گرفتن نیروهای فراوان طبیعت در تولید بود.

به برکت وجود اندام‌های تنظیم‌کننده و فکردهنده‌ی مصنوعی، نیروهای واقعی انسان، عینیت پیدا می‌کند و در میدان تازه‌ای نفوذ می‌کند: میدان مدیریت فعالیت‌ها، در عین حال تأثیر نیروهای کارآمد ذهنی انسان هم، چه در زمینه‌ی معنوی و چه در زمینه‌ی مادی و عملی، گسترش می‌یابد. تاکنون، تأثیر ذهن و عین بر یکدیگر، قبل از هر چیز و به‌طور مستقیم بر مبنای نشانه‌های قابل درک بیرونی قرار داشت، و همین موقعیت، موجب محدودیت زیاد روند کار عینی بود. خودکاری بغرنج، امکان‌های بی‌پایانی را برای عینی کردن نیروهای انسان، در برابر او گذاشته است، به نحوی که اندام‌های مصنوعی مختلف اداره و رهبری، به صورت شرطی برای تکامل بعدی تمامی دستگاه کار درآمده است.

تمایل به تکامل نامحدود تولید ــ که تا امروز راه خود را، در جانشین کردن دستگاه‌های محدودی از تولید با دستگاه‌های محدود دیگر، جست‌وجو می‌کرد ــ امروز به صورتی روشن‌تر و بازتر، در خودکاری بغرنج، دیده می‌شود. در جریان تحقق شکل‌های تازه‌ی بستگی کار مجسم و کار زنده، امکان بهره‌گیری از هر پدیده‌ی طبیعی در عمل، به حقیقت نزدیک می‌شود. انسان، ضمن تکامل پیچیده‌ی استعدادهای تولیدی خود، امکان از بین بردن محدودیت‌های درونی و بیرونی را، بیشتر و به‌طور همه‌جانبه‌تری به‌دست می‌آورد، و به یاری آن‌ها، سایر مرزهای طبیعی را

می‌شکند. و در نتیجه، چه در تکامل نیروهای مولد و چه در تکامل موضوع تولید، تمایل واقعی به جامعیت، به وجود می‌آید و به صورت برنامه‌ی روز درمی‌آید.

ضمن صحبت از محدودیت‌های خاص ارگان‌های مولده‌ی طبیعی، و درباره‌ی راه از میان برداشتن آن‌ها، به اشتباه گمان می‌کردند که انسان چنان موجودی است که ساختمان بدنی آن، مانعی در راه ثمربخشی طبیعت بیرونی است. بنابر درک بعضی از نظریه‌پردازان بورژوازی، که به عقیده‌های شینگلری برگشته‌اند، با ورود دستگاه‌های خودکار، رابطه‌ی احساسی انسان با طبیعت و صنعت به هم می‌خورد، و بنابراین جای تردید است که آیا کار، در شرایط خودکاری بغرنج، می‌تواند همچنان نقش اصلی خود را در ساختمان انسان، ایفا کند یا نه؟

ولی اساسی برای تردیدهایی از این گونه وجود ندارد. این درست است که محدودیت‌های ناشی از طبیعت، از ویژگی‌های استعدادهای طبیعی انسان است، ولی در ضمن انعطاف و نرمش این استعدادها در چارچوب همین محدودیت‌ها، بی‌پایان است. انسان، وقتی که به مرحله‌ی معینی رسیده باشد، «می‌تواند به هر اندازه‌ای تولید کند، و همه جا می‌تواند اندازه‌ی متناظر را در شیء به‌کار ببرد.» خودکاری بغرنج، امکان عملی ــ صنعتی تولید واقعی را «به اندازه‌ی هر شکلی» برای بشر به‌وجود می‌آورد. و با وجودی که وظایف تولیدی ابزارهای طبیعی او به‌کلی تغییر می‌کنند، رابطه‌ی جدی احساسی او با چیزها، دچار دگرگونی نمی‌شود. رشته‌های علمی در حال تکاملی، همچون روان‌شناسی، مهندسی، فیزیولوژی کار، انسان سنجی (آنتروپومتری) و غیره، تغییر وظیفه‌های تولیدی ابزارهای طبیعی را بیشتر نشان می‌دهند و ثابت می‌کنند که انسان

کتابخانه مجازی ریاضیات

همچنان در موضوع وحدت کاری و احساسی مستحکم خود نسبت به دستگاه تولیدی خودکار، و نسبت به موضوع کار، باقی مانده است. انسان، در این وحدت، باز هم جامعیت خود را حفظ کرده است و به موجودی با انعطاف بیشتر تبدیل شده است. برای او (مستقیم یا غیرمستقیم) امکان انجام تعداد بی‌شماری از کارهای متنوع به وجود آمده است، او می‌تواند هر انگیزه‌ی بیرونی را درک کند و به خدمت خود درآورد: انسان این توانایی را دارد که در برابر عامل‌ها، به هر تعداد که باشند، عکس‌العمل نشان دهد، هرگونه بستگی بین آن‌ها را تفسیر کند و با نتیجه‌گیری‌های لازم، ارزش‌های عملی آن‌ها را، در جهتی که مورد نیاز اوست، تشخیص دهد. کار، روندی است که با طبیعت بیرونی در ارتباط متقابل دایمی است و در آینده هم، به عنوان پایه و اساس فعالیت انسان، باقی می‌ماند. با این که رابطه‌ی کار با همه‌ی شکل‌های دیگر فعالیت‌های زندگی، به صورتی تازه درآمده است، بنیانی‌ترین سرچشمه‌های پیشرفت و تکامل انسان جابه‌جا نشده است و همچنان در سمت محیط تولید مادی قرار دارد، نه در جایی دیگر و از جمله در جهت «خالص» معنوی.[۱]
برای از میان برداشتن محدودیت‌های ناشی از اندام‌های انسانی و به عمل

۱ـ در این روند هم، گرایش به‌جامعیت در تکامل انسان، به‌دنیای عینی صنعت، منتقل می‌شود. انسان می‌تواند، همیشه نیروهای واقعی خود را، که به صورت گسترده‌ای به کار فراخوانده می‌شوند، به‌طور عینی بازسازی کند. جامعیت ماشین هم، از نظر زمانی، همیشه در مرحله پایین‌تری از جامعیت انسان قرار دارد. پیشرفت ماشین، مرزی برای خود نمی‌شناسد، ولی ماشین هرگز نمی‌تواند به‌طور کامل جانشین انسان بشود و یا به صورتی کامل‌تر از انسان درآید.

درآمدن امکان‌های تازه‌ی موجود، باید تکامل تاریخی انسان، چه از نظر دورنمای ساختار درونی آن به عنوان موضوع و عمل‌کننده و چه از نظر دورنمای روابط اجتماعی، در سطح بالاتری قرار گیرد. هرگونه محدودیت طبیعی را سرآخر می‌توان، تنها از راه استفاده‌ی اجتماعی از امکان‌های تازه‌ی طبیعی، برطرف کرد، و از میان برداشتن محدودیت‌های اندام‌های انسانی، در این روند، مقامی اساسی دارد. برای برطرف کردن هر محدودیت طبیعی (از نوع محدودیت‌های جغرافیایی، فضا ـ زمانی و غیره) و برای کشف امکان‌های تازه‌ی آدمی، ابتدا باید محدودیت‌هایی را از میان برداشت که به سازمان بدنی خاص انسان مربوط می‌شود. در جریان انقلاب علمی و صنعتی، تمامی امکان‌های طبیعی انسان، در جهت تکامل فعالیت مربوط به کار، به حرکت می‌آید.

٤ـ تغییر در دستگاه وسیله‌های کار

محدودیت‌های ناشی از ساختمان انسان، که در روند کار وجود دارد، تنها یکی از جنبه‌های تضاد دیالکتیکی آن است: جنبه‌ی دیگر این تضاد، بستگی دوجانبه‌ی مشابهی است که بین محدودیت‌ها و امکان‌ها، ضمن استفاده‌ی از طبیعت به عنوان وسیله‌ی فعالیت حیاتی انسان ـ وجود دارد. جمع‌بندی خط‌های اساسی آن چه که به دستگاه هم‌ارز وسیله‌های خودکاری بغرنج مربوط می‌شود، بسیار دشوار است. تغییرهای گوناگون و غیرعادی زیادی روی می‌دهد، ولی حتا در مرحله‌ی آغازی فعلی انقلاب علمی و صنعتی هم، نمی‌توان به روش‌های مرسوم قانع شد، زیرا این روش‌ها تنها پیشرفت‌های صنعتی و علمی را برمی‌شمرد و سمت‌گیری این انقلاب را معین می‌کند. اگر به تلاش منظم‌تری، برای تجزیه و تحلیل چنان خط‌هایی دست بزنیم که در نتیجه‌ی انقلاب علمی و صنعتی، در

وسیله‌های کار ظاهر می‌شود، می‌توانیم آن جنبه‌های چرخشی اصلی را کشف کنیم که از لحاظ معرفتی، نشان‌دهنده‌ی گذار از درک مستقیم عامل‌های طبیعی به‌وسیله‌ی اندام‌های حسی، به سمت استفاده از صنعت برای درک عامل‌هایی از طبیعت می‌باشد که به‌طور مستقیم و به طریق حسی در دسترس نیستند. تولید، تا اندازه‌ی زیادی، به جلب همین نیروهای طبیعت بستگی دارد، که هم برای درک آن‌ها و هم برای کاربرد عملی آن‌ها، به وساطت دانش نیازمندیم. در نتیجه، رشته‌هایی از صنعت جدید برتری به‌دست می‌آورند که پیدایش آن‌ها را مدیون دانش هستیم ـ مثل صنعت الکترونی و صنعت شیمیایی ـ که در ابتدا در همان چارچوب دستگاه‌های مکانیکی صنایع ماشینی بزرگ، به وجود آمده‌اند.

ویژگی این چرخش را، می‌توان به این ترتیب مشخص کرد: اگر تا امروز، در دستگاه وسیله‌های تولید، به‌طور عمده جسم‌های عظیم و روندهای بزرگ، و شکل‌هایی از حرکت ماده که مربوط به آن‌هاست، برتری داشتند، و استفاده صنعتی از عامل‌های دیگر، بر همین اساس تحقق می‌پذیرفت، امروز، صورت‌های دیگری از ماده (مثل ماده‌ی زنده) حالت دیگری (مثل میدان، تابش و پلاسما) و ساختار دیگری از آن (مثل مولکول‌ها، اتم‌ها و ذره‌های بنیادی)، کاربرد گسترده‌ی تولیدی پیدا کرده است و تاحد معینی، به صورت اصل درآمده است. البته، مرزهای تکامل تولید، امری نسبی است و می‌توان ردیفی از گذارهای بینابینی را کشف کرد. پرتحرک‌ترین رشته‌های کلیدی و درحال تحول صنعت امروزی، همان رشته‌هایی هستند که بر مبانی طبیعی مذکور در بالا ساخته شده‌اند. و آن‌هایی که تمامی دستگاه وسیله‌های کار را، از چارچوب صنایع ماشینی عظیم، خارج می‌کنند. دو دوره‌ی تاریخی تکامل صنعت، یعنی

دوره‌ی قبلی و دوره‌ی تازه‌ای که در زمان ما آغاز می‌شود، درواقع می‌توان به‌طور منظم و از جمله به این صورت، در برابر هم قرار داد: «در برابر "صنعت آزمایشی" قبل‌تر، در زمان ما، با دلایل کامل می‌توان از "صنعت علمی" صحبت کرد.»[1] همچنین می‌توان آن‌ها را همچون دوره‌های «ماکروتکنیک» و «میکروتکنیک» در برابر هم قرار داد، به این معنا که دوره‌ی اخیر براساس به کار گرفتن پیشرفت‌های معاصر شیمی ـ فیزیک، فیزیک هسته‌ای، مکانیک کوانتایی در تولید قرار دارد و بر قانون‌هایی به‌کلی غیر از «ماکروتکنیک» تکیه می‌کند که با «ماکروجسم‌ها» سروکار داشت.[2] سرچشمه‌ی طبیعی دستگاه وسیله‌های خودکاری بغرنج، که تا آن جا که می‌دانیم در صنعت «پدیده‌های خرد» به کار می‌رود، پایان‌ناپذیر است. در این رابطه، ۱) طبیعت خارجی تمام‌نشدنی است و ۲) استفاده از جزءهای «جهان خرد»، خود موجب پیدایش امکان‌های تازه‌ای در استفاده از «جزءهای درشت» می‌شود. بعضی از شکل‌های اصلی حرکت امروزی صنعت را، تنها باید نطفه‌ی آن شکل‌های حرکت بغرنج و همه‌جانبه‌ای دانست که می‌توان از صنعت آینده انتظار داشت. کاهش محدودیت روند تولید محدودیتی که ناشی از ساختمان بدنی انسان است ـ به آدمی امکان می‌دهد تا از مواد خام طبیعی، روندهای طبیعی و هر نیرویی از طبیعت، به‌عنوان وسیله‌ای در کار خود ـ در دستگاه خودکاری بغرنج ـ استفاده کند و هر روز هدف و نتیجه‌گیری‌های تازه‌تری را در برابر

1- V. Roman. Atudomanyos-technikai forradalomrol. Kossuth Könyvkiadö, 1972. 345 old.

۲ـ ک. ن. ولکوف، جامعه‌شناسی دانش، مسکو ۱۹۶۸، ص ۷۹.

خود قرار دهد.

با استفاده‌ی مستقیم از عامل‌های غیرقابل درک طبیعی در تولید، به‌تدریج ساختار و دینامیک دستگاه وسیله‌ای کار دگرگون می‌شود. یکی از سمت‌گیری‌های مشخص این دگرگونی، این است که همین شاخه‌های جدید صنعت، چنان به هم مربوط می‌شوند، که به عنوان روش صنعتی همه‌جانبه، گسترش پیدا می‌کند. شکل‌های تازه‌ی صنعت، در همه‌ی رشته‌های دیگر صنعت، و حتا، شکل‌های غیرتولیدی فعالیت، به شدت نفوذ می‌کند و تاحد زیادی آن‌ها را دگرگون می‌سازد.[۱]

یکی دیگر از گرایش‌ها، در این است که فن‌آوری کاربرد پدیده‌های خرد (میکروپدیده‌ها) (مثل پدیده‌های شیمیایی، فراصوتی، لیزری و غیره)، در جای نخست قرار می‌گیرد و جانشین فن‌آوری مکانیکی می‌شود، که در نتیجه، هم امکان‌های تازه‌ای برای خودکار کردن تولید به‌وجود می‌آورد و هم در خدمت حل مسأله‌های تولیدی به‌کلی تازه‌ای قرار می‌گیرد. شکل‌های تازه‌ی تکنولوژی را باید برجسته‌ترین موفقیت انقلاب علمی و صنعتی دانست. زیرا به کمک آن‌ها، روش تأثیر و نفوذ در طبیعت تغییر می‌کند و در ارتباط با آن، ابزارها و ماشین‌ها دچار دگرگونی عمیقی

۱ـ استفاده از اصطلاح‌هایی همچون الکترونی‌کردن، رایانه‌ای‌کردن، سیبرنتیکی‌کردن و غیره، انعکاسی از همه‌جانبه بودن این رشته‌های صنعت است. بعضی از رشته‌های صنعت (همچون صنعت ایزوتوپ‌ها)، به‌تقریب مثل یک‌روش عام بررسی، عمل می‌کنند. کیهان‌نوردی را هم، می‌توان برای نمونه در مقایسه با امکان‌های هواشناسی، کاوش‌های زمین‌شناسی و گردآوری آگاهی‌ها، به‌عنوان یک‌روش عام جدید به‌حساب آورد.

می‌شوند.[۱] خودکاری بغرنج، در نخستین گام‌های خود، تنها به‌صورت «روبنایی» که براساس زیربنای سنتی تولید قرار گرفته است، ظاهر می‌شود. حتا در همین حالت هم، این خودکاری، موجب رشد شدید بهره‌دهی کار و بهتر شدن کیفیت محصول می‌شود. ولی تفاوت دستگاه خودکاری بغرنج با دستگاه ماشین‌های عظیم صنعتی، در این نیست که دستگار سازوکار انتقالی و محرک مکانیکی کار ماشین، به صورت ساده‌ای، به‌وسیله‌های هدایت‌کننده مجهز می‌شود. در جریان پیشرفت خودکار شدن هدایت و رهبری، به‌طور دایم نیاز به تغییرهای عمیق، چه در بخش‌ها و چه در کل دستگاه وسیله‌های تولید، به صورت مبرم‌تری، احساس می‌شود. این تغییرها، به‌طور عمده، از راه وارد کردن شکل غیرمکانیکی تکنولوژی، انرژی‌های مختلف و وسیله‌های عینی کار، تحقق می‌پذیرد، و به‌تدریج جانشین صنعت امروزی ــ که در خط‌های کلی

۱ـ جریان تکامل دستگاه جدید را می‌توان به روشنی در ماشین‌سازی ملاحظه کرد. در این جا، خودکاری بغرنج، ابتدا براساس روش‌های سنتی و با آماده کردن فلزها به‌وسیله‌ی برش، انجام می‌گیرد. ولی در نتیجه‌ی افزایش جدی سرعت برای آماده کردن فلزها به‌وسیله‌ی برش، ابزارهای تراشکاری چنان به سرعت فرسوده می‌شوند، که باید کار زیادی را صرف تعویض آن‌ها کرد، و همین امر، بهره‌دهی خودکاری را کاهش می‌دهد. در نتیجه، و به ناچار، این گرایش به وجود می‌آید که از روش ساختن مکانیکی صرف‌نظر شود و روش‌های تازه‌ای، برای آماده کردن مواد، فراهم شود. در این جا، به‌خصوص دیده می‌شود که چطور بعد از آن که نخستین گام‌ها در جهت خودکاری بغرنج برداشته می‌شود، منطق درونی تکامل آن، به سرعت به صورت محرک تکامل بعدی آن درمی‌آید.

خود، بر مبنای شکل مکانیکی تکیه دارد ــ می‌شود.

۵ ـ امکان‌های بی‌پایان استفاده‌ی تولیدی از طبیعت خارجی

انقلاب علمی و صنعتی، در روند جلب زمینه‌های طبیعی تازه به عنوان مواد کار هم، دگرگونی‌های عمیقی به وجود می‌آورد. البته، مواد سنتی کار هم، تا اندازه‌ای برای هدف‌های جدید تولیدی، مورد استفاده قرار می‌گیرد. ولی در جریان تولید، به‌هرحال، موادی وارد در کار می‌شود که پیش از آن ناشناخته بود، یا موادی که بی‌فایده به‌نظر می‌رسید و یا آن‌هایی که تنها و تنها، به برکت خودکاری بغرنج قابل آماده شدن و به کار گرفتن هستند. در آینده، هر قدر که انقلاب علمی و صنعتی گسترش بیشتری پیدا کند، این کشش‌ها نیرومندتر می‌شود، و انسانی که مجهز به وسیله‌های کامل‌تر تولید شده است، قدرت این را پیدا می‌کند که طبیعت خارجی را هر چه بیشتر به اجاق کار بکشاند و هر چه بیشتر آن را به صحنه‌ی فعالیت خود تبدیل کند.

این ویژگی را هم نباید فراموش کرد که انسان، با درک قانون‌مندی‌های ساختارهای ذره‌ای ماده، می‌تواند آن چه را که از ویژگی‌ها و ساختارهای مادی نیاز دارد، به‌طور مصنوعی بسازد. هم امروز، می‌توان از تعداد زیادی ترکیب‌های شیمیایی مصنوعی نام برد که مشابهی در طبیعت ندارند و به‌نوبه‌ی خود، موجب دگرگونی‌هایی در تکنولوژی و دستگاه وسیله‌های کار می‌شوند و میدان خلاقیت انسان را گسترش می‌دهند.

با توجه به آن چه گفته شد، چهره‌ی محصول‌ها به‌طور اساسی دچار دگرگونی می‌شود و یک رشته «محصول‌های تازه‌ی انقلابی»، پدید می‌آید. در شرایط انقلاب علمی و صنعتی، دو پرسش «چه چیزی تولید می‌شود» و «چگونه تولید می‌شود»، به‌طور کامل به هم مربوط‌اند، و در

ضمن هر دوی آن‌ها، اهمیتی جدی و یکسان دارند. اگر به پرسش «چه چیزی تولید می‌شود» بی‌اعتنایی کنیم و آن را حقیر بشماریم، بسیاری از جنبه‌های انقلاب علمی و صنعتی، دگرگونی ساختار محصول‌ها، و همچنین، تأثیر همه‌ی این‌ها، بر رفتار و شکل زندگی آدمی، ناشناخته می‌ماند.[۱] «محصول‌های تازه‌ی انقلابی»، که خاص دوران انقلاب علمی و صنعتی هستند، به سرعت، در زمینه‌های غیرتولیدی فعالیت، در زندگی فردی و اجتماعی و در زمینه‌ی فعالیت فکری، اثر می‌گذارد، یعنی، در زمینه‌هایی که هزاران سال، بی‌ارتباط با صنعت به حساب می‌آمد. در ضمن، این تأثیر، در همه جا، منجر به دگرگونی‌های عمیقی در روش‌های عرضه‌ی نیروهای خلاق انسان، می‌شود. در این باره که این پیشرفت‌ها (و از جمله درباره‌ی خلاقیت‌های هنری و دیگر زمینه‌های زندگی معنوی) در چه جهتی خواهد بود، بحث‌های پرهیجانی در همه‌ی جهان وجود دارد. ما در این جا، تنها به یک نکته اشاره می‌کنیم: نفوذ ماشین در فضای فعالیت‌های غیرتولیدی به خودی خود، نمی‌تواند به معنای چیزی

۱ـ مفهوم محصول‌های تازه‌ی انقلابی را می‌توان به این ترتیب تعریف کرد: «این محصول‌ها، از لحاظ کیفی، تاحد زیادی، بر محصول‌های مشابه قبلی خود برتری دارند. این محصول‌ها، رفتار مصرف‌کننده را، به‌طور جدی دگرگون می‌کنند: از نظر وسیله‌های تولید ـ تکنولوژی تولید و هم از نظر نوع نیازمندی‌ها ـ خصلت سنتی نیازها و شکل زندگی. این محصول‌ها، نیازمندی‌های تازه‌ای ایجاد می‌کنند، که برای برآوردن آن‌ها، به ناچار، رشته‌های تازه‌ای در صنعت، به‌وجود می‌آید» [جانوس کونائی]. می‌توان صدها محصول را نام برد، که در پنجاه ساله‌ی اخیر، به وجود آمده‌اند و مناسب این تعریف هستند.

«نامتعارف» و «ضدانسانی» باشد. انسان، در هر زمینه‌ای از فعالیت خود، حتا در انتزاعی‌ترین آفرینش‌های ذهنی، همچون یک موجود طبیعی کار می‌کند، و بنابراین، فعالیت او از لحاظ تکنیکی، می‌تواند غیرمستقیم باشد. حتا در شرایط تکامل عالی‌تر تولید اجتماعی و دیگر فعالیت‌های انسان، باز هم در ابتدا، رابطه‌ی مستقیم انسان با طبیعت، به‌طور غیرمستقیم بیان می‌شود. بنابراین، حتا در چنین فضایی، محدودیت‌های ناشی از امکان‌های طبیعی انسان، و به دنبال آن، محدودیت‌های ناشی از طبیعت خارجی، به‌تدریج، و نه یکباره، برطرف می‌شود. و این، بخش جدایی‌ناپذیر «عینی‌کردن نیروهای واقعی انسان» است که «ماهیت طبیعی انسان و حقیقت انسانی طبیعت» را نشان می‌دهد، حاکمیت انسان را بر طبیعت رشد می‌دهد و امکان‌های اجتماعی او را وسعت می‌بخشد.

از آن جا که انقلاب علمی و صنعتی امکان‌های بی‌اندازه‌ای، از جهت انسانی کردن طبیعت بیرونی، به وجود می‌آورد، یک جهش است، جهشی که راه را برای دست‌یابی بر نیروهای کور طبیعت می‌گشاید و همراه با آن ــ و بسته به این که تا چه حد تسلط انسان بر این نیروها و ضرورت‌ها، آگاهانه باشد ــ بستگی متقابل بیشتری بین طبیعت و جامعه برقرار می‌شود و روندهای طبیعی، هر روز بیشتر از روز پیش، و به شکل جهشی، با زندگی انسانی گره می‌خورد. در تولید و در محصول‌های مربوط به آن، چه از نظر کمی و چه از نظر کیفی، سهم عامل‌های طبیعی و ــ در ارتباط جدی با آن سهم فعالیت منظم انسانی از نظر اجتماعی، بیشتر می‌شود. انسان، تنها وقتی می‌تواند طبیعت بیرونی را در اختیار خود بگیرد و بر آن دست یابد، که به اندازه‌ی کافی به آن نزدیک شود و ضرورت‌های طبیعی را، به صورتی که برای شرایط اجتماعی زندگی او

متناسب و مفید باشد، به کار بگیرد.

این را گفتیم که طبیعت بیرونی بی‌پایان است و گسترش استفاده‌ی تولیدی از آن، بی‌مرز. در ارتباط با همین مطلب است که کوشش‌ها و تمایل‌ها دگرگون می‌شود و خواست‌های تازه‌ای را به‌وجود می‌آورد. تغییر رابطه‌ی ممکن و ناممکن (از لحاظ صنعتی) در جریان بازسازی ساختار کار و تغییر شکل توزیع کار، نه‌تنها در آن جا که انسان در فعالیت تولیدی خود «همه‌ی نیروهای طبیعی را به‌طرف خود می‌کشاند.» بلکه آن زمان هم که «آن‌ها را از خود دفع می‌کند» (به‌شکل حرکت‌های تولیدی محصول‌های سوختی و غیره)، منعکس می‌شود.

جدی‌ترین و وسیع‌ترین مداخله در طبیعت بیرونی، از راه همین رابطه‌ی تازه‌ی بین «جذب» و «دفع» مواد تولید صورت می‌گیرد. حرکت تولید، در زمان ما، سرچشمه‌ی آلودگی محیط زیست انسان است، ولی پیشتر، خطرهایی از این گونه، جنبه‌ی محدود و ناچیزی داشت و طبیعت می‌توانست، خودش را بازسازی کند. ولی در زمان ما، این رابطه‌های متقابل، به خاطر شرایط زندگی انسان، می‌توانند مورد تهدید قرار گیرد. یکی از ویژگی‌های دوران انقلاب علمی و صنعتی در این است که نه‌تنها «جذب» مواد طبیعی، بلکه «دفع» آن‌ها هم باید آگاهانه باشد، برخلاف سابق، که بین «جذب» آگاهانه و «دفع» خود به‌خودی، تضادی وجود داشت. در برابر ما مسأله‌های اجتماعی زیادی قرار دارد، که به جز سطح پیشرفت دانش و صنعت، به چیزهای دیگری هم، از نوع وضع اقتصادی جامعه، شکل مبارزه‌ی طبقاتی، روابط داخلی و بین‌المللی و هم آن چه که به‌دیدگاه‌های اخلاقی و غیر آن مربوط می‌شود، بستگی دارد.

کتابخانه مجازی ریاضیات

بدون ریاضیات نمی توان به فلسفه دست یافت وبدون فلسفـه نمـی توان به ماهیت ومضمـون ریاضیـات پـی برد و بدون این دو، نمـی توان به هیـچ حقیقتـی رسیـد. دومولن

«جهان کتابی است پراز فلسفه . این کتاب دربرابر چشمان ما گشوده است.ولی تنهـا زمانی مـی توان آن‌رادرک کرد که با زبان‌ونشانه‌های‌آن‌آشنا باشیم. این زبان، ریاضیات واین نشانه‌ها مثلث‌ها،دایره‌ها وسایر شکل های هندسی اند» گالیله

«...استنباطی که بعضی عقاید انحرافی نسبت به علم داشتند ، آن را از صفحه ی اذهان خارج ساخت و به جای آن اعتقاد به موهومات نشاند ....» ابن خلدون

شابک : ۴-۳۹-۶۳۰۲-۹۶۴

قیمت : ۱۴۰۰ تومان